







HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXXIV.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXVI.



TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

TABLE.

ASTRONOMIE.

ME'CHANIQUE.



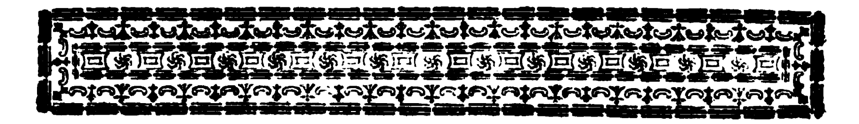


TABLE POUR LES MÉMOIRES.

TABLE.



HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXXXIV.

PHISIQUE GENERALE.

SUR L'ELECTRICITE'.

OUS avons fait en 1733 * l'Hiſtoire abrégée de nos connoiſſances ſur l'Electricité, matiére qui eſt preſque encore toute neuve, & qui depuis le peu de temps qu'on s'eſt aviſé de la traiter, n'a ceſſé de fournir des Phénomenes des plus ſurprenants. Cette Hiſtoire ne s'eſt pas bornée à ce qui appartenoit à la France, ou plûtôt à M. du Fay, elle a compris auſſi ce qui appartenoit à l'Angleterre, & principalement à

V. les M. p. 341. & 503.
* p. 4. & ſuiv.

M. Gray, & comme ils ont continué à travailler tous deux en même temps, &, qui plus est, d'intelligence, leurs vûës se sont ou aidées ou rectifiées mutuellement, & ce qui résulte de leur accord, ou même de leur opposition, s'il s'en trouve, en doit être plus précieux aux Phisiciens.

M. Gray a découvert, & M. du Fay l'a vérifié, qu'il n'est pas nécessaire, quoique nous l'ayons dit en 1733, que tous les corps soient frottés pour être Electriques. Il en faut du moins excepter les corps sulphureux ou résineux, tels que le Soufre, la Cire, la Poix, la Gomme-lacque, &c. On les fait fondre, & en cet état ils n'ont aucune vertu électrique; quand on les a laissés refroidir précisément au point de pouvoir être frottés, ils n'en acquiérent aucune par le frottement, mais s'ils sont entiérement refroidis, & sans qu'on y ait touché, ils ont par eux-mêmes beaucoup de vertu.

Et il y a plus. Ils la conservent long-temps, pourvû qu'on les enveloppe dans du Papier, dans de la Flanelle. On n'a encore de certitude que d'un an & demi, ce n'est pas que la vertu se soit éteinte en ce temps-là, c'est que l'observation n'a encore duré qu'un an & demi, & on ne sçait jusqu'où elle pourra aller. Le Tourbillon Electrique ne se dissippe donc pas si aisément qu'on le croyoit, & que nous l'avions dit. Il est même étonnant qu'il se conserve par une enveloppe appliquée au Corps, on s'imagineroit qu'il devroit plûtôt en être rompu & détruit. Et en effet on verra ici qu'un Cone de Soufre qui s'est formé dans un Verre à boire, & qu'on en tire aisément quand on veut, est beaucoup plus électrique quand il n'a pas cette espece d'enveloppe que quand il l'a.

La vertu Electrique, pour se transmettre à une grande distance, n'a pas autant de besoin que nous l'avions insinué en 1733 d'un corps exactement continu qui la conduise. Cette continuité peut être interrompuë, & l'interruption peut aller, selon M. Gray, jusqu'à 47 pouces Anglois. Si l'on y prend garde, on s'appercevra que les observations nouvelles, que nous rapportons, vont toutes à augmenter le

Merveilleux de l'Electricité, & non à le diminuer, comme on le souhaiteroit naturellement. Cependant on peut se flatter que l'on avance un peu, & M. du Fay a eu le plaisir de voir que son hipothese hardie des deux Electricités contraires, l'une vitrée, l'autre résineuse, s'accordoit bien avec un fait singulier dont M. Gray lui-même étoit surpris.

M. Gray ayant mis dans une position verticale un Cerceau de 20 pouces de rayon, dont le plan étoit traversé par une corde ou ficelle assés longue qui passoit par son centre, & portoit à une de ses extrémités une Boule d'yvoire, il approcha le Tube de Verre bien frotté de ce Cerceau, & par-là donna la vertu électrique, non seulement à toute sa circonférence qui avoit plus de 120 pouces ou de 10 pieds, mais encore à la ficelle, & jusqu'à la Boule, qui attiroit fortement un fil. En faisant couler cette Boule, comme on le pouvoit, le long de la ficelle jusqu'au centre du Cerceau, elle n'attiroit plus le fil, elle le repoussoit. D'où venoit cela ? l'hipothese de M. du Fay en rend raison. Deux Corps, qui ont pris deux Electricités de même nature, se repoussent ; le fil présenté à la Boule placée à l'extrémité de la ficelle n'avoit point d'Electricité, & étoit attiré par la Boule qui en avoit, mais quand cette même Boule étoit au centre du Cerceau, il falloit que le fil pour s'en approcher entrât, se plongeât dans le fort du Tourbillon électrique du plan du Cerceau, il y prenoit de l'électricité, & la même qu'avoit la Boule, & par conséquent il devoit être repoussé par elle, puisqu'il n'étoit pas assés fort pour la repousser lui-même.

Reprenons maintenant l'histoire des recherches de M. du Fay, après nous être arrêtés quelque temps en chemin, soit pour considérer celui qui étoit déja fait, soit même pour faire quelques pas en arriére. A la suite de ce que nous avons rapporté en 1733, M. du Fay a examiné quels changements pouvoient apporter aux phénomenes de l'Electricité les différentes circonstances de la température & de la rarefaction ou condensation de l'Air.

Les nouvelles expériences ont confirmé que l'humidité

de l'Air nuit beaucoup à la vertu Electrique, & cela à tel point qu'une journée que l'on croira séche, ne le sera pas assés, parce que les précédentes auront été fort humides.

Le grand chaud est contraire aussi à cette vertu, & même les heures les plus chaudes d'un jour ordinaire. L'eût-on deviné, après avoir vû que les Corps chauffés avant le frottement en devenoient plus Electriques ? Peut-être cependant cela vient-il, non de la part du Corps frotté, mais de l'Homme qui le frotte, dont la transpiration alors trop abondante & trop chaude a quelque chose d'opposé aux écoulements, aux Tourbillons électriques.

Un jour médiocrement chaud, serein & sec, un vent de Nord, sont jusqu'à présent les circonstances les plus favorables. La Gelée a été éprouvée, & pourroit ne le ceder à aucune autre.

La plus grande merveille est que l'Air ou fort rarefié ou fort condensé diminuë également la vertu Electrique, elle a besoin de l'air libre & ordinaire, & les deux extrémités opposées entre elles lui sont aussi opposées. Cela est bientôt dit, mais on ne peut voir que dans le récit de M. du Fay combien il a fallu d'invention & d'adresse pour parvenir à faire les expériences de l'Electricité dans un air ou extrêmement rare, ou extrêmement dense. L'art de faire l'observation est souvent une découverte aussi difficile que celle qu'on cherche par l'observation.

Après tout cela, M. du Fay est venu à l'examen d'un phénomene des plus frappants. On sçait que la plûpart des Corps devenus Electriques par le frottement, deviennent aussi lumineux par le même frottement, du moins pendant qu'il dure. C'est cette propriété que M. du Fay considere présentement.

Le fameux Diamant, dont M. Boyle a fait un Traité, auroit seul suffi pour engager M. du Fay à commencer ses recherches par les Diamants. On sçavoit déja qu'il ne luisoit dans l'obscurité que comme les autres font aussi étant frottés *, le privilege que M. Boyle lui avoit attribué n'étoit plus un

* V. l'Hist. de 1707. p. 2. & 3.

privilege, & il l'eſt encore beaucoup moins aujourd'hui, depuis que M. du Fay a trouvé qu'il étoit commun à tous les Diamants de couleur & aux Pierres précieuſes, quoiqu'en différents degrés.

Il y a plus, & ſans comparaiſon plus. Quantité de Diamants, quelques Pierres précieuſes, le Criſtal de Roche, & pluſieurs autres Corps dont on ſe douteroit encore moins, n'ont pas beſoin de frottement pour luire dans l'obſcurité, il leur ſuffit, comme à de vrais Phoſphores, comme à la Pierre de Boulogne, de s'être abreuvés de lumiére pendant un temps, non pas néceſſairement au Soleil, mais ſeulement à l'ombre durant le jour. Quel chemin depuis le Diamant de M. Boyle juſques-là! M. du Fay ſe réſerve à l'examen particulier de ce ſujet, qui doit être piquant par ſa nouveauté, mais qui n'appartient pas à l'Electricité dont il s'agit ici, car ces nouveaux Phoſphores ne ſont nullement Electriques, il leur manque la condition eſſentielle d'avoir été frottés. Ils ont dû ſurprendre, s'il eſt arrivé par hazard qu'on en ait tranſporté bruſquement quelqu'un du Soleil ou du jour dans un lieu aſſés obſcur, on aura vû une lumiére dont on ne connoiſſoit aucune cauſe, & de-là ſeront venus les contes de l'Eſcarboucle, un peu plus fondés que de fiers Philoſophes ne penſoient.

Dans les Corps électriques & lumineux en même temps par le frottement, la matiére qui fait l'électricité ou le *Tourbillon électrique doit être dif*férente de celle qui fait la lumiére. C'eſt-là ce qu'indiquent pluſieurs expériences où l'on voit ces deux propriétés varier différemment l'une de l'autre dans les mêmes ſujets & dans les mêmes circonſtances, l'une augmenter tandis que l'autre diminuë, mais ce qui décide promptement & nettement, c'eſt qu'un Diamant mouillé ou ſimplement humecté avec l'haleine, perd auſſi-tôt toute ſon électricité, & conſerve toute ſa lumiére auſſi long-temps qu'il l'eût conſervée naturellement.

La lumiére excitée par le frottement eſt plus vive & plus abondante dans le Vuide que dans l'air libre.

Qu'un globe de verre dont on a pompé l'air soit tourné rapidement sur son axe, il ne faut que toucher avec la main sa surface extérieure, aussi-tôt il paroît lumineux dans tout son intérieur, & il ne le paroîtra pas davantage quand on appuyera la main avec plus de force, quoiqu'alors le frottement soit plus fort. Si le globe étoit plein d'air, & tourné de même, & frotté, on en verroit sortir de petites particules brillantes qui iroient s'attacher aux corps voisins. La lumiére se porte ou au dedans ou au dehors du globe, & sous une forme différente, selon que le globe est vuide ou plein d'air.

Si on frotte dans l'obscurité avec la main une Pomme de canne qui soit d'Ambre, qu'on retire ensuite la main brusquement de dessus la Pomme sans la glisser, & qu'enfin on approche le bout du doigt de cette Pomme, même sans la toucher, il part aussi-tôt de l'Ambre un petit Cilindre de lumiére qui va frapper le doigt, retourne du doigt à l'Ambre, & se divise sur sa surface, s'éparpille en petits rayons, & disparoît dans l'instant. Il semble que le frottement ait produit sur la surface de l'Ambre une lumiére confuse, un petit chaos lumineux, que le doigt en se portant vers là, ou en s'y plongeant, a obligé quelques parties à prendre quelque arrangement plus régulier, peut-être à se mouler sur lui, après quoi tout le reste du phénomene s'entendroit avec moins de peine.

Ce qu'il y a de bien certain, c'est que si on ne se sert pas de son doigt pour faire sortir de l'Ambre ce petit cilindre de lumiére, & qu'on employe quelque autre corps pour ce même effet, l'effet sera plus foible ou même nul, selon que ce corps sera d'une électricité plus approchante de celle de l'Ambre, ou, comme il a été dit en 1733, plus propre à être repoussé par l'Ambre, ou même moins propre en général à s'électriser. Rien n'est plus contraire à la vertu électrique que l'humidité; le doigt & pareillement tout autre corps qui pourra tirer de l'Ambre ce jet de lumiére, le tirera mieux s'il est mouillé. Ce que nous disons de l'Ambre, il le faut

entendre aussi de la Gomme Copal, de la Cire d'Espagne, du Soufre.

Tous les Diamants que M. du Fay a éprouvés sont devenus par le frottement électriques & lumineux, tantôt plus électriques que lumineux, tantôt au contraire, mais toûjours l'un & l'autre, & avec des variétés qui ne se rapportent constamment, ni à leur grosseur, ni à leur netteté, seulement peut-être à leur forme, ceux qui sont plats & ont une grande table sont moins électriques & moins lumineux que les Brillants élevés. Il en va de même des Diamants de couleur & des Pierres précieuses pour la quantité de variétés bizarres en apparence, & difficiles à réduire sous quelque ordre.

Nous nous contenterons de rapporter encore les deux plus remarquables expériences qui appartiennent à l'électricité lumineuse, la 1re dûë aux Anglois, la 2de à M. du Fay. Si ce globe de verre vuide d'air, & tourné rapidement sur son axe, qui paroît lumineux en dedans lorsqu'on y applique la main, étoit de plus enduit intérieurement de Cire d'Espagne (on apprendra dans le Mémoire de M. du Fay comment se fait cet enduit) on verra un spectacle auquel on ne se seroit certainement pas attendu, l'image de la main qu'on tenoit appliquée sur le globe, peinte sur la surface intérieure & concave de la Cire d'Espagne, comme si la main étoit lumineuse, & la Cire d'Espagne transparente. Il faut qu'on ait réservé deux endroits du globe, comme les deux Poles, exempts de l'enduit de Cire, afin qu'on puisse voir par-là. Si le globe vuide d'air n'avoit point eu l'enduit de Cire en dedans, l'application de la main y auroit fait paroître une lumiére plus vive dans les endroits touchés que par tout ailleurs, & cette lumiére eût été continuë. Reprenons maintenant l'enduit de Cire, & supposons qu'il sera pénétré par la matiére lumineuse qu'on peut imaginer sortie de la main, ou au moins poussée par la main, il y aura dans les intervalles des doigts des interruptions à la lumiére qui eût été continuë, & des interruptions figurées, d'où l'on voit que

s'enſuit l'image de la main ſur la ſurface concave de l'enduit. Voilà ce que penſe M. du Fay ſur cette repréſentation ſi ſurprenante. D'autres matiéres appliquées ſur le globe au lieu de la main, ou ne font point du tout la lumiére, ou ne la font pas à beaucoup près ſi bien.

La ſeconde expérience va prouver que la lumiére des Corps électriques peut aller juſqu'à être un feu, ou le commencement d'un feu. On ſuſpend une perſonne par des cordes de ſoye, afin qu'elle ſoit iſolée de toutes parts, & que le Tourbillon de matiére électrique qu'on va lui donner ait toute ſon étenduë, & ne ſoit point détourné ou altéré par des Corps voiſins. On lui donne enſuite ce Tourbillon par le Tube de verre qui l'électriſe, après quoi ſi l'on approche la main de la perſonne ſuſpenduë & électriſée, il ſort d'elle, à l'endroit le plus proche de la main, une étincelle de feu plus vive, plus brillante que les lumiéres de toutes les autres expériences, &, ce qui la diſtingue encore, elle ſort avec un bruit ſenſible, & ce n'eſt pas tout, elle cauſe aux deux perſonnes en même temps une douleur ſemblable à celle d'une picqueure ou d'une brûlure légere.

Un Animal vivant, comme un Chat, mis de même en expérience, réuſſit également. Il eſt à remarquer que ſi l'Animal étoit mort, on ne verroit plus l'étincelle brillante & bruſque, mais une lumiére pâle & uniforme, &, pour ainſi dire, lugubre.

Les matiéres qui ſont les plus électriques, le Verre, l'Ambre, ſont les moins propres à tirer de l'Animal électriſé cette étincelle par l'attouchement, & au contraire les matiéres qui la tirent le mieux ſont les moins électriques, les métaux, les corps mouillés, le bois, les corps vivants. Apparemment on eſt préſentement accoûtumé à ces convenances fondées non ſur la reſſemblance, mais ſur l'oppoſition. Combien tous ces faits ſi ſinguliers ont-ils demeuré de temps enſevelis dans le ſecret de la Nature? combien d'autres pareils y ſont encore? & en ſortiront-ils jamais tous?

SUR

SUR LES CONGÉLATIONS ARTIFICIELLES.

RIEN n'eſt ſi connu que la maniére de faire geler des Liqueurs, malgré le chaud de la Saiſon, & ce ſeroit peut-être une expérience ſimplement curieuſe, renfermée chés les ſeuls Philoſophes, ſi elle ne produiſoit ces Glaces que notre délicateſſe nous rend ſi néceſſaires en Eté, & même en Hiver, quoiqu'avec moins de raiſon. Il n'eſt pas encore bien réglé quels ſont les Sels les plus propres à donner ou le plus grand froid, ou le froid que l'on veut, quelles ſont à cet égard les différentes vertus des Sels, en quelles doſes ils doivent être avec la Glace pilée ou pulvériſée que l'on employe à cette opération; cependant on n'a pas laiſſé de faire de belles expériences ſur ce ſujet, mais on s'eſt preſſé d'aller aux curieuſes, & on a paſſé légerement par deſſus les fondamentales, qui ſont celles que M. de Reaumur a entrepriſes ici. V. les M. p. 167.

Il y a été invité par ſon nouveau Thermometre dont nous avons parlé en 1730* & 1731*. Il avoit en main une nouvelle meſure du froid auſſi-bien que du chaud, plus exacte & plus ſûre que l'ancienne, & c'étoit préciſément ce qu'il lui falloit pour ces expériences fondamentales des Congélations *artificielles*. Le nouveau Thermometre, qui a été conſtruit ſur une de ces Congélations, devient enſuite la regle, & en quelque ſorte le juge de tout ce qui l'a fait naître. On le plonge dans la Liqueur qu'on a glacée, & on voit par ſa deſcente quel eſt le degré du froid, degré que l'on peut aiſément & ſûrement comparer à quelque autre degré de froid que ce puiſſe être, obſervé avec un autre Thermometre de même conſtruction. On part toûjours ici du point de ces Thermometres qui marque la Congélation, parce que c'eſt la premiére & la moindre congélation de l'eau, celle qui n'attaque encore que ſa ſuperficie, après cela

* p. 9. & ſuiv.
* p. 6. & ſuiv.

les degrés marqués sont toûjours ceux d'un plus grand froid.

Le Salpêtre passe communément pour le Sel le plus propre aux Congélations artificielles, mais les expériences de M. de Reaumur nous jettent bien-loin de-là. Le Salpêtre le plus raffiné, employé dans l'opération, ne fait descendre le Thermometre qu'à 3 ½ degrés au dessous du terme fixe que nous venons de poser, & s'il est moins raffiné, il le fait descendre plus bas. Ce qui cause cette plus grande descente, ou ce plus grand froid, c'est donc la partie du Salpêtre qui le rend alors moins pur, moins Salpêtre, & quelle est cette partie ? c'est presque uniquement du Sel Marin, qu'on lui ôte en le purifiant par les trois Cuites qu'on lui fait consécutivement.

En effet M. de Reaumur ayant mêlé dans des jours très-chauds deux parties du Sel Marin qu'on sert sur les tables avec trois parties de Glace pilée, le Thermometre est dans l'instant descendu de 15 degrés, & il faut sçavoir que dans le violent Hiver de 1709, le plus rude qu'ait vû la génération présente, le nouveau Thermometre, qui n'existoit pas encore, n'eût pas été plus bas que 14 ¼ degrés. On le sçait par le rapport connu de ce Thermometre à ceux qui étoient alors à l'Observatoire.

Si le Salpêtre moins pur, plus mêlé de Sel Marin, fait plus baisser le Thermometre, voilà donc une maniére nouvelle & fort simple d'en éprouver la qualité. Le meilleur ne donnera que 3 ½ degrés de froid, les autres plus mauvais en donneront toûjours davantage. Il auroit pû d'abord paroître étrange que la vertu de causer une grande inflammation, qui est celle qu'on recherche tant dans le Salpêtre, on eût voulu la reconnoître par sa vertu refroidissante. La Poudre à Canon n'est presque que du Salpêtre, car elle en a trois parties sur une qui est de Soufre & de Charbon en portions égales. Aussi la Poudre à canon mise à la même expérience que le Salpêtre a-t-elle fait de même, & vû l'incertitude & les défauts des autres Eprouvettes, il y a apparence que celle-ci seroit préférable.

M. de Reaumur a bien profité de son Thermometre pour voir au juste quels étoient les différents degrés du plus grand froid que puissent produire les différents Sels, la dose convenable pour chacun étant toûjours supposée. Aucun Sel concret ou moyen n'a égalé le Sel Marin, qui, comme nous l'avons vû, donne 15 degrés de froid. Dans la Classe des Alkalis le Sel Armoniac qui passe pour si actif à cet égard, n'a été qu'à 13 degrés, la Soude au même degré que le Salpêtre bien raffiné. Un plus grand détail nous seroit inutile, il suffit que l'on voye, & on le verra aisément, que par ces sortes d'expériences faites en assés grand nombre, on pourroit dresser des Tables où le degré du plus grand froid que puisse donner chaque Sel lui seroit assigné, après quoi on caractériseroit chaque froid, observé d'ailleurs, par le nom de son Sel, ce qui seroit quelque chose de plus particulier & de plus distinctif que le nombre d'un degré de Thermometre.

Nous n'avons encore considéré ce sujet qu'avec des yeux de Phisiciens, & à continuer de cette sorte, il ne seroit question que d'aller toûjours plus loin d'expérience en expérience. Mais l'Art de faire des Glaces n'est pas étranger ici, & il est bon de s'y arrêter un peu, & de faire des réfléxions qui lui conviennent. Il ne s'agit point dans cet Art d'avoir le plus grand froid qu'il se puisse, on ne veut pas des Glaces d'une extrême ni même d'une grande dureté, au contraire on les veut légeres, & qui ne soient, comme on dit, que des *Neiges*. C'est pour cela qu'on s'accommodoit si-bien du Salpêtre, il avoit même l'avantage, dont on ne s'appercevoit peut-être pas, qu'étant mauvais il en valoit mieux pour cet usage. Il est rarement nécessaire que des Glaces se fassent fort promptement, mais il l'est, sur-tout pour les Marchands, qu'elles se conservent un assés long-temps sans se fondre. Enfin le prix des Sels qu'il faut employer n'est pas tout-à-fait indifférent. Ces différentes conditions se combinent différemment ensemble & forment ainsi comme autant de petits Problemes que M. de Reaumur résout. Si l'on veut des Glaces qui se fassent très-vîte, & soient très-froides &

très-fortes, il faut le Sel Marin, elles ne seront que trop fortes & trop froides, mais elles coûteront cher en ce païs-ci, & ce qu'on n'auroit peut-être pas crû, elles se conserveront peu. Au contraire la Soude d'Alicant donnera des Glaces du degré de froid qu'on les veut ordinairement, qui se conserveront assés, & ne coûteront guere, mais qui se seront formées plus lentement. M. de Reaumur a trouvé une autre matiére à beaucoup meilleur marché que la Soude, & qui fait à très-peu près les mêmes effets, & au même degré, une matiére à laquelle on ne s'aviseroit pas de s'abbaisser dans une recherche où l'on est parti du Salpêtre & du Sel Marin, c'est de simple Cendre de bois, pourvû que ce bois soit neuf.

On voit par toutes les expériences, & jusqu'à présent sans exception, que le mêlange d'une matiére quelconque avec la Glace pilée ne cause un nouveau froid que parce qu'il fait fondre cette Glace. Quand on trouve moyen d'empêcher qu'il ne la fasse fondre, nulle production nouvelle de froid.

Reprenons maintenant la pure Phisique, & ne nous arrêtons plus à des pratiques, & à des opérations qui peuvent avoir d'autres vûës que les siennes. Nous n'avons encore parlé que des Sels ou concrets ou Alkalis, qui sont les uns & les autres en forme séche, mais nullement des liqueurs spiritueuses & Acides qui se tirent des Sels concrets, & qui apparemment participent à leur vertu de produire du froid. Elles font plus qu'y participer, elles l'ont à un plus haut degré. De l'Esprit de Nitre, qu'on aura eu soin de refroidir jusqu'au point de la Congélation du Thermometre, étant versé sur de la Glace pilée, dont le poids soit environ double du sien, on verra aussi-tôt le Thermometre descendre avec vîtesse jusqu'à 19 degrés, & par conséquent on aura un froid de 4 degrés plus fort que celui qu'avoit donné le Sel marin, le plus efficace des Sels concrets.

On peut donner & à l'Esprit de Nitre & à la Glace pilée un plus grand froid que celui de la Congélation, il n'y a qu'à environner ces deux matiéres de Glace mêlée avec du Sel Marin, & si après les avoir ainsi préparées on les éprouve,

on trouve qu'on a produit un froid de près de 24 degrés, c'eſt-à-dire, qui eſt à celui de 1709 preſque comme 12 à 7. En ſuivant cette même voye, en refroidiſſant davantage le mêlange d'Eſprit de Nitre & de Glace, on aura encore de plus grands degrés de froid. M. de Reaumur n'en a pas trouvé le terme, il voit ſeulement que les augmentations du froid vont toûjours en décroiſſant, ainſi qu'il étoit raiſonnable de le conjecturer.

Mais ce qu'on n'eût pas deviné, c'eſt que le Sel Marin étant ſi ſupérieur au Salpêtre par rapport à l'effet dont il s'agit, l'Eſprit de Sel eſt cependant inférieur à l'Eſprit de Nitre. Quelle bizarrerie, qui n'en eſt pourtant pas une au fond! Le vrai Siſteme n'en admet pas.

C'en eſt encore une de même eſpece que le froid cauſé par une liqueur qui ne paroît être qu'un feu liquide, par l'Eſprit de vin. Employé préciſément de la même façon que l'Eſprit de Nitre, il s'en faut peu qu'il n'en égale la force pour une production qu'on n'eût pas crû leur devoir être commune.

Le mêlange d'une matiére quelconque avec la Glace pilée ne cauſant, comme nous l'avons dit, un nouveau froid que parce qu'il fait fondre la Glace, il s'enſuit d'abord que c'eſt-là dans chaque opération le moment du plus grand froid, car après cela l'air extérieur, qu'on ſuppoſe toûjours plus chaud, ne peut plus que diminuer toûjours ce froid étranger & forcé. Il ſuit encore que plus la fonte de la Glace ſera prompte, plus le froid ſera grand; il ſeroit à ſouhaiter que cette fonte pût être inſtantanée, toutes les parties de la Glace donneroient leur plus grand froid en même temps, & pour cela il faudroit que chaque particule de Glace fût attaquée en même temps par une particule de Sel capable de la fondre, ce qui demande que la Glace & le Sel ſoient atténués, pulvériſés juſqu'à un certain point, car ils ne peuvent l'être à l'infini, ou autant que la derniére perfection l'exigeroit.

De-là naît une Regle, non pas abſolument préciſe, mais ſuffiſante, pour déterminer à peu-près la doſe du Sel qu'on

mêlera avec la Glace. On sçait par expérience combien une certaine quantité d'eau peut fondre d'un certain Sel ; si l'on pouvoit diviser la Glace & le Sel en parties infiniment petites, il faudroit mettre le Sel en même quantité que la Glace, ou si l'on veut ici une plus grande exactitude géométrique, & concevoir les infiniment petits de la Glace & ceux du Sel inégaux, il faudroit mettre le Sel dans la dose indiquée par la quantité de ce que l'eau en peut fondre. Mais comme on ne va pas jusqu'à l'infiniment petit, il faudra que cette dose soit plus forte, & même assés considérablement. Comme les particules de Glace ne seront attaquées qu'en différents temps, il faudra du moins que la force dont seront attaquées celles qui le seront, répare ce desavantage.

Quand on aura trouvé quelle est la meilleure dose pour le Sel Marin, il sera aisé de voir que d'autres Sels, dont l'eau ne peut pas fondre une aussi grande quantité, devront être employés en moindres doses, & au contraire.

Les Liqueurs qui, aussi-bien que les Sels, sont capables de produire du froid, les Esprits Acides, l'Esprit de vin, sont, pour ainsi dire, plus libres dans leur action, & l'exercent avec plus d'aisance que les Sels, ils pénétrent en un instant la Glace, & l'attaquent vivement de toutes parts. Seulement il est indispensable, pour la production du froid, que de ces Liqueurs & de la Glace fonduë il se fasse un nouveau liquide parfaitement liquide, ou dont les parties soient bien mêlées. Des Huiles fondront bien la Glace, mais elles ne se mêleront pas avec l'eau qui lui succédera, & il n'y aura aucun nouveau froid.

M. de Reaumur, après s'être procuré des moyens si faciles & si sûrs de produire & mesurer les plus grands froids, voulut en jouir par des expériences qui lui apprissent quelque chose ou d'intéressant ou de curieux, par exemple, quel degré de froid est nécessaire pour tuer certains Insectes, c'est-à-dire, pour geler les liqueurs qui font leur vie ; il est bien sûr qu'alors leur corps perd toute sa mollesse, toute sa souplesse, & devient tout roide.

Il y a quelques especes de Chenilles qui gelent à 7 ou 8 degrés de froid, d'autres plus petites, & absolument fort petites, & très-délicates en apparence, soûtiennent sans se geler 17 degrés, 3 degrés de plus que le froid de 1709. Malheureusement celles-ci sont les plus communes, & sont celles qui font le plus de ravage. Il n'y a donc pas lieu de se consoler de la rigueur d'aucun Hiver par l'espérance qu'il exterminera ces Chenilles.

Cependant le sang de ces sortes d'Animaux ne paroît guere qu'une liqueur aqueuse, qui devroit être très-susceptible de congélation. Le sang des grands Animaux le paroît beaucoup moins, & l'est réellement beaucoup davantage. Quand sçaura-t-on dans ces matiéres-là plus que les faits, qu'il est pourtant toûjours très-curieux & très-important de sçavoir?

OBSERVATIONS
DE PHISIQUE GENERALE.

I.

M. Helvetius a communiqué à l'Académie la Relation suivante, qui lui avoit été envoyée par le Gouverneur de Surinam son parent. Elle a été faite par M. de Treytorens, Médecin, témoin oculaire.

Il y avoit, au temps que la Relation a été écrite, 9 ou 10 mois qu'une Négresse esclave, grande & bien faite, & qui avoit déja eu quelques Enfants, en accoucha d'un qui parut fort singulier. Il étoit grand, bien formé, très-blanc, couleur qui lui a toûjours duré. Toute sa phisionomie, tous les traits de son visage, étoient d'un Negre, les Levres grosses & relevées, le Nés écrasé & camus. De plus il avoit comme les autres Negres de la laine à la tête, mais une laine aussi blanche que de la Neige. Quoique fort exposé au Soleil pendant tout le temps où ceci est renfermé, il n'avoit point rougi, non plus que la laine de sa tête. Le blanc de ses yeux

étoit fort clair, ce qui n'eſt pas rare, mais ſon Iris étoit d'un rouge fort vif, & couleur de feu, marbrée ſeulement de quelques traits blancs tirants ſur le bleu; la Prunelle que nous ne connoiſſons que noire, & qui doit l'être puiſque c'eſt un vuide, étoit auſſi très-rouge. Cet Enfant ne vouloit pas ouvrir les yeux quand il faiſoit un Soleil vif & violent, hors de-là il les ouvroit, & voyoit dans un lieu peu éclairé. Lorſqu'il vouloit fixer la vûë ſur quelque objet, ſon Iris & ſa Prunelle prenoient un mouvement extrêmement rapide, comme d'un tournoyement autour de leur centre, & il ſembloit que l'Enfant ſe fût mis tout d'un coup à chercher quelque choſe des yeux avec beaucoup d'inquiétude. Il avoit le Piam, maladie ordinaire aux Negres, & n'en avoit encore rien perdu de ſon embonpoint. Ses dents continuoient de pouſſer, & il en avoit déja cinq. Il paroiſſoit peu intelligent, & deſtiné à être imbecille.

La grande queſtion eſt de ſçavoir qui étoit ſon Pere. Ce n'étoit pas un Noir, quoique la Mere le dît. Il eſt bien vrai que les Enfants des Noirs naiſſent blancs, à l'exception d'un peu de noir aux parties génitales & à la racine des Ongles, mais quelques jours après leur naiſſance, ils changent, & deviennent noirs. S'ils ſont Mulâtres, enfants d'un Blanc & d'une Noire, ils deviènnent rouges. On reconnoît à ces marques les différentes origines, & elles ne peuvent être long-temps douteuſes. Quant à l'Enfant dont nous parlons, il étoit encore parfaitement blanc à 9 ou 10 mois.

Son Pere n'étoit pas non plus un Blanc. D'où lui ſeroient venus tous ces traits de Negre ſi marqués, cette laine au lieu de Cheveux? D'ailleurs la Mere avoit déja fait un Mulâtre, & n'avoit pas caché qu'il étoit venu d'un Blanc, pourquoi l'auroit-elle caché cette fois-ci comme elle faiſoit obſtinément? Il eſt conſtant encore que les Noires ſe tiennent honorées d'un commerce avec les Blancs, & ne manquent pas de s'en vanter.

Il eſt parlé dans quelques Relations d'Afrique de certains peuples blancs, ou du moins s'ils ſont en trop petit nombre, de

de certains hommes blancs, qui habitent dans le païs des Noirs. On remarque particuliérement qu'ils ont la vûë extrêmement foible, qu'ils ne peuvent presque pas soûtenir le jour, & qu'ils ne sortent que la nuit de leurs Cavernes ou taniéres. Les Noirs ne les traitent pas d'hommes, & les chassent comme des Bêtes. On voit assés la ressemblance que l'Enfant de la Négresse pourroit avoir avec eux, & ce qui sembleroit d'abord confirmer cette idée, c'est que la Relation de Surinam porte expressément que de vieux Negres amenés de la Côte de Guinée, ont dit qu'ils ont vû en cette contrée des Enfants blancs dans des endroits où il ne va jamais de Blancs, mais que leurs Chefs les font bien-tôt périr. On conçoit bien qu'un Blanc d'Afrique auroit rencontré la Négresse en Afrique, & que de-là seroit venu l'Enfant, mais comment l'aura-t-il rencontrée en Amérique? comment y seroit-il venu? ne l'y auroit-on pas vû? il est vrai que quelques-uns disent qu'il y a de ces Blancs en Amérique. On a encore bien des éclaircissements à souhaiter sur ce Pere qu'il seroit si curieux de connoître.

II.

M. le Duc de Richemont a écrit à M. du Fay que le 5 Novembre de cette année, à 3 heures & demie après minuit, il y eut un tremblement de terre à Chichester dans la Province de Sussex en Angleterre. Toutes les Maisons, les Lits, les Meubles, ont tremblé, des portes se sont ouvertes, des Cloches ont sonné, ce qui étoit posé sur des bords de Cheminées est tombé. On disoit que le tremblement avoit été encore plus sensible à Portsmouth & à Arondel. On observa que c'étoit moins un tremblement qu'un balancement du Nord au Sud semblable au tangage d'un Vaisseau en ce sens-là; car tous ceux qui étoient couchés dans la direction du Nord au Sud sentirent un mouvement de la tête aux pieds, & ceux qui étoient couchés dans la direction de l'Est à l'Ouest, ne sentirent qu'un mouvement semblable au roulis d'un Vaisseau, ou à celui du Berceau d'un Enfant.

M. Bouguer, qui étoit au Havre, a écrit qu'on y sentit

de même jour, entre 3 & 4 heures du matin, trois ou quatre légeres secousses. On en sentit aussi de l'autre côté de la Seine. On n'a point eu d'autres nouvelles sur ce sujet, & il n'y a pas d'apparence que le tremblement ait eu plus d'étenduë en France. Il n'aura été que le foible commencement de celui d'Angleterre.

CEtte année parut un Livre de M. de Reaumur, intitulé *Mémoires pour servir à l'Histoire des Insectes. Tome I. Sur les Chenilles, & sur les Papillons.* On comprend assés par ce Titre que M. de Reaumur a en vûë un dessein si grand & si vaste, qu'il ne prétend pas le remplir entiérement, mais seulement aider à le remplir, si on peut l'entreprendre quelque jour, & que ce qu'il donne présentement au Public n'est qu'une partie de ce qu'il lui donnera.

Les *Insectes*, selon la force du mot, ne sont que des Animaux dont le corps est comme *coupé* par des especes d'Anneaux qui en divisent la longueur, mais l'usage commun étend ce mot plus loin, on appelle *Insectes* tous les petits Animaux très-différents des grands par leurs figures, méprisables par leur petitesse, ou haïssables par les dommages qu'ils nous causent. Ils sont peut-être aussi-bien définis par ce mépris & par cette haine, que par une définition plus réguliére qui seroit apparemment très-difficile.

Cependant si l'on jugeoit que les Animaux que la Nature a eu principalement dessein de produire sont ceux qu'elle a produits en plus grand nombre, je dis plus grand même par rapport aux différentes especes, il se trouveroit que cette sorte de prédilection de la Nature seroit toute entiére, & presque infinie en faveur des Insectes. Il y a des Insectes sur la Terre, dans l'Air, dans toutes les Eaux, & il y a dans chacun de ces trois Eléments sans comparaison plus d'Insectes que de grands Animaux qui leur appartiennent.

On pourroit croire que les Insectes sont en plus grand nombre, parce qu'étant beaucoup plus petits, ils sont plus

aisés à nourrir, mais cette raison n'auroit lieu que pour la multitude des Individus, & non pour celle des différentes Especes, beaucoup plus grande que dans aucun Genre connu des grands Animaux. Pourquoi tant de soin de varier les Especes dans des Genres qui par eux-mêmes seroient des objets peu importants?

Mais, ce qui sera encore beaucoup plus fort, pourquoi la Nature a-t-elle employé tant d'art à la formation des Insectes, que les grands Animaux paroissent presque en comparaison des ouvrages négligés? N'y eût-il que les Métamorphoses ou transformations communes à la plus grande partie des Insectes, elles demandent une plus fine Méchanique, plus de ressources d'invention que les Machines des grands Animaux, toûjours constantes & invariables pendant leur durée.

Encore plus. Les grands Animaux, ou sont totalement privés d'industries particuliéres, comme les Boeufs, les Chevaux, les Moutons, ou s'ils en ont quelques-unes, comme les Oiseaux pour la construction de leurs Nids, elles ne sont pas comparables à celles d'une infinité d'Insectes, aux Ruches des Abeilles, aux Coques des Chenilles, &c. Si l'on veut bien honorer du nom d'esprit les instincts naturels des Animaux, les Insectes sont certainement ceux qui ont le plus d'esprit, & si cet esprit dépend, comme en nous, des dispositions organiques du Cerveau, les Insectes sont ceux de tous les Animaux dont le Cerveau est le plus & le mieux travaillé.

Ils sont donc *bien éloignés* d'être des ouvrages de la Nature méprisables, ou même peu dignes de notre attention. Les yeux des Philosophes sçavent bien leur rendre plus de justice, ils découvrent en eux les plus surprenantes merveilles que la souveraine Intelligence ait répanduës sur notre Globe, & la profonde admiration qu'on lui doit, en redouble.

Mais outre cette utilité plus que philosophique, & qui va jusqu'au théologique, l'étude des Insectes peut en avoir d'autres plus grossiéres, & par conséquent plus frappantes pour le commun des hommes. Si on avoit dédaigné d'observer une espece de Chenilles, nous serions privés de la Soye, &

quelle perte ne ſeroit-ce pas pour les commodités & les agréments de la vie, même pour la Médecine, qui ſçait tirer de la Soye un ſi bon remede ? Ce ſont des Fourmis des Indes qui nous donnent la Laque, des eſpeces de Punaiſes d'Amérique qui fourniſſent la Cochenille, & ſans entrer dans un plus long dénombrement des différents profits dont nous ſont actuellement les Inſectes, ne ſera-ce pas une autre ſorte de profit toute contraire & auſſi avantageuſe que de ſçavoir détruire ceux qui nous ſont nuiſibles, quand nous les aurons aſſés étudiés ? M. de Reaumur a déja trouvé ce ſecret à l'égard des Teignes qui gâtent nos Etoffes de Laine *. Les connoiſſances qui demeureront inutiles par rapport à ces uſages ſenſibles & populaires, car aſſûrément il en demeurera, ſeront la portion & le domaine propre des Philoſophes.

* V. les M. de 1728. p. 139. & ſuiv. p. 311. & ſuiv.

Ce n'eſt que depuis aſſés peu de temps que l'on s'eſt mis à étudier les Inſectes bien ſérieuſement, & avec méthode, & il eſt facile de compter ceux qui s'y ſont appliqués. Dans cette Science naiſſante & peu cultivée, M. de Reaumur a trouvé beaucoup à faire, & beaucoup plus que n'en peut faire un ſeul homme, & un ſeul Siécle, même en ſe renfermant dans quelques eſpeces particuliéres d'Inſectes. Ce ſont une infinité de petits faits qui ſe cachent aux yeux pour la plûpart, qui, s'ils ſe montrent, paſſent en un inſtant, & alors même s'enveloppent encore dans une ſorte de miſtere. Un moment manqué pour l'obſervation ne ſe retrouve plus, & il n'y a qu'un hazard heureux qui puiſſe non ſeulement le donner, mais enſeigner quel eſt ce moment important qu'il faut attendre, & enſuite ſaiſir. Il eſt très-difficile de bien voir, & très-difficile de ſçavoir ſeulement où l'on doit principalement porter ſa vûë. Les yeux qui le plus ſouvent ont beſoin d'être armés d'une Loupe ou d'un Microſcope, ont encore plus de beſoin de l'être d'un eſprit pénétrant qui apperçoive au de-là des Microſcopes & des Loupes. A peine l'induſtrie d'un Homme peut-elle bien découvrir toute celle d'une Chenille qui travaille à ſa Coque.

On verra dans tout le Livre de M. de Reaumur juſqu'à

quel point il a porté l'aſſiduité, la patience, la ſagacité de l'obſervation. Il fait le récit des difficultés qu'il a trouvées, des expédients qu'il a imaginés pour les vaincre, des hazards qui l'ont ou traverſé ou favoriſé, de ce qui lui a fait ou prendre ou rejetter certaines idées, enfin de toutes ſes aventures, pour ainſi dire, & de toute ſa conduite dans le païs peu connu où il s'étoit engagé, & qu'il défrichoit pour la plus grande partie. Cette Relation du Voyage, agréable par elle-même, ſera de plus inſtructive pour d'autres Voyageurs qui viendront après lui.

Ce Volume qui eſt gros, & qui ſera ſuivi de pluſieurs autres, ne regarde que les Chenilles. Tout le monde les connoît, & ſçait groſſiérement leur Hiſtoire. Elles ſe changent en ce que le peuple appelle *Féves*, & les Naturaliſtes *Chriſalides*, ou *Aurélies*, ou *Nimphes*. Enfin elles deviennent Papillons, & ne ſongent à la propagation de leur eſpece qu'en ce dernier état.

Quand un Naturaliſte veut parler du Bœuf, du Cheval, du Mouton, &c. il n'a qu'à le nommer, on connoît l'Animal dont il parle, & on lui applique ſans peine tout ce qu'on en apprend. Mais quand un Naturaliſte parlera d'une Chenille, comme il y en a une infinité d'eſpeces très-différentes entre elles, on ne ſçaura de quelle Chenille il parle, & on ſera hors d'état de vérifier, de ſuivre, de rectifier, s'il le faut, ce qu'il aura dit, à moins qu'il n'ait ſi-bien déſigné & caractériſé *ſa Chenille, qu'on la puiſſe* retrouver ſûrement.

Pour cela il faudroit avoir fait ſur les Chenilles ce que de grands Botaniſtes ont fait ſur les Plantes, des diſtributions en Claſſes, Genres & Eſpeces. On entendra nettement ces trois termes, pourvû qu'on ſe ſouvienne que dans une diſtribution pareille qui regarderoit les grands Animaux, les Quadrupedes, par exemple, ſeroient une Claſſe, les Chiens un Genre, les Dogues, les Lévriers, &c. des Eſpeces. Les caracteres les plus propres à bien déſigner ces trois ordres, ce ſont les plus ſenſibles, les plus frappants, les plus populaires, ceux qui ſe manifeſtent le plus vîte, car il faut que tout le monde

puiſſe reconnoître ce dont il s'agit, ſans héſiter, & le plus promptement qu'il ſe puiſſe.

M. de Reaumur s'eſt tourné de tous les côtés pour tâcher de diſtribuer les Chenilles en Claſſes, Genres & Eſpeces, ſoit par leur figure, & par les proportions de leur corps, ſoit par le nombre de leurs Anneaux, ſoit par celui de leurs Jambes écailleuſes ou membraneuſes, ſoit par certaines Cornes qu'elles ont quelquefois vers la tête, quelquefois vers le derriére, ſoit par des tubercules ou mamelons ſemés quelquefois ſur leur peau, ſoit par les poils qu'elles ont ſouvent, & dont elles ſont quelquefois privées, ſoit par la poſition des touffes ou bouquets de ces poils, ſoit par les couleurs diſpoſées ſur leur peau ou en long ou en travers, ſoit par les Plantes qui leur ſervent d'aliment préférablement aux autres, ſoit par leur genre de vie, ou ſolitaire, ou en ſocieté, &c. Tous ces principes de différence, très-nombreux par eux-mêmes, ſe combinent ſi diverſement enſemble, & ſe ſoûtiennent ſi peu dans chaque combinaiſon, qu'on diroit que les Chenilles ont voulu ſe dérober à tout ordre artificiel de la Philoſophie. Cependant M. de Reaumur n'a pas laiſſé d'établir ſept Claſſes, ſous leſquelles il indique comment on pourra ranger des Genres & des Eſpeces. Il a déja les moyens de caractériſer aſſés bien les Chenilles, dont il traite, pour les rendre aiſément reconnoiſſables.

Ce ſont-là de ces endroits d'un ouvrage qui ont apparemment le plus coûté, & qui intéreſſent le moins la plûpart des Lecteurs. Combien de gens peu curieux de voir jamais les Chenilles de M. de Reaumur, ſe contenteront d'apprendre & de croire ſur ſa parole qu'il y en a qui ont telles & telles propriétés, qui font telles & telles opérations ? mais il faut que des Naturaliſtes plus curieux & mieux inſtruits travaillent pour ces gens-là mêmes, & c'eſt pour faciliter le travail des Naturaliſtes que l'on entre dans des diſcuſſions qui ne ſont que pour eux.

Nous ne prendrons de tout le Livre de M. de Reaumur que ce qui peut être du goût de ce plus grand nombre de

Lecteurs, les faits principaux que nous dépouillerons même de l'ingénieux & agréable détail des explications Méchaniques. Il nous meneroit beaucoup trop loin, & souvent ces faits ainsi dépouillés seront comme des especes d'Enigmes proposées par la Nature, & dont le mot ne sera pas aisé à trouver.

Les Chenilles ne paroissent qu'au Printemps, lorsqu'une bonne provision d'aliments différents, selon le goût des différentes especes, les attend de tous côtés.

Quelques especes vivent en communauté, elles se mettent plusieurs ensemble à ronger la même feuille; d'autres veulent vivre solitaires, & ronger chacune leur feuille à part.

Il y en a, j'entends des especes, qui ne mangent que la nuit, & se vont cacher sous terre pendant tout le jour, de sorte qu'un Jardinier qui a laissé vers le soir une Plante bien exempte de Chenilles, bien saine, est fort surpris de la retrouver le matin toute ravagée sans y découvrir les ennemis.

Quelques especes de Chenilles n'ont point, comme toutes les autres, la faculté d'étendre & de resserrer, d'allonger & de raccourcir leurs anneaux, elles ont le corps roide, & quand elles se sont accrochées sur une branche par leurs premiéres jambes, elles peuvent s'y soûtenir pendant une heure entiére, le corps posé en haut verticalement, de maniére qu'on les prendroit pour un petit brin de bois. Quelle force ne faut-il pas à leurs Muscles pour une attitude si contrainte! Elle peut durer encore après leur mort, ce qui augmente la merveille. *Il leur faut encore* sans comparaison plus de force pour se soûtenir horisontalement, comme elles font quand il leur plaît.

Il y a des Chenilles si voraces, qu'en moins de 24 heures elles mangent plus du double du poids de leur corps. Les grands Animaux sont bien sobres en comparaison. Aussi croissent-elles extrêmement vîte.

M. Malpighi a découvert que les Chenilles respiroient l'air par 18 Poumons dont les Trachées avoient leurs ouvertures extérieures disposées le long du corps sur deux lignes paralleles. Ce qui a prouvé à ce grand & ingénieux Observateur

que ces ouvertures qu'il appelle *Stigmates*, ſont des ouvertures de Trachées, c'eſt qu'en y appliquant de l'Huile qui les bouchoit, il voyoit les Chenilles mourir étouffées. Il a cru, & même ſur quelques expériences, que l'air reſortoit enſuite par les mêmes endroits par où il étoit entré, ainſi que dans les grands Animaux, mais M. de Reaumur, qui a eu le mérite de vouloir encore, après une ſi grande autorité, s'en convaincre par lui-même, a trouvé, en tenant des Chenilles ſous l'eau, où elles vivent des heures entiéres, que tout leur corps ſe couvre de bulles d'air, & beaucoup moins aux endroits où ſont les Stigmates, & que par conſéquent l'air ſort de toute l'habitude du corps par des ouvertures inſenſibles, comme la matiére de notre tranſpiration. Il a été réduit en particules extrêmement ſubtiles par ſon paſſage dans des canaux auſſi fins que ceux qui ont fait les rameaux, & les rameaux de rameaux de Trachées auſſi déliées dès leur origine. De plus, les Chenilles ne ſe gonflent point, comme les autres Animaux, dans la Machine du Vuide, marque que l'air contenu dans leur corps s'en échappe aiſément.

Elles vivent des deux ou trois jours dans ce Vuide, quelque parfait qu'on l'ait pû faire, mais ſans aucun mouvement. Dès qu'on leur rend l'air, elles ſe raniment.

M. Malpighi a cru que les Chenilles avoient tout le long & au milieu de leur corps un grand nombre de Cœurs auſſi-bien que de Poumons, mais autant qu'on en peut juger dans une Anatomie ſi délicate, & qui approche tant d'être impoſſible, M. de Reaumur croit que cette ſuite apparente de Cœurs n'eſt qu'une longue Artere droite, qui, à la vérité, a des étranglements qui ſemblent la diviſer en différentes parties, mais des étranglements cauſés par des compreſſions de corps voiſins, & tels qu'on peut les faire diſparoître.

Tous les ans les Quadrupedes & les Oiſeaux muent, c'eſt-à-dire, changent de poils ou de plumes. Les Inſectes font plus, tous ceux que M. de Reaumur connoît, & il en connoît beaucoup, changent de peau une fois au moins en leur vie,

les

les Vers à ſoye juſqu'à quatre fois, la plûpart des autres Chenilles autant.

Quand les Chenilles ſe préparent à muer, elles ceſſent de ſe nourrir, tombent dans une grande langueur, & perdent l'éclat de leurs couleurs, & quelquefois quelques-unes de ces couleurs mêmes.

En général leur artifice pour ſe dépouiller conſiſte à gonfler & à contracter alternativement leurs Anneaux, moyennant quoi leur ancienne peau tiraillée en divers ſens ſe détache de la nouvelle déja toute formée au deſſous, & vient à ſe fendre en quelque endroit par où le corps de la Chenille a un commencement d'iſſuë. Le reſte eſt facile à imaginer.

Mais la merveille eſt d'un côté la perfection de l'ancienne peau, de l'autre celle de la nouvelle. La dépouille eſt ſi parfaite, qu'elle comprend les Dents, les Ongles, & juſqu'au Crâne, qui eſt aſſés dur & écailleux. La nouvelle peau eſt ſi parfaite, que dans les Chenilles veluës elle a les poils tout pareils à ceux qui ſont reſtés ſur l'ancienne, diſpoſés de la même maniére, auſſi longs, & quelquefois plus, & cela dès que l'Animal paroît dans ſon renouvellement. On ne peut donc pas penſer que les nouveaux poils fuſſent logés dans les anciens comme dans des Etuis, d'où ils ſe ſeroient dégagés; M. de Reaumur s'eſt encore aſſûré de la fauſſeté de cette idée, en coupant bien exactement tous les poils à une Chenille toute prête à muer, il eût coupé néceſſairement auſſi les poils de la nouvelle peau, mais elle n'en fut pas moins couverte. Tout ce qui reſte à penſer, & on peut s'en aſſûrer par ſes yeux, c'eſt que les nouveaux poils bien formés & ayant toute leur étenduë, ſe tiennent couchés ſur la nouvelle peau, parce que l'ancienne les y oblige tant qu'elle n'eſt pas détachée. On conçoit même que l'effort qu'ils font pour ſe redreſſer doit aider à la ſéparation des deux peaux, ſans compter une liqueur aſſés abondante qui ſe répand alors entre elles.

M. de Reaumur a trouvé que le nouveau Crâne étoit

presque toûjours considérablement plus grand que l'ancien; & comment a-t-il été renfermé sous l'ancien? ce seroit encore une question quand il ne seroit qu'égal. Il faut qu'étant plus mol & plus fléxible, il se soit un peu accommodé au lieu qui le renfermoit, & que quand il a été libre, il ait pris par son ressort sa figure naturelle, & en même temps sa consistance & sa dureté par le desséchement de l'air.

Il est à remarquer que les couleurs de la nouvelle peau ne sont pas toûjours les mêmes que celles de l'ancienne, & par conséquent, si on jugeoit par les couleurs, on pourroit croire qu'une même Chenille en seroit deux différentes, ou au contraire.

Quelque temps après leur derniére peau, il leur arrive encore un changement beaucoup plus considérable, elles deviennent ce qu'on appelle communément *Féve*, & dans la langue des Naturalistes *Crisalide*, ou *Aurélie*, ou *Nimphe*.

Les noms de *Crisalide* ou d'*Aurélie* viennent de la couleur d'or dont quelquefois tout le corps de quelques especes, ou quelques endroits du corps, brillent dans leur nouvel état. Le nom de *Nimphe* vient de ce qu'elles sont alors comme voilées, & couvertes de la maniére dont l'étoient anciennement les *épousées*. Il est pourtant vrai qu'elles ressemblent davantage à des Momies d'Egipte. Tout le monde connoît la figure de quelques Crisalides, ne fût-ce que de celles des Vers à soye. Toute Crisalide est si différente de la Chenille qu'elle étoit auparavant, qu'on n'auroit jamais cru que ce fût le même Animal. Elle n'a même presque plus aucune apparence d'Animal, nul mouvement, nul besoin de nourriture, nul signe de vie, si ce n'est quelque sensibilité dans la partie postérieure de son corps, quand on la touche.

Pour se garantir des accidents contre lesquels elles n'ont point de défense dans cet état de foiblesse & de langueur, les Chenilles, qui semblent le prévoir, se filent des Coques où elles s'enferment, & sont à l'abri de tout. Les Vers à soye s'en font de très-fortes, de très-épaisses, & d'une belle matiére qui est une richesse pour nous. D'autres Chenilles ne

ſe filent que des Coques peu garnies, au travers deſquelles on les voit, & dont la matiére eſt mauvaiſe. D'autres, qui ont peu de matiére à fournir, rempliſſent les vuides de leur tiſſu de ſoye par de petits grains de terre fort adroitement tranſportés & placés où il faut, ſerrés & battus autant qu'il l'a fallu. D'autres prennent une feuille pour la *cage* de leur édifice, la plient & la roulent très-induſtrieuſement en forme de Cornet par le moyen de fils de ſoye qu'elles attachent d'un bord à l'autre de la feuille. D'autres enfin, tant la variété eſt grande, ſe paſſent de Coques, & ſe retirent ſeulement dans des lieux de ſûreté, ou bien même plus hardies ou moins prévoyantes, elles ſe tiennent à l'air ſous la dangereuſe forme de Criſalides.

De celles-ci quelques-unes ont l'art de ſe fixer contre un corps ſolide, ſuſpenduës ſeulement par la queuë, la tête en embas; d'autres, par un art encore plus étonnant, ſe ſont entouré le milieu du corps d'un cordon de ſoye qui les tient ſuſpenduës, & les aſſûre dans cette ſituation. Si on fait bien réfléxion à ces deux derniéres induſtries, on ſentira combien elles doivent être difficiles. Il y a bien là, auſſi-bien que dans beaucoup d'autres choſes du même genre, de quoi exercer l'adreſſe du Phiſicien pour trouver les moyens de voir ce qui ſe peut voir de ces ſortes de manœuvres, & ſa ſagacité pour ſuppléer par raiſonnement à ce qu'il n'aura pas vû.

Quand la Chenille doit devenir Criſalide, elle s'y prépare par quelque temps de jeûne, peut-être eſt-ce un jeûne forcé par des douleurs qu'elle ſouffre. Les peaux qu'elle a quittées ſucceſſivement juſques-là ne couvroient qu'une Chenille, ne laiſſoient voir en tombant qu'une Chenille, mais la derniére peau n'en couvroit plus, & n'en laiſſe plus voir une, c'eſt un Animal d'une figure & d'une conſtitution toute différente, une Criſalide.

La Chenille, après avoir ceſſé de prendre de la nourriture, ſe vuide abondamment. On trouve dans ſes excréments des portions d'une Membrane que M. de Reaumur a reconnuë pour être celle qui doubloit le canal de leur Eſtomac & de

leurs Intestins. Elles la rejettent comme font les Ecrevisses
* p. 16. dont il a été parlé dans l'Histoire de 1709* d'après M. Geoffroy.

Les mouvements & les efforts nécessaires pour quitter le dernier fourreau de Chenille, sont plus grands que ceux qui l'ont été pour les précédentes dépouilles. Cependant cette opération difficile est fort prompte. Toutes les actions de la Chenille ont été exposées dans le détail le plus exact & le plus curieux.

Quelquefois le fourreau de Chenille lui reste attaché par embas en un petit endroit, elle ne le peut plus souffrir, & elle use d'une industrie nouvelle pour achever de s'en défaire entiérement.

Vû la grande diversité des especes de Chenilles, on s'attend bien que les Crisalides seront de figures fort différentes. Elles ont aussi une durée fort différente jusqu'à la transformation qui les attend encore. Quelques-unes ne sont Crisalides que 10 jours, d'autres le sont pendant tout l'Hiver & une partie du Printemps. Ce sont-là les deux extrêmes.

En quittant le fourreau de Chenilles, les Crisalides y laissent leurs 18 Stigmates bien marqués & même plus aisés à observer & à examiner par rapport à leur structure, qu'ils ne l'étoient auparavant. Mais elles en ont d'autres presque semblables sur leur nouvelle enveloppe de Crisalide. Il y a donc lieu de croire qu'elles respirent, quoique mortes en apparence; elles respirent en effet, mais ce qu'il y a de singulier, c'est qu'elles perdent par degrés & jusqu'à un certain point où elles s'arrêtent, leur faculté de respirer, & le besoin qu'elles en ont. Dans les premiers jours tous leurs Stigmates leur sont nécessaires, ensuite ceux d'embas se bouchent, & elles se contentent de ceux d'enhaut, quelques-uns de ceux-ci se bouchent aussi, & il ne reste enfin que les plus hauts, & ils leur suffisent. Comment a-t-on pû pénétrer jusqu'à ces particularités? Des Crisalides de différents âges ont été plongées dans de l'Huile à différentes hauteurs par M. de Reaumur, & il a vû jusqu'à quelle hauteur il falloit plonger

chacune d'elles pour lui ôter la respiration, & la faire mourir, c'est-à-dire, la priver entiérement du sentiment qui lui restoit.

Quand une Crisalide est plongée dans l'eau, on ne voit plus son corps se couvrir de bulles d'air, horsmis à l'endroit des Stigmates, comme il seroit arrivé lorsque la même Crisalide étoit Chenille, ce ne sont plus que les Stigmates qui rendent de l'air, ceux qui ne se sont pas encore fermés. Il est fort naturel que l'enveloppe presque toute écailleuse de la Crisalide ne laisse pas échapper l'air comme une peau molle & tendre, mais l'air a donc pris dans le corps de la Crisalide des routes qu'il ne suivoit pas auparavant. C'est une conclusion étonnante qu'il faut pourtant admettre.

La circulation de ce qu'on doit appeller *Sang* dans ces Animaux, change aussi. Cette longue Artere droite, dont nous avons parlé, pousse dans la Chenille sa liqueur du derriére vers la tête, dans la Crisalide c'est le contraire.

Dans la Machine Pneumatique, la Crisalide, à cause de la dureté & de la fermeté de son enveloppe extérieure, ne peut pas augmenter de grosseur, mais elle augmente de longueur, ses Anneaux qui étoient emboîtés les uns dans les autres, se déboîtent & s'écartent, tant il est vrai que l'air s'échappoit du corps des Chenilles, & ne peut plus s'échapper de celui des Crisalides.

Après que celles d'entre les Crisalides qui sont dorées, & qui même le sont le mieux, ont quitté leur enveloppe pour devenir *Papillons*, *leur dépouille* ne conserve rien de sa belle couleur d'or qui la rendoit si magnifique, elle n'est plus que d'une couleur très-commune. Sur cela M. de Reaumur imagina qu'elle pouvoit ressembler à nos Cuirs dorés, qui le sont sans aucun or. Tout ne consiste qu'en un Vernis d'une couleur brune, quand il est en masse, mais s'il est étendu sur des feuilles d'un très-beau blanc, bien polies, ce blanc vû au travers du Vernis paroît le plus bel or. Il se trouva en effet que la premiére peau très-fine de la Crisalide étant transparente, a sous elle ou une membrane ou une liqueur desséchée, qui est d'un très-beau blanc. Cette premiére peau

fait l'office du Vernis des Cuirs. Si on la détache seule avec adresse du corps de la Crisalide, & qu'on l'étende sur de l'argent bien bruni, c'est de l'or. Si on l'enleve avec sa matiére blanche, la dorure se perd dans quelques heures, apparemment parce que cette couche de blanc se desséche à l'air, & par conséquent se ride, & perd le poli nécessaire; ce qui le persuade bien, c'est qu'il ne faut que la mouiller pour faire renaître l'or, & cela autant de fois qu'il a disparu. Mais la dorure de l'enveloppe que le Papillon a quittée naturellement ne revient pas ainsi pour être mouillée. Quand le Papillon s'est dégagé, il est arrivé des changements à la couche de blanc, peut-être les efforts qu'il a faits l'ont-ils ou détachée, ou trop altérée par le mêlange de quelque autre matiére qui y est survenuë à leur occasion.

Il faut que l'Animal subisse encore une métamorphose, qu'il prenne la forme de Papillon, très-différente des deux premiéres. Il la prend ou dans sa Coque même, ou dans la petite retraite qui lui en a tenu lieu, s'il ne s'est pas fait de Coque. Dans ce 2d cas il n'y a pas de difficulté à comprendre comment il sort, il n'y en a pas non plus quand sa Coque est fort mince, une gaze très-légere & transparente, on le voit qui la perce avec sa tête, mais quand la Coque est très-épaisse & très-serrée, comme celle du Ver à Soye, on ne voit que, l'Animal sorti, la Coque percée à l'endroit de la tête, & on ne sçait comment il a fait pour forcer sa prison. Après tant d'autres misteres de cette espece qui se sont laissé pénétrer par M. de Reaumur, celui-là s'est refusé à lui. Seulement il a conjecturé que l'instrument tranchant ou divisant, dont le Papillon s'étoit servi, car il en faut un, & la tête n'en peut faire la fonction par elle-même, pouvoit être ses Yeux. Le paradoxe paroît violent, mais ces yeux, dont nous parlerons tantôt un peu plus au long, sont tels que toute leur convéxité est remplie d'une dentelure très-fine & proportionnée aux fils de Soye qu'elle couperoit les uns après les autres, & sur lesquels elle agiroit comme une Lime sur du bois. Enfin c'est sûrement la tête qui opere, ce

n'eſt pas le total de la tête, c'en eſt donc quelque partie, il faut la trouver.

Il y a des eſpeces de Chenilles qui ne jettent pas les Naturaliſtes dans cet embarras, elles laiſſent leurs Coques ouvertes, & en ſortent ſans peine. Elles ſont donc, pendant tout le temps qu'elles ſont Criſalides, expoſées ſans aucune défenſe à toutes les attaques, à toutes les inſultes des autres Inſectes leurs ennemis? Non. Elles ont fait une eſpece de Labirinthe où l'Inſecte étranger s'égareroit ſans arriver juſqu'à la Criſalide. Un Poiſſon entre aiſément juſqu'au fond de la Naſſe, & n'en peut preſque plus ſortir, elles ont renverſé l'artifice de la Naſſe dans leur Coque, l'Inſecte étranger n'y peut preſque pas entrer, & le Papillon en ſort ſans difficulté.

Il n'eſt pas beſoin d'obſerver bien finement une Criſalide pour y voir le Papillon comme emmaillotté. C'eſt un petit paquet diſpoſé & arrangé de façon que le volume en ſoit le moindre qu'il ſe puiſſe, & qu'aucune partie ne ſoit ni bleſſée, ni trop gênée. Les quatre Aîles, par exemple, deux ſupérieures & deux inférieures, ſont appliquées tout de leur long des deux côtés du corps, les deux *Antennes,* qui ſont deux eſpeces de longues Cornes que le Papillon porte ſur le devant de ſa tête, ſont renverſées de devant en arriére & étenduës ſur le dos. La Trompe dont il doit ſe ſervir pour ſuccer les fleurs, & qui eſt longue, peut être roulée en Spirale, *& s'étendre* auſſi de ſon long.

L'enveloppe de Criſalide, cartilagineuſe comme elle eſt, & même écailleuſe, eſt aſſés dure, & quand le temps preſcrit, où le Papillon doit en ſortir, eſt arrivé, il a beſoin de plus grands efforts que ceux qui lui ont ſuffi, quand il étoit Chenille, pour ſe dégager ſucceſſivement de chacune de ſes peaux.

De la Chenille au Papillon il n'y a point de vraye métamorphoſe. Il eſt viſible que de la Criſalide au Papillon il n'y en a point, c'eſt un ſimple développement qui ſe paſſe ſous nos yeux, c'eſt donc toûjours la même choſe dans le

total, ou de la Chenille au Papillon; le Papillon étoit enveloppé dans la Chenille avec ses Aîles, ses Antennes, sa Trompe, &c. mais rien de tout cela n'y étoit visible; il n'y a que le bas de son corps, encore divisé en Anneaux, qui se sente de la premiére forme de Reptile. D'un Œuf à un Poulet, quel changement! Ce n'est pourtant qu'un développement dont on se peut donner le Spectacle d'un bout à l'autre, & voir toutes les différentes Décorations se succeder. La Chenille peut être regardée, si l'on veut, comme l'Œuf du Papillon. Il n'est point absolument nécessaire qu'un Œuf, pour être véritablement Œuf, ne prenne point de nourriture.

La premiére chose que fait le Papillon, c'est de se vuider copieusement. Destiné desormais à des aliments plus délicats, il ne conserve rien de ses anciens aliments grossiers. Ces excréments sont quelquefois rouges, & accompagnés de quelques gouttes de cette couleur. Sur cela M. de Reaumur se souvient d'un trait de la vie du celebre M. de Peiresc. On vit un matin dans la Campagne des environs d'Aix un grand nombre de taches rouges semées en différents endroits; on s'imagine aussi-tôt que c'est une pluye de Sang tombée du Ciel, & on s'allarme de cet horrible présage. M. de Peiresc dissipa l'effroi par différentes remarques dignes d'un bon Phisicien, & principalement en montrant de ces Taches dans de petits creux où une pluye n'auroit jamais pû tomber. On reconnoît bien là un accident causé par les Papillons dont nous venons de parler. Un Papillon, dont la tête a de l'air d'une tête de mort, a répandu encore bien de la terreur, quand il a paru dans des contrées déja affligées de quelque calamité. L'ignorance de la Phisique est souvent un grand mal pour le Genre humain.

Il y a des Papillons qui ne volent ou ne volent guere que le jour, & d'autres au contraire que la nuit. On appelle les 1ers *diurnes*, & les 2ds *nocturnes*, ou *Phalenes*. Les nocturnes sont en beaucoup plus grand nombre que les diurnes.

Les nocturnes, qui apparemment craignent donc le jour, vont

vont cependant la nuit se rendre à toutes les lumiéres, quoique très-vives, qu'ils voyent, & même s'y brûlent, source très-commune de comparaisons poëtiques. M. de Reaumur ayant remarqué qu'il n'y a guere que les Mâles des Phalenes qui soient attirés la nuit par la lumiére, & voltigent à l'entour, soupçonne qu'ils cherchent leurs femelles, brillantes peut-être, comme celles des Vers luisants *, de quelque lumiére, mais beaucoup plus foible, & visible seulement pour eux. L'expédient des petits Phares que portent des femelles, employé par la Nature pour avertir leurs Mâles du lieu où elles sont, pourroit bien avoir été employé plus d'une fois.

* V. l'Hist. de 1723. p. 9.

Quand le Papillon est sorti de son enveloppe de Crisalide & de sa Coque, il est comme tout étonné de son nouvel état, & il lui faut quelque temps pour s'y accoûtumer, ou, à parler plus précisément, pour se sécher à l'air, & se défaire d'une humidité superfluë qui l'engourdissoit. Il commence à étendre ses Aîles. On pourroit s'imaginer qu'elles étoient pliées comme un Eventail sous le fourreau qu'il a quitté; mais non, elles étoient seulement fort petites, mais en récompense fort épaisses, leurs vaisseaux qui étoient gênés, contournés les uns sur les autres, pleins d'obstructions, vont se mettre en liberté, prendre les directions que demande le cours des liqueurs, & augmenter la superficie totale en diminuant à proportion l'épaisseur.

Les Aîles des Papillons, & cela leur est particulier, sont couvertes d'une espece de poussiére ou de farine, qui s'attache aux doigts, quand on y touche. On a vû avec le Microscope que chaque atome de cette poussiére est une petite plume insérée par un pédicule dans le corps de l'Aîle, M. de Reaumur croit que le nom d'*écaille* lui convient mieux, & le prouve. Ces écailles, qu'il a observées avec grand soin, sont d'une infinité de figures différentes soit sur les Ailes de différents Papillons, soit sur les Aîles du même. C'est d'elles que viennent & toutes ces couleurs, & tous ces compartiments de couleurs, quelquefois distribuées si agréablement & si heureusement, qu'elles donnent un grand prix à ces

Aîles, & les rendent un objet de passion pour quelques Curieux.

Les Yeux des Papillons, aussi-bien que ceux des Mouches, des Scarabés, & de divers autres Insectes, sont une merveille des plus singuliéres. Aux deux côtés de la tête sont deux petites plaques arrondies, luisantes, de consistance assés ferme, qu'on ne peut s'empêcher de prendre pour des Yeux, ou du moins pour leur Cornée. Mais ces Cornées, car nous leur en laisserons le nom, vûës au Microscope, sont un Réseau qui a une infinité de mailles rectilignes le plus souvent, & fort réguliéres, & du milieu de chacune s'éleve une petite Lentille, que les plus grands Observateurs en cette matiére, & qui ont le plus consulté l'expérience, s'accordent à prendre pour un Cristallin. En les comptant, il n'y a pas, selon M. Puget, moins de 17325 Cristallins sur chaque Cornée d'un Papillon. Nous sommes des Aveugles en comparaison de ces Insectes-là. La Nature si prodigue pour eux à cet égard n'aura pourtant pas été follement prodigue, elle ne leur aura donné que ce qui leur étoit nécessaire, mais pour quels usages, pour quels besoins? c'est ce que nous ignorons, ainsi que beaucoup d'autres choses. Il faut qu'une ignorance se console à la vûë du grand nombre de ses pareilles. Ce sont les surfaces convexes de chaque Cornée du Papillon que M. de Reaumur a cru propres à scier la Soye de la Coque.

Les Antennes sont encore une partie du Papillon très-remarquable par sa structure, & dont l'usage est ou ignoré, ou très-incertain. Elles sont en général mobiles sur leur base, en quoi elles different des Cornes des grands Animaux, & de plus articulées & divisées par des especes de Vertebres, de sorte qu'elles peuvent se courber, se contourner au gré de l'Animal, du reste différemment conformées, différemment terminées, lisses ou à poils, & ces poils sont quelquefois au Microscope des barbes de Plumes, mobiles elles-mêmes sur leur base, &c. souvent les Antennes paroissent des tuyaux creux. Tant que l'on n'a guere examiné les Papillons, on a pû comparer les Antennes au Bâton des Aveugles, mais

la comparaison ne peut plus convenir à des Animaux à qui l'on connoît tant de milliers d'Yeux, &, ce qui prouve mieux, c'est que les Papillons vont souvent les Antennes toutes droites, & ne s'en servent nullement comme d'un Bâton pour tâter leur chemin, ou reconnoître ce qui se présente devant eux. Les Antennes seroient plûtôt les Organes de l'Odorat des Papillons, qui apparemment en ont besoin pour le discernement des Plantes & de leurs sucs. Mais après tout, pourquoi n'y auroit-il dans l'Univers que les cinq Sens dont nous sommes doués? S'il y en a d'autres, dont quelques-uns soient tombés en partage à des Animaux de notre Globe, certainement nous ne reconnoîtrons pas les Organes qui leur appartiendront. Un Sourd devineroit-il l'usage d'une Trompette?

Celui de la Trompe des Papillons, quand ils en ont une, car ils n'en ont pas tous, du moins sensiblement, est incontestable, elle leur sert à succer les Fleurs, c'est leur unique Bouche. Ce Tuyau peut avoir jusqu'à 3 pouces de long. Son ressort naturel le tient roulé, & en cet état il trouve une espece d'Etui où se loger, il ne se déroule & ne s'étend en longueur que par la volonté ou une action de l'Animal. Il est composé d'Anneaux qui ne peuvent guere être faits que pour un mouvement vermiculaire, pour des contractions & des dilatations successives, qui conduiront de la fleur jusqu'au corps de l'Animal une petite parcelle d'aliment prise par le bout de la Trompe. Ce n'est pas que la simple suction ne pût suffire pour faire monter une goutte de liqueur le long d'un canal infléxible, qui n'aidera point à la pousser, mais dans le cas présent il faudroit que la goutte fût toûjours extrêmement fine, & incapable de s'attacher aux parois intérieures du canal, & cela peut très-aisément ne se pas rencontrer. La suction & l'action du canal se joindront fort bien ensemble, & n'en feront chacune que plus sûres de leur effet.

La Trompe, qui au simple coup d'oeil n'est qu'un canal, beaucoup mieux observée par M. de Reaumur, se trouve en

être trois disposés sur un même plan ; celui du milieu étant le plus gros, & en ayant à ses côtés deux égaux entre eux. M. de Reaumur s'est suffisamment assûré que la liqueur nourriciére tirée des fleurs ne monte que par le canal du milieu. A quoi serviront donc les deux autres ? A recevoir l'air nécessaire pour la respiration, & apparemment aussi à le rendre. La Trompe sera en même temps Œsophage & Trachée.

Par ce même canal du milieu qui fait monter la liqueur nourriciére de la fleur à l'Animal, M. de Reaumur a vû aussi descendre une liqueur, & descendre à plein canal, sans qu'il y eût d'ailleurs aucun indice que ce fût une espece de vomissement, sans aucun effort extraordinaire du Papillon, qui continuoit toûjours tranquillement à se nourrir d'un petit morceau de Sucre, auquel il fut obstinément attaché pendant deux heures après un long jeûne. Ce fut la nature de ce Sucre qui fit deviner à l'Observateur de quoi il s'agissoit. Cet aliment, agréable d'ailleurs au Papillon, étoit pourtant trop dur & trop sec, il l'humectoit & se l'assaisonnoit par une liqueur qu'il fournissoit lui-même, & en effet le Sucre se trouva amolli, & comme mouillé dans les endroits piqués par la Trompe. Sans doute les Papillons en font autant dans toutes les occasions pareilles, mais elles passent toûjours si rapidement qu'on n'y peut rien voir, & M. de Reaumur ne dut cette découverte qu'à un pur hazard, hazard cependant de la nature de ceux qui ne sont que pour les Observateurs très-assidus, & aussi intelligents qu'assidus.

Si on conçoit la Trompe divisée en deux moitiés égales par un plan où soit compris l'axe qui fait sa longueur, ces deux moitiés n'appartiennent point, comme on l'auroit cru naturellement, à une même membrane continuë, ce sont deux demi-canaux appliqués simplement l'un contre l'autre pour en faire un total, qui se séparent aisément, horsmis vers la tête, & si aisément qu'ils sont quelquefois séparés d'eux-mêmes ou par quelque leger accident, & qu'il faut que le Papillon travaille à les remettre ensemble. S'il n'y réussit pas, sa mort est assûrée, faute de nourriture. Mais comment

remet-il enſemble ces deux moitiés ? de la même maniére dont on y remet des barbes de Plume dont on a rompu la continuité en deſengrainant les uns d'avec les autres les petits fils qui les compoſent ; il ne faut que paſſer un peu la main ſur ces barbes, en rapprocher les parties ſéparées, & dans un inſtant heureux, qui par conſéquent n'arrive pas toûjours, tout l'engrainage ſe rétablit. Les deux moitiés de la Trompe s'uniſſent ainſi par des poils dans leur partie ſupérieure. Il ne faut point craindre que la Trompe ne ſoit mal fermée, & ne laiſſe échapper ou l'air ou les liqueurs, les barbes des Plumes, impénétrables à l'air & à l'eau, répondroient bien nettement à cette difficulté.

M. de Reaumur ne s'eſt pas moins appliqué à imaginer un ordre pour les Papillons que pour les Chenilles. Comme un Papillon a été Chenille, & continuë ſous la forme de Papillon d'être le même Animal qu'il étoit, il ſeroit à ſouhaiter que dans cet ordre qu'on imagineroit, on lui pût aſſigner une certaine place pour toute ſa vie. Mais c'eſt ce qui ne ſe peut, on n'a point encore aſſés d'obſervations, & peut-être n'en aura-t-on jamais aſſés pour ſçavoir quel Papillon viendra d'une telle Chenille, ou de quelle Chenille eſt venu un tel Papillon. Au contraire on voit quelquefois que de deux Chenilles qu'on ne peut s'empêcher de rapporter au même Genre, viennent deux Papillons qu'on ne peut rapporter au même. Et pour le dire à cette occaſion, la beauté des Chenilles, car elles en peuvent avoir une, & bien marquée, ne tire nullement à conſéquence pour celle des Papillons, & réciproquement. Il faut donc renoncer, du moins quant-à-préſent, à l'ordre *continu*, qui comprendroit tout de ſuite les Chenilles & leurs Papillons, & ſe contenter de l'ordre *interrompu*, qui les regardera comme différents Animaux.

Les Papillons diurnes & les nocturnes ſont d'abord deux Claſſes, qui ſe préſentent d'elles-mêmes. Pour les ſubdiviſions ſuivantes, qui demandent auſſi des caracteres ſenſibles, M. de Reaumur les regle par la figure des Antennes, par

celle des Trompes, par celle des Aîles, & encore plus par le port des Aîles, car il est très-différent en différents Papillons, quelques-uns les portent paralleles au plan sur lequel ils sont posés, d'autres les portent perpendiculaires, les uns en Toit aigu, d'autres en Toit écrasé, &c. Enfin toutes les marques, toutes les distinctions extérieures, où l'on peut se prendre, étant saisies, M. de Reaumur parvient à établir sept Classes de Papillons diurnes, & sept de nocturnes, & dans la 5me Classe de ceux-ci jusqu'à 10 Genres.

Ce n'est que dans l'état de Papillon que ces Insectes songent à la multiplication de leur espece, mais ce 1er Tome de M. de Reaumur ne va pas jusques-là. Il faut en attendre la suite, à qui l'on ne peut guere souhaiter rien de mieux que d'en être digne.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

V. les M. p. 553. L'Ecrit de M. de Reaumur sur des Observations du Thermometre faites par M. de Cossigni dans l'Isle de Bourbon.

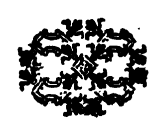
V. les M. p. 564. L'Ecrit de M. du Fay sur les Observations Météorologiques de M. Musschembroek faites à Utrecht en 1734.

V. les M. p. 567. Le Journal des Observations d'Aurores Boréales en 1734 par M. de Mairan.

V. les M. p. 590. La Méthode de M. Godin pour observer la variation de l'Aiguille.

V. les M. p. 594. Les Observations Météorologiques de 1734 par M. Maraldi.

V. les M. p. 597. Et une Addition de M. de la Condamine à son Mémoire sur la Déclinaison de l'Aiguille.



ANATOMIE.

SUR LA FISTULE LACRIMALE.

IL y a dans l'Œil une Glande placée entre la partie supérieure du globe de l'Œil & la voute de l'Orbite. Dès que l'Œil se meut, il frotte contre cette Glande, & en exprime une liqueur qui sert à enduire sa surface, à la rendre plus lisse, plus polie & plus mobile, de sorte que ce mouvement-là même produit ce qui doit le faciliter. La liqueur sortie de la Glande se répand en petits ruisseaux très-fins sous la surface interne de la Paupiére supérieure, & sur la surface de l'Œil, d'où elle tomberoit naturellement au plus bas de l'Œil, & en sortiroit bien-tôt pour aller mouiller la Jouë, si deux especes de Goutiéres que les bords des Paupiéres forment avec le globe de l'Œil, sur lequel ils appuyent, ne ramassoient la liqueur, & ne la conduisoient vers le grand angle de l'Œil, où elle aura sa décharge. Ce sont deux petites ouvertures, que l'on appelle *Points lacrimaux*, ouvertures de deux canaux fort courts, qui s'étant réunis, portent la liqueur dans un Réservoir commun, nommé *Sac lacrimal*, assés spatieux d'abord par rapport à ces parties-là, mais qui va toûjours diminuant, & se termine par un petit canal étroit & court, appellé *Canal nasal*, parce qu'il s'ouvre dans le Nés, & y jette la liqueur. Quand elle est en si grande abondance qu'elle ne peut pas s'écouler toute par le Nés, & que l'Œil trop plein en laisse tomber une partie sur la Jouë, ce sont les Larmes plus proprement dites que quand elles ne s'extravasent pas. V. les M. p. 135.

M. Petit le Chirurgien, d'après qui nous parlons, croit que les Paupiéres qui se meuvent souvent, & bien plus souvent qu'on ne pense, poussent toûjours par ces mouvements

fréquents & très-brusques la liqueur des Larmes vers le grand angle de l'Œil, d'où elle se rendra dans le Nés. Il n'est pas même nécessaire que dès qu'elle est arrivée au grand angle, elle enfile la route des Points lacrimaux, elle peut sans inconvénient s'amasser en une certaine quantité avant que de couler, & M. Petit détermine le lieu où elle s'amassera.

Mais il regarde comme cause principale du passage de la liqueur dans le Nés un jeu de Siphon qu'il trouve qui résulte de la position que les Points lacrimaux ont entre eux & avec le Sac lacrimal. La liqueur pompée par un canal plus court tombe dans un plus long pour être versée où il faut. Cette action de Siphon s'unit à celle des Paupiéres, & y supplée quand il en est besoin, comme pendant le sommeil, où les Paupiéres n'agissent pas, & où il suffit d'une seule cause pour pousser les Larmes, puisqu'alors l'Œil en exprime moins de la Glande lacrimale.

Toute cette structure si délicate, & qui le paroîtroit encore beaucoup plus, si nous en faisions une description plus exacte, ne doit pas être fort difficile à déranger. Si par quelque cause que ce soit, il survient une obstruction au Canal nasal, qui, par son extrême finesse, en est assés susceptible, les Larmes, qui ne pourront plus se dégorger dans le Nés, séjourneront dans le Sac lacrimal, & s'y amasseront en trop grande quantité. Si elles sont douces, & une espece d'eau pure, elles créveront le Sac par la seule force que leur quantité leur donne; si elles sont âcres & salées, elles rongeront, corroderont quelque endroit du Sac, par où elles s'échapperont, & cela pourra même arriver avant qu'il s'en soit fait un grand amas. Alors par la mauvaise nature des Larmes, il se fait une fermentation qui produit du pus, dont la corrosion est encore plus forte, & ce pus se creuse une espece de trou caverneux, qui est une vraye *fistule*, que l'on appelle *lacrimale*. Dans le premier cas où les Larmes étoient douces, il est bien vrai qu'il y a aussi une ouverture par où elles s'échappent, mais cette ouverture n'est pas *fistuleuse*, ou fistule. Seulement elle le peut devenir assés aisément,

aisément, car les Larmes peuvent s'aigrir par leur séjour dans le Sac lacrimal. Il faudra avoir soin de le vuider souvent, en le comprimant.

M. Petit compte une 3me espece de maladie qui seroit Fistule sans être lacrimale. C'est lorsqu'il se forme au coin de l'Œil un petit Abscès si proche des Points lacrimaux, qu'il les bouche par son inflammation. Alors les Larmes, qui ne peuvent entrer dans les premiers canaux où elles devoient être reçûës, se répandent nécessairement au dehors, comme elles feroient dans une Fistule lacrimale, & c'est ce qui a pû faire croire que cette maladie en étoit une, mais réellement les Larmes ne sortent point par une ouverture fistuleuse. Il y a cependant une Fistule, qui est l'Abscès, mais les Larmes n'en sortent point, & dès que cet Abscès est percé, les Larmes reprennent leur cours naturel, & tout le mal est guéri.

Toute cette Théorie de la Fistule lacrimale n'est faite que pour amener un point de Pratique important, une opération particuliére que M. Petit employe dans cette maladie depuis plusieurs années, car il ne l'a pas trouvée d'abord, & elle est le fruit de son expérience & de ses réfléxions. Il assûre qu'elle lui a toûjours réussi, & en effet sa grande simplicité & les raisons physiques sur quoi elle est fondée, s'accordent fort avec cet éloge.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

UN jeune homme, âgé de 24 ans, d'une bonne famille de Schafhouse, ayant été sur Mer dans des temps extrêmement chauds, & ayant fait beaucoup d'excès de Vins très-violents, devint fol pendant la Canicule de 1733, &

quelquefois furieux, mais ſans fiévre. Il étoit alors à Veniſe, & il fut mis entre les mains de M. Michelotti, célébre Médecin de cette Ville, qui a paſſé les bornes de ſa profeſſion par des ouvrages d'une profonde Géométrie. Il ſeroit inutile de ſuivre jour par jour l'hiſtoire de la Cure, que M. Michelotti, Correſpondant de l'Académie, lui a envoyée. Il ſuffira de dire qu'elle ne conſiſta qu'en de fréquentes & abondantes Saignées & au Pied & au Bras & aux Temples par les Sangſuës, & ſur-tout en un uſage extraordinaire & preſque exceſſif d'eau froide & de Glace. Le peu de nourriture, & de nourriture très-legere qu'on lui donnoit, des Jus de Graine de Melon, par exemple, ou d'Amandes douces, déja très-rafraîchiſſants par leur propre ſubſtance, avoient encore été refroidis extérieurement autant qu'on l'avoit pû. Quand le Malade étoit plongé dans un Bain d'eau très-froide, ce qui lui arrivoit ſouvent, on lui verſoit encore bruſquement & impétueuſement de l'Eau à la glace ſur la Tête, qu'on avoit raſée exprès. Comme la folie conſiſte phiſiquement en ce que les Eſprits animaux trop abondants & trop agités ne ſuivent plus dans le Cerveau les routes qui leur ſont marquées, qu'ils ne ſe meuvent plus qu'irréguliérement, en confuſion, & comme des Torrents qui n'ont point de lit, l'intention de M. Michelotti étoit de diminuer d'abord le volume, & par-là la force de ces Torrents, & enſuite de les obliger à rentrer dans leurs canaux naturels, en reſſerrant par un grand froid toutes les parties où ils pouvoient s'être débordés. Cette intention lui réuſſit, & dès le premier jour de Septembre le Malade bien guéri partit pour retourner en ſon Païs, dont le Climat lui devoit mieux convenir que le Climat chaud de Veniſe.

Il n'eſt guére poſſible que le froid ait eu un ſi grand effet par une autre raiſon que celle qui vient d'être rapportée, & M. Michelotti a droit d'en conclure que l'Hellébore, ſi vanté par les Anciens pour la guériſon de la Folie, auroit été mal placé, du moins dans celle-ci. Il cauſe des irritations très-

violentes dans l'Estomac & dans les Intestins, & il n'auroit fait qu'augmenter le desordre & les tempêtes qu'il s'agissoit de calmer. L'Opium paroît y avoir assés contribué.

II.

Le Cerveau est enfermé dans une espece de Boîte dure & solide, composée de plusieurs Piéces, engrainées seulement ensemble par leurs contours, afin qu'elles puissent se laisser soûlever doucement par le Cerveau à mesure qu'il s'augmentera, & qu'elles se prêtent sans résistance à cette augmentation, tant qu'elle durera. Quand le temps en est passé, ces Piéces, qui sont les Os du Crâne, se soudent ensemble, & n'ont plus ce peu de mobilité qui leur étoit nécessaire auparavant. M. Hunauld a fait voir à l'Académie le Crâne d'un Enfant de 7 ou 8 ans, où il ne paroissoit aucun vestige de la Suture Sagittale & de la Coronale ni en dehors, ni en dedans, & par conséquent l'Os Coronal, & les Pariétaux s'étoient réunis avant le temps, & outre que leur réunion prématurée eût pû les empêcher de s'étendre suffisamment, elle résistoit à l'accroissement que le Cerveau devoit encore prendre. C'est-là une suite de la Méchanique du développement des Os du Crâne, que M. Hunauld avoit expliqué en 1730*. Dans la surface concave du Coronal & des Pariétaux de cet Enfant, il s'étoit creusé des traces plus profondes qu'à l'ordinaire des circonvolutions du Cerveau qu'elles suivoient.

* V. les M. p. 545. & suiv.

M. Hunauld a vû dans plusieurs autres Sujets plus jeunes cette soudure prématurée de ces mêmes Os du Crâne déja commencée de maniére à ne pas laisser douter qu'elle ne se fût achevée, & bien des Crânes qu'il a entre les mains lui persuadent qu'elle n'est pas rare. On connoît trop l'importance du Cerveau pour ne pas voir qu'il ne peut sans un extrême danger, ou sans de grands inconvénients, être géné dans son accroissement, ou dans ses opérations. Dans de pareils cas l'Art de la Médecine n'aura pas tort de ne pas deviner les causes, & quand il les devineroit, quel remede?

Nous avons parlé ailleurs d'oſſifications très-différentes*, ce ſont des formations d'Os étrangers dans le Cerveau. M. Hunauld y a adjoûté l'hiſtoire d'un Homme de 35 ou 40 ans, attaqué d'Epilepſie depuis quelques années. Rien ne le ſoulageoit que de grandes Saignées, comme de 40 Onces. Quand il fut mort, on lui trouva dans une des parois latérales du Sinus longitudinal ſupérieur de petits Os hériſſés de pointes qui s'engageoient dans le Cerveau, & devoient le picoter. Par les grandes & fréquentes Saignées, le Cerveau qui contenoit moins de Sang, diminuoit un peu de volume, & ſe déroboit à l'action des petites pointes.

* V. l'Hiſt. de 1711. p. 27. & 1713. p. 21.

III.

M. Hunauld a fait voir auſſi le Crâne d'un Enfant de 3 ou 4 ans, dont les Os avoient preſque par-tout 7 ou 8 lignes d'épaiſſeur. Ils étoient aſſés mols, & en les preſſant on en faiſoit ſortir du Sang & de la Limphe en abondance. Les Vaiſſeaux Sanguins étoient fort apparents.

IV.

L'Académie a vû auſſi la démonſtration que M. Hunauld lui a faite d'un Rameau de Nerf aſſés conſidérable, qui, partant du Plexus gangliforme ſemilunaire de M. Vieuſſens tout auprès du grand Plexus Méſenterique, remonte du bas-Ventre à la Poitrine, & va ſe perdre à l'Oreillette droite & à la Baſe du Cœur où il ſe diſtribuë. Il avoit déja obſervé l'année précédente la même choſe dans un autre Sujet, & elle en devenoit plus ſûre. Comme ce ſont les Nerfs qui portent le ſentiment dans les parties, & qui font que quelquefois des parties fort différentes & aſſés éloignées ſont en commerce de ſenſations, on entendra par ce nouveau Nerf celui qui ſe rencontre ſouvent entre les Viſceres du bas-Ventre, & le Cœur.

V.

Dès 1732, M. Hunauld avoit fait voir à l'Académie, dans le Poumon de l'Homme, les Vaiſſeaux Limphatiques,

que vrai-ſemblablement on n'avoit encore vûs que dans les Animaux, où il eſt quelquefois aſſés facile de les découvrir. Il les a ſuivis en 1733 & cette année, & il les a conduits en préſence de la Compagnie depuis le Poumon juſqu'au Canal Thorachique.

CEtte année, M. Mai, Démonſtrateur d'Anatomie dans l'Univerſité de Straſbourg, a fait voir à l'Académie diverſes préparations Anatomiques, dont deux ont principalement attiré ſon attention.

La 1re contient l'Organe de l'Ouie qu'il a décompoſé en 16 piéces, où l'on voit beaucoup d'art dans les coupes, & une grande induſtrie dans les moyens qu'il a employés pour faire voir l'aſſemblage & le jeu de certaines parties.

La 2de eſt un Crâne dans lequel ſix coupes très-fines & bien ménagées démontrent différentes vûës & différents rapports de parties, de ſorte que dans le même Crâne il donne la commodité d'obſerver des particularités qui ordinairement ne ſe démontrent que dans pluſieurs portions de différents Crânes.

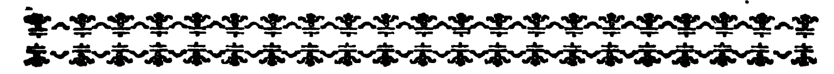
Ces deux Piéces, jointes à des Injections que M. Mai a fait voir, ont montré ſa ſagacité pour les préparations Anatomiques.

CEtte année, M. le Cat, Chirurgien de l'Hôtel-Dieu de Rouen, a envoyé à l'Académie l'hiſtoire des opérations de la Taille latérale qu'il a faites tant à Rouen qu'à Dieppe. Elles ont toutes réuſſi, au nombre de 10, ſans aucun mauvais ſuccès, qui en ait interrompu la ſuite. M. le Cat avoit réformé le *Lithotome* Anglois, & y en avoit ſubſtitué un de ſa façon. Il a vû de très-bons effets du Bain d'eau chaude, quand ſes Taillés étoient menacés d'inflammation, il en a ſauvé trois de tout accident par ce moyen.

Depuis les opérations de la Taille latérale par la méthode de M. Chefelden, dont M. Morand a donné l'hiftoire en
* V. les M. p. 144.
1731*, il en a fait 4 dont 3 ont réuffi. Elle a été pratiquée & à Paris & dans le refte du Royaume, & même à Cadis, & au Caire, par des Chirurgiens qui avoient vû opérer M. Morand, & il a trouvé, en faifant le calcul de tout ce qu'il a raffemblé depuis 1731, que de 25 opérations, 22 ont eu un bon fuccès. Il n'y compte pas celles de M. Chefelden en Angleterre, qui continuënt toûjours avec un grand éclat.

V. les M. p. 453.
NOus renvoyons entiérement aux Mémoires Les Remarques de M. Winflow, fur les Monftres.





CHIMIE.

SUR L'ANALISE DES PLANTES.

L'Académie dans ses commencements s'est assés long-temps occupée d'Analises de Plantes, M. Bourdelin, comme nous l'avons dit en 1699*, faisoit ces Analises en distillant les Plantes en leur entier, & en examinant les différents produits que le feu donnoit. On ne manqua pas de s'appercevoir que ces produits du feu étoient trop altérés par son action, nous l'avons déja dit en 1701*, & l'on ne compta plus guére sur un très-grand nombre d'Analises qui avoient coûté bien du temps.

V. les M. p. 101.
* p. 122.
* p. 68. & suiv.

Certainement il y en a d'autres, plus adroites, pour ainsi dire, qui tireront des Plantes leurs principes moins changés & plus purs. M. Boulduc en a essayé une qui lui a réussi sur la Bourache, Plante fort employée dans la Médecine, & par-là plus intéressante. Il n'a travaillé que sur des Sucs ou Décoctions, & le feu n'a servi qu'à tirer ces Sucs, ou à causer quelques évaporations.

M. Boulduc a trouvé aisément & très-sensiblement dans la Bourache, l'Acide Nitreux, & celui du Sel Marin, ou plûtôt le Salpêtre & le Sel Marin bien formés & bien distincts, & de plus un Tartre vitriolé. Comme le Tartre vitriolé est un Acide du Vitriol engagé dans un Sel Alkali fixe, les trois Acides Minéraux, celui du Salpêtre, du Sel Marin, & du Vitriol, sont donc en même temps contenus dans une même Plante, ce qui peut paroître remarquable. Ce n'est pas cependant que le Tartre vitriolé existe naturellement tout formé dans la Bourache, il s'y forme de l'Acide vitriolique dégagé par les opérations que l'on a faites, & du Sel Alkali que la Plante fournit.

M. Boulduc ne doute pas que beaucoup d'autres Plantes traitées comme la Bourache, ne donnent les mêmes principes. Mais y aura-t-il une différence ſenſible entre les principes des Plantes les plus différentes par les effets, des Plantes ſalutaires & des venimeuſes? juſqu'à préſent on n'en a pas trouvé, peut-être eſt-ce la faute des Analiſes. M. Boulduc ne déſeſpere pas de pouvoir un jour décider la queſtion. Si elle ſe décidoit pour l'affirmative, on y perdroit un paradoxe agréable, & qu'on peut aimer à faire valoir.

SUR LE SEL DE SOUFRE.

* p. 52. & ſuiv.

NOus avons dit en 1730*, que M. le Févre, Médecin d'Uzès, & Correſpondant de l'Académie, avoit en quelque façon changé le Soufre en Sel, ou tout au moins tiré un Sel du Soufre. De quelque façon que ce fût, la choſe étoit aſſés nouvelle & aſſés ſinguliére, pour mériter d'être approfondie, & l'Académie ayant voulu ſçavoir de M. le Févre tout le détail de ſes procedés, elle les a fait répéter & examiner par M.rs du Hamel & Groſſe. Ils accordent à M. le Févre que ſon Sel en avoit effectivement aſſés la forme. C'eſt une concrétion criſtalline que M. Stahl a vûë, mais qu'il n'a traitée que de ſemblable à un Sel. Elle n'en eſt pas réellement un, puiſqu'elle ne ſe diſſout preſque pas à l'eau ſoit froide, ſoit chaude, ſans compter un grand nombre d'autres épreuves que nous ſupprimons, auxquelles elle ne répond point comme un véritable Sel. M.rs du Hamel & Groſſe ne croyent pas même que ce ſoit un Sel Alkali, mais ſeulement un vrai Soufre allié d'un peu de terre, ou une eſpece d'*Hepar Sulfuris*, de Foye de Soufre, fait avec la terre de la Chaux. Cependant il faut avouer que l'Acide du Soufre a un peu agi ſur la terre à laquelle il s'eſt uni, & y a fait une petite & légére diſſolution, d'où il a réſulté quelque choſe de ſalin, mais en trop petite quantité pour permettre l'examen, quoique l'on ait employé dans cette

opération

opération plus de Soufre que M. le Févre n'en demandoit.

A l'endroit ci-dessus cité de 1730, nous avons dit que M. le Févre croyoit que les Eaux Minérales & Sulphureuses des environs d'Uzès s'étoient chargées d'un Sel semblable au sien. M.rs du Hamel & Grosse trouvent cette conjecture probable. D'un côté ils la fortifient par quelques raisonnements ou exemples, & de l'autre ils la restraignent par quelques observations délicates. En même temps ils ont rendu compte à l'Académie de leurs expériences sur des matiéres tirées de ces Eaux minérales, & envoyées par M. le Févre.

SUR LE SUBLIMÉ CORROSIF.

TOUT le monde sçait que le Sublimé corrosif est un Mercure tout pénétré des pointes d'un Acide. Le Mercure très-volatil par lui-même s'éleve facilement à la moindre chaleur, & comme il est alors hérissé, armé d'une infinité de pointes pénétrantes & incisives, il est propre à des actions vives, & en quelque sorte pénibles que d'autres Agents n'exécuteroient pas, à détruire des chairs baveuses, à emporter de vieux ulcéres, à faire tomber des Escarres, &c. Ce même Sublimé corrosif, adouci, refrené, & devenu ce qu'on appelle *Mercure doux*, ou *Panacée Mercurielle*, est un excellent remede interne, nécessaire dans une Maladie qu'on se plaît à rendre fort commune. V. les M. p. 259.

Il seroit donc de l'intérêt public qu'on ne le sophistiquât pas, & d'autant plus que si on le sophistique, ce sera par l'Arsenic, du moins est-ce l'opinion établie, & en ce cas ce remede seroit un poison. En 1699*, on a vû que M. Barchusen avoit condamné une épreuve du Sublimé corrosif qui consistoit à y jetter de l'Huile de Tartre par défaillance, dans la pensée où l'on étoit que si le Sublimé étoit bon il rougiroit, & que s'il étoit altéré il noirciroit; que M. Barchusen avoit soûtenu que l'épreuve étoit inutile & fausse, parce qu'en y mettant quelque Sublimé que ce * p. 54.

fût, il jauniſſoit d'abord, puis rougiſſoit, & enfin expoſé quelque temps à l'air, noirciſſoit; que feu M. Boulduc ayant répété les opérations de M. Barchuſen, avoit trouvé qu'à la vérité l'Huile de Tartre faiſoit le même effet ſur quelque Sublimé que ce fût, mais qu'il étoit faux que le Sublimé, quel qu'il fût, noircît à la fin. Il ne s'agiſſoit que de cette derniére circonſtance entre M.rs Barchuſen & Boulduc, du reſte ils convenoient ſur l'inutilité de l'épreuve, ce qui étoit l'eſſentiel.

M. Boulduc ne s'étoit pas tout-à-fait fié à M. Barchuſen ſur les faits, M. Lémery ne s'eſt pas fié non plus à M. Boulduc, & s'eſt engagé dans un long travail, dont tout le but a été de connoître bien ſûrement les changements de couleur qui arrivent au Sublimé corroſif par l'Huile de Tartre. Dès que les opérations ſont délicates, les plus habiles gens, en ſuppoſant toûjours toute la bonne foi qui convient à leur caractere, ſe défient légitimement les uns des autres, & veulent voir par leurs propres yeux; on ne ſe ſert que trop de ceux d'autrui. Quand M. Lémery commença à examiner cette matiére, il s'apperçût bien vîte que le fait avancé par M. Boulduc contre M. Barchuſen étoit fort douteux, cependant l'Académie l'avoit vû, à ce que rapportoit ſon Hiſtoire, ainſi il étoit important pour elle que ce fait fût approfondi, ne fût-ce que pour le retracter, s'il le falloit, & ne pas donner lieu au Public de tomber dans une erreur.

Comme M. Lémery s'attendoit bien que les expériences varieroient beaucoup ſelon les différentes circonſtances, que peut-être ſe contrediroient-elles, de ſorte que ceux qui auroient affirmé & nié auroient raiſon en même temps, il a voulu embraſſer ſon ſujet dans une certaine généralité à laquelle il fût difficile que rien échappât. D'un côté le Sublimé corroſif ſe peut faire de différentes façons, de l'autre on peut, pour l'épreuve, y verſer d'autres Alkalis que l'Huile de Tartre, toutes ces différences vont être conſidérées.

On peut faire le Sublimé avec le Mercure, ou crud & coulant, ou déja pénétré des Acides Nitreux, ou vitrioliques.

Le Sel Marin y eſt toûjours abſolument néceſſaire. Dans certains procedés on ne peut ſe paſſer du Vitriol, dans d'autres il facilite l'opération, mais il eſt abſolument inutile quand le Mercure eſt déja pénétré d'Acides Vitrioliques.

On peut verſer ſur le Sublimé, non-ſeulement l'Huile de Tartre, mais de la Solution, ou de Sel de Soude, ou de Cendres gravelées, ou de Potaſſe, ou de tel autre Alkali de cette nature qu'on voudra. M. Lémery a porté le ſcrupule ſi loin ſur cet article, qu'il diſtingue entre les premiéres Solutions de ces Alkalis, & les ſecondes, qui ſe font en faiſant évaporer les premiéres, & rediſſolvant leurs Sels. Le ſcrupule eſt d'autant plus grand que la différence des premiéres & des ſecondes Solutions eſt ordinairement aſſés légére. Nous paſſons ſous ſilence beaucoup d'autres attentions; comme celle de remarquer ſi le Tartre étoit anciennement ou nouvellement fait. On ſçait aſſés que des changements de couleur tiennent ordinairement à des cauſes aſſés imperceptibles.

Il ſemble que M. Lémery ſe ſoit plu à épuiſer toutes les combinaiſons qui ſe pouvoient faire des différents Sublimés avec les différents Alkalis, le tout juſque dans les plus petites circonſtances qui pouvoient donner lieu à quelque diverſité. Il réſulte de ce détail preſque immenſe, 1.° Que dans toutes les expériences le noir dont il s'agit ne manque preſque jamais de paroître, mais ordinairement précédé du rouge, qui l'avoit été du jaune. 2.° Que quelquefois ce noir paroît attaché au *corps du Mercure*, & quelquefois ne conſiſte qu'en une eſpece de pouſſiére qui nage dans la liqueur où eſt le Mercure, & qui eſt venuë comme par hazard à rencontrer ſa ſurface, & à s'y attacher légerement. 3.° Que ſur le Mercure uniquement pénétré des Acides Nitreux la ſucceſſion des trois couleurs peut être ſi prompte que l'oeil a peine à la ſuivre, de ſorte que l'on ne croira voir que le noir, & cela dès le premier inſtant. 4.° Que cette ſucceſſion peut être auſſi extrêmement lente, de ſorte que le noir ne paroîtra qu'au bout de 24 heures. 5.° Qu'en ce cas-là il eſt plus ou moins fort. 6.° Qu'un Sublimé corroſif fait par

M. Lémery ſans mêlange d'Arſénic, a fait voir d'abord du noir, qui n'a été précédé ni de rouge, ni de jaune.

Par-là ſe découvre aiſément la ſource des erreurs où l'on peut être tombé. On aura fait des expériences où l'on n'aura pas vû le noir, parce qu'on ne l'aura pas attendu aſſés long-temps, & on aura conclu généralement qu'il n'en paroiſſoit point. Dans d'autres expériences on aura vû ce noir paroître tout d'abord, & ſi on a été prévenu de la concluſion tirée des expériences précédentes, on aura jugé qu'on étoit dans un cas extraordinaire, & que le Sublimé étoit ſophiſtiqué par de l'Arſénic. Il eſt donc préſentement bien ſûr que le noir ne porte ſur ce point aucun indice.

On pourroit avoir la curioſité de ſçavoir d'où il vient. M. Lémery croit que c'eſt en partie cette matiére terreuſe que feu M. Homberg tiroit, mais en petite quantité, du Mercure le plus net *, elle noirciſſoit l'eau où on l'avoit jettée. Comme elle eſt aſſés ſinguliére, & qu'il eſt aſſés ſurprenant qu'elle fût contenuë dans le Mercure, M. Homberg n'épargnoit point ſon temps ni ſes peines pour la forcer à ſe montrer, mais M. Lémery en eſt venu à bout par un procédé infiniment moins long & moins pénible. Peut-être quelque autre matiére provenuë des Alkalis aide-t-elle à la production du noir dans le Sublimé corroſif.

* V. l'Hiſt. de 1700. p. 56.

SUR L'EMETICITE' DE L'ANTIMOINE, DU TARTRE EMETIQUE ET DU KERMES MINERAL.

V. les M. p. 417.

L'ANTIMOINE eſt un remede dont la bonté ſeroit preſque ſuffiſamment prouvée par les puiſſants obſtacles qu'elle lui a fait ſurmonter. Il eſt moderne, & il ne reſte plus qu'à lui donner la préciſion moderne, dont juſqu'à préſent il a beſoin, car on ignore aſſés quel eſt le degré de force des différentes préparations qu'on en fait; & comme

c'eſt un remede violent, il eſt dangereux qu'il agiſſe trop, dangereux même qu'il n'agiſſe pas aſſés, & qu'il n'ait fait qu'une impreſſion vive, & cependant inutile par rapport à ce qu'on s'étoit propoſé. On envoye dans les Campagnes, par ordre du Roi, des Remedes Antimoniaux bien faits, mais ſouvent différemment faits, & dont ceux qui les employeront ne peuvent connoître les différentes vertus. C'eſt-là ce que M. Geoffroy a entrepris de régler autant qu'il étoit poſſible.

Selon lui l'Antimoine eſt compoſé d'une Terre métallique vitrifiable, d'un Acide vitriolique ſemblable à l'Eſprit de Soufre, & d'une matiére bitumineuſe ou huileuſe qui avec cet Acide peut former un Soufre commun brûlant.

Le Soufre commun n'eſt certainement pas émétique, l'Acide vitriolique, quoiqu'uni à des liqueurs huileuſes, ne l'eſt pas non plus, l'Antimoine réduit par la plus violente calcination à une ſimple Terre, ceſſe d'être émétique; en quoi conſiſte donc ſon éméticité, quand il eſt en ſon entier? Il faut que ce ſoit dans l'union de quelques principes, & puiſque celle de l'Acide avec une matiére ſulphureuſe ne feroit rien, c'eſt donc celle du Soufre avec la Terre vitrifiable. Ce Soufre étendu, rarefié par la chaleur, prêt en quelque ſorte à prendre feu, enlevera les petites parties de la Terre, qui par leur roideur picotteront, ébranleront les Nerfs, & exciteront le vomiſſement.

Il faut pour cela que la quantité du Soufre ſoit en une certaine proportion avec celle de la Terre. Trop de Soufre envelopperoit toutes les particules de la Terre, & leur feroit un enduit mollaſſe, qui les empêcheroit d'agir aſſés vivement. De-là vient que le Régule d'Antimoine, qui n'eſt autre choſe que ce Minéral dépouillé d'une partie de ſes Soufres, eſt plus émétique que l'Antimoine crud, & que le Verre, plus parfait à cet égard que le Régule, eſt encore plus émétique. Si enfin ce n'étoit plus qu'une pure Terre ſans Soufres, il n'y auroit plus d'éméticité, puiſque les parties de cette Terre, quelque dégagées qu'elles fuſſent, n'auroient plus

de véhicules pour les enlever, & les mettre en action.

Il est prouvé par des expériences de M. Geoffroy, que dans le Tartre émétique qui se fait avec la Crême ou les Cristaux du Tartre unis à l'Antimoine, il y a un Acide végétal qui se charge de la partie *réguline* de l'Antimoine, la corrode, & la rend par-là plus propre à picoter le genre Nerveux.

Mais comme enfin c'est dans l'Antimoine que réside la vertu émétique, plus il y aura dans un Tartre émétique de ce qui rend l'Antimoine émétique, c'est-à-dire, plus la quantité de sa partie réguline sera forte par rapport à l'autre, seulement pourtant jusqu'à un certain point, plus ce Tartre sera émétique. Ainsi M. Geoffroy ayant trouvé le moyen de mesurer la quantité de partie réguline d'Antimoine qui sera dans un Tartre émétique quelconque, il sçaura combien ce Tartre est émétique, & quel est le rapport de sa force à celle de tout autre. Nous n'entreprenons point le détail des expériences & des faits, qui doit être réservé à M. Geoffroy.

Il traite aussi du Kermès Minéral, autre préparation d'Antimoine dont nous avons parlé en 1720 * sous le nom de *Poudre des Chartreux*. Le Kermès ne doit pas être aussi vomitif que l'Antimoine, ou le Tartre émétique, on veut même le plus souvent qu'il ne le soit pas, qu'il ne soit qu'un fondant, un purgatif doux, ou qu'il n'agisse que par transpiration. L'opération qui le produit consiste à tirer, du moins on le croit communément, un Soufre de l'Antimoine par le moyen de l'Alkali du Nitre fixé par les Charbons. Mais M. Geoffroy prétend que le Soufre brûlant de l'Antimoine a changé de nature dans le Kermès, & que la poudre qu'on a pû y prendre pour du Soufre, est la partie métallique & réguline de l'Antimoine. Et comme l'opération du Kermès Minéral demande beaucoup de soins qu'on peut n'y apporter pas toûjours, M. Geoffroy en propose une équivalente à celle du Kermès, & bien plus facile, puisqu'on n'y employe que l'Antimoine crud sans addition de matiéres étrangeres, qui multiplient nécessairement les attentions, & causent tout

* p. 50. & suiv.

l'embarras. Tout se réduit à pulvériser très-finement l'Antimoine, de sorte que sa partie réguline soit presque infiniment atténuée ; on le reconnoît en ce qu'en applatissant cette poudre avec un Couteau, on n'y voit plus au grand jour aucun brillant, tel que celui des Aiguilles ou des facettes de l'Antimoine. M. Geoffroy rend témoignage des expériences qu'il a faites ou qu'il a vûës de ce Remede, & avertit en même temps de ce qu'il faut observer en le pratiquant. Il y a toûjours une présomption avantageuse pour ce qui est plus simple.

SUR LE MERCURE.

QUE la Chimie pût parvenir enfin à changer quelque Métal en Or, il est fort douteux que ce fût un bien pour le Genre humain, ni même pour le Particulier qui en auroit trouvé le sécret. Mais certainement c'est un grand mal que cette ancienne espérance de le trouver, dont tant d'Imposteurs ont abusé pour engager des personnes crédules & avides, à des travaux infinis, & à des dépenses ruineuses. Nous avons déja parlé ailleurs des supercheries de la Pierre Philosophale*. Ce seroit rendre un grand service aux Hommes que de leur ôter cette espérance qui, pour le moins, a trompé jusqu'ici tous ceux qui s'y sont livrés.

V. les M. p. 539.

* V. l'Hist. de 1722. p. 37. & suiv.

Comme c'est principalement le Mercure que l'on prétend transformer, parce qu'on le croit la base de tous les Métaux, M. Boërhave a travaillé sur le Mercure de la même maniére que s'il avoit été vivement persuadé de la possibilité de sa transformation, & possedé de la plus forte passion d'en venir à bout. Il n'y a plaint ni soins, ni dépense, ni temps. Il faut en faire autant que les Alchimistes pour être pleinement en droit de les condamner.

M. Boërhave a pris du Mercure le plus pur, qu'il a encore purifié avec tout le soin possible, car nous ne répéterons pas après lui le détail de ses opérations. Il l'a mis en digestion

ſur un feu dont la chaleur élevoit le Thermometre à plus de 100 degrés, au lieu que dans les Mines où ſe trouvent les Veines des Métaux, la chaleur n'eſt guére que de 70, & pour imiter, autant qu'il ſe pouvoit, la Nature qui apparemment ne produit les Métaux qu'avec beaucoup de lenteur, il a tenu ſon Mercure ſur ce feu, toûjours égal, pendant plus de 15 ans. Il eſt vrai que les Alchimiſtes diſent qu'il en faudroit 1000, mais comment le ſçavent-ils? & ſi cela eſt, le Mercure ne ſera donc jamais transformé ou fixé en Métal que par une opération qui aura duré 1000 ans ſans interruption, qui aura commencé ſous Charlemagne, & finira aujourd'hui. M. Boërhave ayant vû qu'au bout de plus de 15 ans ſon Mercure étoit toûjours auſſi fluide & auſſi volatil, qu'il ne s'y étoit fait aucune ſéparation que d'un peu de pouſſiére noire flottante ſur ſa ſurface, mais qui ſe revivifioit aiſément en Mercure, qu'il ne paroiſſoit pas la moindre génération d'un atome de Métal, pas le moindre commencement de fixation métallique, il en a conclu hardiment, & avec beaucoup de raiſon, que le Mercure eſt immuable, inaltérable, & ne peut jamais être que du Mercure, quoiqu'il puiſſe prendre des formes capables de le faire méconnoître.

Dans tout le cours de l'opération, l'Air eut toûjours un accès libre au Mercure, & parce qu'on s'en peut prendre à cette circonſtance de ce que le ſuccès n'a pas été tel qu'un Alchimiſte l'eût deſiré, M. Boërhave a répété l'opération avec des Vaiſſeaux bien fermés, & le ſuccès en a été abſolument le même. A la vérité le temps ne fut que de 6 mois, mais il n'y avoit nulle apparence de rien eſpérer d'un plus long temps.

Il pourroit être impoſſible de changer le Mercure en Métal, & il ne le ſeroit pourtant pas que le Mercure uni à quelque principe inconnu, à quelque Soufre particulier, entrât dans la formation des Métaux, & en fût tiré par l'art de la Chimie. M. Boërhave ne laiſſe ſeulement pas cette reſſource à ceux qui s'en flatteroient. Le Plomb ſeroit, ſelon eux, le Métal qui rendroit le plus aiſément ſon Mercure, il a fait ſur le Plomb

Plomb des opérations de près de 20 mois où rien n'a été oublié, & pas une goutte de Mercure n'a paru. Ç'a été la même chose avec l'Etain, qui devroit aussi permettre assés facilement à l'Art de pénétrer jusqu'à ses principes.

Mais le Mercure, selon quelques-uns, n'entre pas seulement dans la composition des Métaux, il est aussi leur Dissolvant; c'est une *Eau* où les Métaux *naissent, meurent, renaissent*, & peut-être par une longue digestion du Mercure avec le Plomb, & par une distillation violente, entreroit-il intimement dans le Plomb quelque portion de Mercure. L'opération a été faite par M. Boërhave, elle a duré près de 3 ans, & le poids du Plomb n'a point augmenté, quoique celui du Mercure fût un peu diminué. Il s'en étoit fait une très-petite dissipation, & les yeux même appercevoient ce qu'il étoit devenu, mais le Plomb n'en avoit rien pris. Même succès sur l'Etain.

Et si l'on croyoit que le mouvement seul, long-temps continué, pût faire dissoudre l'Etain par le Mercure, M. Boërhave oppose encore à cette erreur l'expérience d'une Bouteille pleine de Mercure & d'Etain, attachée à un Moulin à Foulon qui travailloit nuit & jour sans relâche, & dont elle a suivi le mouvement pendant près de 2 ans. Il s'étoit tout au plus détaché de l'Etain quelques petites parties sulphureuses & grasses qui s'étoient unies au Mercure, mais ni le Mercure ne les avoit dissoutes, ni elles ne s'étoient changées en Mercure. Les vrais Chimistes ne laisseront aux Alchimistes que le refuge d'une opiniâtreté invincible, refuge toûjours ouvert à qui veut en profiter, & où en effet une infinité de gens se cantonnent fiérement.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

L'Ecrit de M.rs du Hamel & Grosse sur une Liqueur très-volatile, nommée *Ether*. V. les M. p. 41.

Celui de M. Petit le Médecin sur l'Analise des Plâtras. p. 380.

BOTANIQUE.

M. Marchant a lû la description du *Tribulus terrestris, Ciceris folio, fructu aculeato.* Casp. Bauh. Pin. 350. *Tribule.*

Et du *Senecio minor vulgaris.* Casp. Bauh. Pin. 131. *Seneçon.*



GEOMETRIE.

Nous renvoyons entiérement aux Mémoires

V. les M. p. 149. L'Ecrit de M. Bouguer sur les Courbes propres à former les Voutes en Dome.

p. 196. Celui de M. Clairaut sur des Courbes dont la propriété consiste dans une certaine relation entre leurs Branches exprimée par une Equation donnée.

p. 369. Celui de M. Fontaine sur les Courbes Tautochrones.

p. 405. Un Probleme de M. Pitot sur le Point d'où l'on verra sous des angles égaux quatre points donnés.

p. 527. L'Ecrit de M. Fontaine sur la Courbe décrite par le sommet d'un Angle dont les côtés toucheroient continuellement une Courbe donnée, & réciproquement, &c.

p. 531. Celui de M. Clairaut sur le même sujet.

p. 538. Et une Réponse de M. Fontaine.

ASTRONOMIE.

SUR LA DETERMINATION DE LA FIGURE DE LA TERRE PAR LA PARALLAXE DE LA LUNE.

ON ne voit peut-être pas du premier coup d'œil comment la Parallaxe de la Lune peut tirer à conséquence pour la figure de la Terre. La Parallaxe de la Lune mesure la distance de la Lune à la Terre, c'est à cela uniquement qu'elle a été employée de tout temps par tous les Astronomes, mais cette distance de la Lune à la Terre, quel rapport a-t-elle à la figure de la Terre? par où deux choses de nature si différente peuvent-elles se trouver liées? on le va voir d'après M. Manfredi qui les a rapprochées par un tour assés subtil, mais solidement subtil, car autrement l'infléxible Géométrie ne lui feroit pas de grace. V. les M. p. 1.

La Parallaxe, ou plus précisément le Triangle Parallactique est formé de trois droites dont deux font un angle au centre de la Lune, la premiére étant tirée du centre de la Terre, & la seconde d'un point quelconque de la surface de la Terre où se trouve l'Observateur; quant à la troisiéme droite, base de l'angle de la Parallaxe au centre de la Lune, c'est nécessairement un demi-diametre de la Terre, puisque c'est une ligne qui joint le centre & un point de la surface.

Ce *nécessairement* suppose que la Terre soit sphérique, comme on l'a d'ordinaire supposé jusqu'à ces derniers temps, sans hésiter le moins du monde, mais si cela n'est pas, il arrive quelque changement dans le Triangle Parallactique, & c'est-là le fin de la Théorie de M. Manfredi.

Il eſt clair qu'il faut que ce Triangle ſoit dans un plan Vertical pour l'Obſervateur, & qui paſſe par ſon Œil, & par le centre de la Lune. Ce plan eſt donc perpendiculaire à la ſurface quelconque de la Terre Sphérique ou Elliptique. Dans cette incertitude on ne peut plus compter que ce plan continué au dedans de la Terre aille à ſon centre, ni que par conſéquent la baſe de l'angle de la Parallaxe ſoit, comme elle l'étoit, un demi-diametre de la Terre. On ne ſçait pas même juſqu'où il faut continuer ce plan, où il faut le borner pour y trouver la nouvelle baſe qu'on cherche. Dans la figure Sphérique on étoit bien ſûr qu'il falloit s'arrêter au centre.

L'Analogie ſeule fait voir que dans la figure Elliptique il faudra s'arrêter à l'Axe autour duquel aura tourné l'Ellipſe qui a produit, par ſa révolution, la ſurface à laquelle le plan dont il s'agit eſt perpendiculaire. Il n'eſt plus queſtion que de connoître les lignes qui, dans ce plan, ſeront les baſes de l'angle de la Parallaxe ſelon les différents cas.

Qu'on imagine une Ellipſe infiniment allongée, ou dont le petit axe ſoit infiniment petit, le grand étant fini, il eſt viſible que les perpendiculaires tirées ſur cette Ellipſe qui ne ſera alors qu'une ligne droite, ou ſon propre grand axe, tomberont toutes ſur des points différents de cet axe, & toutes enſemble en occuperont toute l'étenduë. Si le petit axe devient fini, quelque petit qu'il ſoit, l'Ellipſe devient une Courbe, les perpendiculaires qu'on lui tire, & qu'on prolonge juſqu'au grand axe, n'en occupent plus toute l'étenduë, & en laiſſent les deux extrémités vuides. Les portions de ces perpendiculaires compriſes entre la Courbe & ſon grand axe commencent à être finies, la plus grande eſt au milieu du grand axe, & de-là les autres des deux côtés vont en décroiſſant. Celles de chaque côté appartiennent au quart d'Ellipſe qui leur répond. Si le petit axe croît encore, les perpendiculaires tiennent moins d'étenduë ſur le grand axe, & ſe ſerrent davantage vers le milieu, leurs portions ſont plus grandes, mais toûjours diſpoſées dans le même ordre, & croiſſantes ou décroiſſantes de même. Que ſi enfin le

petit axe devient égal au grand, auquel cas l'Ellipſe eſt un Cercle, les perpendiculaires qui s'étoient toûjours juſques-là ſerrées de plus en plus vers le milieu, ſe ſerrent enfin infiniment, puiſqu'elles concourent à ce milieu, ou au centre, & toutes les portions inégales de perpendiculaires deviennent égales, & des rayons d'un même Cercle.

Si après cela il arrive, ce que j'appellerai la 2de *hipotheſe* par rapport à la 1re qu'on vient de voir, que l'axe juſqu'à préſent plus petit ou égal à l'autre devienne plus grand, les portions de perpendiculaires qui avoient toûjours avancé vers le centre, & enfin s'y réuniſſoient toutes, commencent à paſſer au de-là, & à tenir plus d'étenduë ſur l'axe où elles tombent, de ſorte que celles qui viennent d'un certain quart de l'*Ellipſe* tombent ſur une partie de l'axe qui appartient au quart ſuivant. Cela ne ſe trouvoit jamais dans la 1re hipotheſe, où toutes les portions de perpendiculaires d'un quart d'Ellipſe tomboient en de-çà de celle du milieu la plus grande de toutes; au contraire dans la 2de hipotheſe elles paſſent au de-là, & par conſéquent ſont plus longues que celle du milieu, & vont en croiſſant vers les deux extrémités de l'axe qui a été déterminé.

Il eſt viſible que la 1re hipotheſe eſt celle de la Terre Sphéroïde allongé, & la 2de, celle de la Terre Sphéroïde applati; la Sphere eſt entre les deux. L'Axe de la Terre auquel il faut tout rapporter, n'eſt point indéterminé, comme il *le ſeroit dans une figure* purement géométrique, c'eſt ici celui de la révolution diurne d'Orient en Occident; s'il eſt plus grand que ſon conjugué, qui eſt le diametre de l'Equateur, la Terre eſt un Sphéroïde allongé; s'il eſt plus petit, elle eſt un Sphéroïde applati.

L'Obſervateur de la Parallaxe de la Lune étant dans un plan vertical ſur un point de la ſurface de la Terre, la ligne compriſe dans ce plan, & qui va de ce point juſqu'à l'axe de la Terre, eſt la baſe de l'angle de la Parallaxe, c'eſt elle qui meſure la différence du centre de la Lune vû d'un point de la ſurface de la Terre au même centre vû d'un point

correſpondant de l'axe. Plus cette baſe eſt grande, plus la Parallaxe eſt grande. Il ne s'agit ici que de la Parallaxe horiſontale, la plus grande de toutes. C'eſt bien tout ce que peut faire la plus grande Parallaxe que de ſuffire au deſſein préſent.

Si la Terre eſt Sphérique, ſur quelque point de ſa ſurface que l'Obſervateur ſoit poſé, la baſe de l'angle de la Parallaxe eſt toûjours un demi-diametre de la Terre, & par conſéquent les Parallaxes ſont toûjours égales, bien entendu que la Lune ne s'approchera, ni ne s'éloignera de la Terre, ou qu'on tiendra compte de ce changement de diſtance. On ne conſidere que les changements qui arriveront par les différentes poſitions de l'Obſervateur ſur la ſurface de la Terre, & parce que l'on ne concevoit la Terre que Sphérique, on n'a pas dû penſer juſqu'à préſent que ces différentes poſitions euſſent aucun effet par rapport à la Parallaxe de la Lune.

Si la Terre eſt un Sphéroïde allongé, & que l'Obſervateur, placé d'abord ſur un point de l'Equateur terreſtre, aille toûjours enſuite vers un Pole, faiſant, ſi l'on veut, diverſes Stations, il eſt clair par ce qui a été dit, que la baſe de l'angle Parallactique qu'il obſervera, diminuera toûjours, & que ce ſera le contraire ſi la Terre eſt un Sphéroïde applati.

Donc on peut reconnoître par les Parallaxes horiſontales de la Lune obſervées en différents lieux, ſi la Terre eſt une Sphere ou un Sphéroïde, & ſi ce Sphéroïde eſt allongé ou applati.

Plus deux obſervations ſeroient faites dans deux lieux éloignés en latitude, plus la concluſion qu'on en tireroit ſeroit ſûre. Il ſeroit même à ſouhaiter qu'ils euſſent la même longitude. M. Manfredi juge que la meilleure méthode pour obſerver des Parallaxes, eſt celle des Parallaxes *horaires* inventée par feu M. Caſſini, & que nous avons expliquée en 1706 *. C'eſt donc celle qu'il voudroit qu'on employât pour la Lune. Reſte à ſçavoir ſi elle donneroit une aſſés grande préciſion, & des réſultats aſſés ſenſibles. M. Manfredi fait le calcul des erreurs inévitables aux meilleurs Obſervateurs, ou du moins des doutes qu'ils ne peuvent entiérement

* p. 100.

lever, & on voit qu'il est permis d'esperer ici une exactitude suffisante; mais une méthode nouvelle & ingénieuse, demeurât-elle d'abord sans effet, a droit d'en attendre quelques-uns d'imprévûs, ou au moins aura-t-elle toûjours le prix que lui donnent sa nouveauté & sa finesse.

SUR L'INCLINAISON DES ORBITES DES PLANETES

Par rapport à l'Equateur de la Révolution du Soleil.

PLACÉS sur la Terre comme nous sommes, il faut que toutes nos Observations, toutes nos Mesures partent de ce point de vûë, de ce point fixe nécessaire, & que nous n'avons pas choisi. Nous avons voulu sçavoir si les autres Planetes, qui aussi-bien que la Terre tournent autour du Soleil, suivoient ou ne suivoient pas la même route, la même Orbite que la Terre, & pour cela nous avons dû poser la nôtre, notre Ecliptique, comme un plan unique ou principal auquel se rapporteroient tous les autres, mais nous n'avons pas prétendu lui donner par-là aucun avantage, aucune prééminence réelle, & dès que l'on sçait que le Soleil tourne autour de lui-même, comme toutes les Planetes tournent autour de lui, on sent même avant que de raisonner, & par une espece d'*instinct* philosophique, que le grand Cercle de la révolution du Soleil, son Equateur, sera le plan dominant auquel il faudra rapporter ceux de toutes les autres révolutions. V. les M. p. 107.

On avoit déja la position, l'inclinaison de toutes les Orbites des Planetes à l'égard de l'Ecliptique, & ce qui en est une suite nécessaire, les lieux de tous leurs Nœuds, c'est-à-dire des points où l'Ecliptique est coupée par ces différentes Orbites. On a sçû par les Taches du Soleil que son Equateur étoit incliné de 7° $\frac{1}{2}$ sur le plan de l'Ecliptique, & que leurs Nœuds étoient au 19me des Gémeaux, & à l'Opposite.

Avec ces connoissances & le secours de la Géométrie, on parviendra assés facilement à transporter, pour ainsi dire, sur l'Equateur du Soleil ces mêmes plans qu'on n'avoit déterminés que par rapport à l'Ecliptique, & on pourra même reconnoître qu'on les a tirés d'un état qui ne leur étoit pas naturel pour les y remettre. En effet la rotation du Soleil sur lui-même doit, selon toutes les apparences, être le principe de tout le mouvement de Tourbillon du Sisteme Solaire, & par conséquent toutes les Planetes doivent ou circuler toutes dans le plan de l'Equateur du Soleil, ou ne s'en laisser que peu écarter par quelque espece de violence. Or les Orbites des Planetes rapportées à l'Equateur du Soleil s'en éloignent presque une fois moins de part & d'autre qu'elles ne s'éloignent de l'Ecliptique si on les y rapporte. Elles sont plus serrées vers le plan d'où elles n'auroient pas dû sortir. Il est à remarquer que c'est la Terre qui s'écarte le plus de cet Equateur, elle en est à $7^\circ \frac{1}{2}$, & Mercure qui s'écarte le moins en est à $3^\circ\ 10'$. On entend assés que ces plans transportés à l'Equateur du Soleil ne le coupent pas dans les mêmes points où ils coupoient notre Ecliptique, que les Nœuds d'une certaine Orbite qui étoient, si l'on veut, au 1er d'Ariès, lorsqu'on la rapportoit à l'Ecliptique, n'y sont plus, & en peuvent être même assés loin, lorsqu'on la rapporte à l'Equateur du Soleil.

Il s'agit maintenant de sçavoir, & c'est-là le plus fin de cette Théorie de M. Cassini d'après qui nous parlons, si ces Nœuds ont un mouvement sur cet Equateur, & quel est ce mouvement. Toute cette matiére des Nœuds est assés épineuse, ils pourroient être sans mouvement réel, & en avoir un apparent, ils pourroient en avoir un réel, & n'en avoir point d'apparent, ceux des Orbites des Planetes avec l'Ecliptique & leurs mouvements sont très-difficiles à constater, & la difficulté doit être sans comparaison plus grande pour les Nœuds de ces mêmes Orbites avec l'Equateur du Soleil. Tout cela va s'expliquer.

Nous avons dit assés au long en 1708* comment l'axe de la

* p. 93. & suiv.

de la Terre ou de l'Equateur terreſtre tournant autour de l'axe immobile de l'Ecliptique, cauſoit l'apparence d'un mouvement que les Etoiles fixes auroient ſur les Poles de l'Ecliptique, en conſervant toûjours & entre elles, & à l'égard de l'Ecliptique, les mêmes diſtances. Chaque point du Firmament, ſans avoir aucun mouvement réel, paroîtra donc décrire en un certain temps ou l'Ecliptique, ou un Cercle parallele à l'Ecliptique. Or tout Nœud d'une Orbite de Planete avec l'Ecliptique eſt un point du Firmament, donc ſans avoir aucun mouvement réel, il en aura un apparent. On ſçait que ce mouvement eſt d'Occident en Orient, & de 51″ ſeulement en une année.

Si l'on concevoit que les Nœuds euſſent un mouvement réel égal à l'apparent que leur donne le mouvement de l'axe de l'Equateur terreſtre autour de l'axe de l'Ecliptique, mais que ce mouvement réel fût en ſens contraire de l'apparent, il y auroit un mouvement réel qui ne ſeroit nullement apparent.

Mais dans le 1[er] cas tous les Nœuds n'auroient que le même mouvement, ce qui le rendroit bien légitimement ſuſpect de n'être qu'une apparence, & dans le 2[d] cas où tous les Nœuds ſeroient immobiles, on n'imagineroit guére qu'ils puſſent avoir un mouvement réel, & il ne ſeroit nullement vraiſemblable qu'ils euſſent tous le même, & que de plus ils l'euſſent tous directement en ſens contraire du mouvement apparent des Fixes.

Que *les Nœuds ayent un mouvement* réel, mais inégal à l'apparent des Fixes, plus vîte ou plus lent que de 51″ en un an, & toûjours du même ſens, alors le mouvement réel ſe découvrira ſûrement par ſon inégalité à l'apparent des Fixes. S'il eſt plus grand que de 51″ il ſera toûjours direct, ou d'Occident en Orient; s'il eſt moindre, il paroîtra retrograde. Il ſuffit qu'il ſe démêle, qu'il ſe dégage de quelque façon que ce ſoit d'avec cet apparent qui pourroit l'effacer. D'ailleurs le mouvement réel des Nœuds ſera différent en différentes Orbites, plus ou moins vîte dans les unes que dans les autres, ce qui ſera encore une grande marque de réalité,

Aussi les Astronomes en sont-ils communément persuadés, cependant on est encore dans quelque incertitude sur ce sujet, faute de pouvoir déterminer assés exactement par les observations les mouvements des Nœuds. Comme ils ne sont certainement que fort lents, il n'y a qu'une suite de Siécles qui puisse les rendre sensibles, & malheureusement on n'a pas lieu de se fier assés aux anciennes observations, elles n'avoient pas la précision nécessaire à cette recherche. Il n'y a peut-être rien dans l'Astronomie sur quoi les Astronomes soient moins d'accord, parce qu'il est assés arbitraire d'adopter ou de rejetter certains Elements qui entreront dans cette Théorie.

Tout ceci n'est que pour le mouvement des Nœuds des Orbites rapportées à notre Ecliptique, mais que sera-ce quand elles seront rapportées à l'Equateur du Soleil? les Orbites des Planetes & l'Ecliptique sont connuës depuis un grand nombre de Siécles, il n'y a presque qu'un Siécle que l'on connoît un Equateur au Soleil, & avec quelle subtilité a-t-il fallu parvenir à déterminer la position de l'Ecliptique par rapport à cet Equateur? on en a vû l'histoire en 1701*, & pour peu qu'on y fasse réfléxion, on sentira si les observations de ces différentes demi-Ellipses, que les Taches paroissent décrire sur le disque du Soleil, peuvent donner une grande précision. On n'a même eu aucun autre moyen qui pût servir concurremment avec celui-là, & y suppléer. Si l'on ne connoît qu'à peine, & sans une entiére assûrance les Nœuds de l'Equateur Solaire avec notre Ecliptique, & par conséquent avec les autres Orbites, comment découvrira-t-on assés sûrement si ces Nœuds se meuvent ou non? ce ne sera du moins qu'à la faveur d'une longue suite de Siécles.

* p. 101. & suiv. 2de Edit.

Si ces Nœuds sont immobiles, nous leur verrons le mouvement apparent de 51″ par an, que leur donnera, comme à tout le Firmament, le mouvement réel de l'axe de l'Equateur terrestre autour de l'axe immobile de l'Ecliptique.

Si ces Nœuds se meuvent réellement, il faudra concevoir que l'axe de l'Equateur terrestre se meut autour de l'axe de

l'Ecliptique, non plus immobile, comme il l'étoit, mais qui ſe meut lui-même autour de l'axe immobile de l'Equateur Solaire. Il eſt aiſé de voir la néceſſité de ce changement, pourvû qu'on parte de cette conſidération, que ce n'eſt plus ici notre Ecliptique à laquelle on rapporte les poſitions & les Nœuds des Orbites des Planetes, mais l'Equateur du Soleil. Ainſi il n'appartient qu'à cet Equateur d'être immobile, & c'eſt à notre Ecliptique, comme à toute autre Orbite dont il s'agira, à ſe mouvoir autour de lui, puiſqu'on ſuppoſe que les Nœuds qu'elle a avec lui, ſe meuvent réellement, c'eſt-à-dire, qu'elle va le couper ſucceſſivement en différents points.

Dès que l'Ecliptique, ou plûtôt ſon axe, ſe meut, il ſe fait un grand changement dans le Ciel. Le mouvement des Fixes de 51" en un an, les laiſſe toutes ſur les mêmes Cercles paralleles à l'Ecliptique, parce qu'il ſe fait ſur l'axe immobile de l'Ecliptique. La latitude ou diſtance des Fixes à l'Ecliptique demeure donc toûjours la même, mais non la longitude qui varie toûjours, & ne reviendra au même point qu'au bout de 25000 ans. Mais ſi l'axe de l'Ecliptique ſe meut, la latitude des Fixes change, quelque peu que ce ſoit en pluſieurs années à cauſe de la grande lenteur du mouvement.

Tycho-Brahé s'étoit apperçû de quelques variations de la latitude des Fixes, & Képler, pour expliquer ces variations, avoit imaginé l'hipotheſe d'une rotation du Soleil dont l'axe auroit une certaine poſition par rapport à l'axe de l'Ecliptique. Il déterminoit mal cette poſition & le lieu des Nœuds, faute d'avoir connu ou aſſés obſervé les Taches du Soleil; mais manquant de cette connoiſſance, il ne laiſſoit pas d'aller bien près du but, & de deviner l'eſſentiel par la force de ſon génie. On peut remarquer à ſa gloire qu'il a beaucoup deviné, & merveilleuſement ; les deux Loix, aujourd'hui ſi fameuſes & ſi bien établies dans l'Aſtronomie Phiſique, appartiennent à une eſpece d'inſpiration qu'il a eûë.

On pourra donc un jour conclurre des mouvements

apparents des Fixes les mouvements réels, s'ils existent, des Nœuds des Orbites Planétaires avec l'Equateur du Soleil. En attendant des déterminations bien constatées & irrévocables, M. Cassini en tire de deux différentes hipotheses, l'une de l'immobilité des Nœuds de l'Ecliptique, l'autre de leur mouvement égal en sens contraire au mouvement apparent des Fixes. Certainement il arrivera de grands changements dans le Ciel, & ce seront des spectacles intéressants pour les Astronomes, leur curiosité impatiente les prévient autant qu'elle peut.

SUR L'ATMOSPHERE DE LA LUNE.

LEs Philosophes inclinent assés unanimement à ne point donner d'Atmosphere à la Lune, mais ce n'est pas encore une question tout-à-fait décidée, on y a fait entrer plusieurs conjectures différentes, & M. Grandjean prétend l'amener à des termes plus précis, en ne la traitant que par Géométrie.

Si la Lune a une Atmosphere, son diametre apparent, &, pour mieux dire, la circonférence apparente de son disque en est augmentée, sur-tout quand elle est pleine, & cette augmentation sera proportionnée à la hauteur de cette Atmosphere. Si elle doit avoir un éclat différent de celui du corps de la Lune, du moins lui verra-t-on une espece de bordure qui se fera remarquer. Or le diametre de la Lune pleine n'est jamais que ce qu'il doit être par rapport à la distance où la Lune est de la Terre, nulle augmentation d'ailleurs, point de bordure au disque.

Si la Lune a une Atmosphere, cette Atmosphere sera certainement plus dense que l'Ether, sans quoi elle ne seroit pas Atmosphere, elle rompra donc les rayons du Soleil en les approchant de la perpendiculaire, c'est-à-dire, en leur donnant plus de direction qu'ils n'en avoient vers le centre du globe total de la Lune & de son Atmosphere, ces rayons

ainsi rompus, entreront dans l'espace qui ne devroit être occupé que par l'ombre de la Lune éclairée de l'autre côté par le Soleil, l'espace occupé par l'ombre est donc diminué, & si la Terre y doit passer, ce qui arrive dans nos Eclipses de Soleil, l'Eclipse en commencera plus tard, & finira plustôt, ou sera plus courte qu'elle n'eût été naturellement. Or c'est ce qu'on ne remarque point, même en le cherchant, l'Eclipse est toûjours conforme au calcul Astronomique, qui n'a point supposé d'Atmosphere à la Lune, ou si elle n'y est pas exactement conforme, on s'apperçoit aisément qu'il a tenu à quelque autre chose.

Si les Eclipses de Soleil étoient accourcies par l'Atmosphere de la Lune, il y auroit telles circonstances où une Eclipse qui auroit dû être très-courte, ne seroit point.

Il en faut dire autant des Eclipses des Fixes par la Lune, son Atmosphere les accourciroit.

Rien de tout cela n'arrive, & par conséquent la Lune n'a point d'Atmosphere, ou elle en a une qui nous est insensible, soit par son peu de hauteur, soit par la foiblesse de ses réfractions.

Voilà les raisonnements sur ce sujet qu'on peut appeller géométriques, & qui le sont encore beaucoup plus de la maniére dont M. Grandjean les traite. Mais il y en a d'autres phisiques, & qui par leur nature sont plus douteux. Nous avons rapporté en 1715 * un des plus forts qu'on ait encore faits pour l'Atmosphere de la Lune, nous rapportâmes aussi une réponse assés satisfaisante, mais il faut avoüer que ce n'étoit-là que laisser ce point dans l'incertitude. Elle sera encore plus grande si l'on y veut joindre ce qui a été dit en 1723 * sur la maniére dont l'Ombre se jette derriére les Corps éclairés. On y verra des accidents si imprévûs, quoique réglés & constants, & tout le géométrique tellement dérangé par le phisique, qu'on ne se pressera pas de prétendre rien déterminer de fixe sur l'existence ou la non-existence d'une Atmosphere de la Lune, & sur les changements qu'elle apporteroit aux phénomenes.

* p. 49. & suiv.

* p. 90. & suiv.

SUR LA GRANDEUR DES SATELLITES DE JUPITER.

V. les M. p. 362.

JUPITER, à cause de son grand éloignement, nous paroît si petit, même avec les meilleures Lunettes, & dans sa plus grande proximité de la Terre, qu'il a fallu que feu M. Cassini ait inventé une Méthode assés subtile pour déterminer précisément que son diametre apparent étoit de 51 Secondes. Que sera-ce donc de ses Satellites, qui sont beaucoup plus petits ? Quelle industrie pourra saisir les extrémités de leurs diametres, en sorte qu'il y reste un milieu sensible ?

M. Cassini, à qui l'Astronomie doit plusieurs Méthodes très-fines & très-ingénieuses, en a trouvé une pour la grandeur de ces Satellites. Ils passent tous devant le disque lumineux de Jupiter, & disparoissent effacés par sa lumiére, quand ils y sont entiérement plongés, mais ils sont quelque peu de temps à s'y plonger, & autant à s'en dégager entiérement. Leur mouvement étant alors supposé uniforme, & il le sera toûjours assés pendant une si petite portion de leur révolution autour de Jupiter, il est certain que le temps qu'ils mettront à se plonger entiérement dans le disque de Jupiter, ou à en sortir entiérement, sera au temps qu'ils mettront à passer invisibles devant le disque de Jupiter, si cependant ils ont passé devant son centre, comme leur diametre est à celui de Jupiter, que l'on connoîtra d'ailleurs.

La circonstance de passer devant le centre de Jupiter est rare. Il l'est fort aussi que Jupiter soit dans sa plus grande proximité de la Terre, c'est-à-dire, en opposition avec le Soleil, & en même temps dans son Périhélie, car quand la Terre est entre lui & le Soleil, ce qui fait son opposition, & l'approche beaucoup de la Terre, il ne lui reste plus, pour être le plus près de la Terre qu'il se puisse, que d'être aussi le plus près du Soleil. La réunion de ces circonstances,

rares chacune en particulier, étant encore beaucoup plus rare, & cependant presque absolument nécessaire pour la détermination des grandeurs des Satellites, il n'est pas étonnant que l'Astronomie hésite encore sur ce sujet.

M. Maraldi avouë qu'il y a travaillé sans succès. Souvent le Satellite qu'il suivoit n'étoit pas à moitié plongé dans le disque de Jupiter, qu'il devenoit invisible, parce que sa partie qui auroit dû encore se faire voir étoit trop petite étant seule. Souvent c'étoit la même chose renversée dans une Emersion, une partie déja sortie n'étoit pas assés grande pour être vûë. Cependant M. Maraldi trouve dans les Registres de l'Observatoire des Observations assés exactes sur ces Immersions & Emersions, & principalement trois de feu M. Cassini en 1695 sur les trois 1ers Satellites. Par-là les diametres du 1er & du 2^d^ sont à celui de Jupiter comme 1 à 20, & celui du 3me comme 1 à 18. Le 4me Satellite manque à cette Théorie, mais M. Maraldi supplée par un autre tour au défaut d'observations pareilles, & trouve le diametre de ce Satellite comme celui des deux 1ers. Le 3me Satellite est donc le seul inégal, & il est le plus grand. Si nous voyions de Jupiter les trois qui nous paroissent égaux, ils cesseroient apparemment de l'être.

On ne doute plus présentement que le diametre de Jupiter ne soit dix fois plus grand que celui de la Terre, ainsi le diametre du plus grand Satellite est à celui de la Terre comme 10 à 18, ou 5 à 9. Il est en même temps beaucoup plus grand que celui de la Lune, qui n'est à celui de la Terre qu'environ comme 1 à 4.

S'il est encore nécessaire de prouver combien les observations des Satellites sont délicates, nous rapporterons une remarque de M. Maraldi. De ces observations que l'on a faites en même temps à Greenwich & à l'Observatoire, on en a tiré la différence de ces deux Lieux, & il se trouve que cette différence est toûjours plus grande par les Immersions que par les Emersions comparées ensemble, & c'est dans un très-grand nombre de comparaisons que cela se

soûtient toûjours. Il y a de l'erreur de l'un des deux côtés, & une erreur d'habiles gens, c'est tout ce que nous voulons conclurre, quoique M. Maraldi conjecture assés finement de quel côté elle vient.

SUR UNE NOUVELLE METHODE POUR TROUVER LA HAUTEUR DU POLE.

V. les M. p. 409.

IL y a deux Méthodes principales pour déterminer la hauteur du Pole, ou la latitude d'un Lieu.

La 1re est par les hauteurs Méridiennes du Soleil, ou de quelque Etoile fixe. Le jour du Solstice d'Eté, où l'on sçait que le Soleil est à 23 degrés de l'Equateur, car pour plus de facilité je ne prends que des nombres entiers, on a observé sa hauteur Méridienne de 63 degrés, de-là on conclut que le Soleil est éloigné du Zénit du Lieu de 27 degrés, 27 & 23 sont 50 degrés dont le Zénit du Lieu est éloigné de l'Equateur, & c'est-là sa latitude ou sa hauteur du Pole. Il est clair que toute Fixe servira au même usage que le Soleil, pourvû que l'on connoisse sa distance à l'Equateur, ou sa declinaison, comme l'on connoissoit dans cet exemple celle du Soleil.

La 2de Méthode est bornée aux Fixes *circompolaires*, c'est-à-dire, dont on peut voir du Lieu où l'on est une révolution entiére autour du Pole, ou qui ne se couchent point. A une plus grande latitude on en voit toûjours un plus grand nombre. Elles ont dans une seule révolution deux hauteurs Méridiennes, l'une supérieure par rapport au Pole, l'autre inférieure, on les a toutes deux par observation, on prend l'arc du Méridien compris entre elles, il est sûr que le point du milieu de cet arc est le Pole, & que la hauteur supérieure observée moins la moitié de cet arc, ou l'inférieure plus cette même moitié est la hauteur du Pole sur l'Horison.

Le

Le défaut de la premiére Méthode est qu'elle demande la connoissance exacte des déclinaisons, soit du Soleil, soit des Fixes, & les meilleurs Astronomes ne sont pas d'accord entre eux sur ce point, sans compter que l'on commence à appercevoir dans les Fixes, des irrégularités, des changements de position qui, jusqu'à présent, paroissent fort bisarres. Il est clair aussi que les hauteurs Méridiennes varient par les Réfractions, dont la juste mesure ne pourra apparemment être jamais bien établie. Le seul remede seroit de prendre ces hauteurs si grandes que les Réfractions y pussent être negligées.

La 2de Méthode est sujette aussi aux Réfractions, & c'est son seul défaut qui jusque-là lui est commun avec la 1ere, mais elle a de particulier que comme il lui faut deux hauteurs différentes, elle tombe deux fois dans l'inconvénient des Réfractions qui même sont inégales.

Il ne faut pas croire cependant que quand les opérations sont aussi bien faites qu'elles peuvent l'être, sur-tout quand on en a fait un grand nombre pour un même sujet, il puisse rester beaucoup d'incertitude. Mrs Cassini & Maraldi ont fixé la latitude de l'Observatoire à 48° 50′ 10″, M. de la Hire à 48° 50′ seulement, il ne s'agit que de 10″, de $\frac{1}{23580}$ du tout, mais M. Godin juge que comme une latitude est un élement très-important qui entre dans une infinité de calculs, il est bon de l'avoir encore, s'il se peut, dans une plus grande précision, & il en a imaginé le moyen.

Il choisit une Etoile circompolaire dont la plus grande hauteur Méridienne soit telle que la Réfraction y soit nulle ou insensible, & il prend exactement cette hauteur. L'Etoile étant en deçà du Pole par rapport à l'Observateur, & plus élevée sur l'Horison, il est certain que si de sa hauteur Méridienne connuë on ôte sa distance au Pole encore inconnuë, on aura la distance cherchée du Pole à l'Horison.

Chaque Quart de l'Equateur, à compter d'un Méridien quelconque, est égal à la distance de l'Equateur au Pole, & de même à cause de l'uniformité de la Sphere, chaque

Quart du Parallele décrit par une Etoile en 24 heures, est égal à la distance de cette Etoile au Pole, puisqu'elle est toûjours très-exactement pendant 24 heures sur la circonférence de ce Parallele, dût-elle avoir d'ailleurs de grandes irrégularités. On la voit pendant toute une révolution, on peut donc la prendre & 6 heures avant, & 6 heures après son passage par le Méridien, elle aura décrit précisément la moitié de la circonférence de son Parallele, il n'y a plus qu'à mesurer par les Instruments la quantité de degrés de cet arc, dont la moitié sera la distance de la Fixe au Pole.

Il est vrai que quand elle a été dans ses deux plus grands éloignements du Méridien, elle a dû être assés basse pour être sujette aux Réfractions, & alors par conséquent on l'a vûë trop élevée, & la moitié de son Parallele a paru plus courte qu'elle n'étoit réellement. M. Godin n'a garde d'en disconvenir, mais il fait remarquer & prouve par un Exemple, que ses opérations le menent à un Calcul où l'erreur qui vient des Réfractions mal connuës, est la moitié moindre que celle qui naîtroit des opérations ordinaires. De plus il trouve la hauteur du Pole par une Etoile fixe, sans avoir besoin d'en connoître auparavant la déclinaison. Il semble présentement que tous les grands pas sont faits dans les Sciences, & qu'on ne peut plus avancer que par de petits pas, qui n'en seront que plus difficiles, & plus à estimer.

SUR LA PERPENDICULAIRE
A LA MÉRIDIENNE DE PARIS.

V. les M. p. 434.
* V. l'Hist. de 1733. p. 46.

CE qui fut commencé en 1733 pour la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris du côté de l'Occident*, a été continué & fini cette année du côté de l'Orient, quoiqu'au milieu d'une Guerre très-vive. M. Cassini, parti de Paris à la tête de la même Troupe que l'année précédente, a poussé cette Perpendiculaire jusqu'à l'extrémité Orientale de la France, jusqu'à Strasbourg.

Si l'on se souvient de ce qui a été dit en 1721* sur cette sorte de travail en général, & des attentions qu'il y faut apporter, il ne restera plus qu'à en faire l'application à quelques cas particuliers qui se trouvérent dans ce dernier ouvrage; par exemple, quand on fut sur les confins de la Lorraine & de l'Alsace, la Perpendiculaire jetta les Géometres dans de grands Bois, où il n'y avoit ni Objets remarquables qui pussent être distingués des autres pour la formation des Triangles, ni Routes par où d'autres que des Chasseurs pussent guére passer, incommodités auxquelles on ne s'attendoit point dans des païs tels que ceux-ci, & qu'on n'avoit point encore éprouvées, du moins à ce point-là, dans de pareilles entreprises. Il fallut se faire & des Objets & des Routes, on se partagea pour allumer en différents endroits & en des temps dont on étoit convenu, de grands feux qui, par l'éloignement, n'étoient presque plus que des points où se formoient des sommets d'angles. Quelquefois, quoiqu'il suffît de partir d'une base actuellement mesurée, après quoi tout le reste se concluoit par le calcul Trigonométrique, on a mesuré actuellement d'autres bases ou côtés de Triangles pour suppléer au défaut de quelque angle que l'on n'avoit pas, car si l'on n'a pas les trois angles d'un Triangle, il faut avoir plus d'un côté.

* p. 66. & suiv.

On est parvenu de Paris à Strasbourg par une suite de 29 Triangles, ce qui est remarquable, puisqu'il en a fallu 30 pour aller seulement de Paris à Dunquerque. Nous avons dit en 1721 pourquoi le petit nombre de Triangles, & la grandeur des angles sont des avantages. Ici on a eu ces deux avantages à la fois, & ces grands Bois si incommodes y ont apparemment contribué. On a été obligé de se faire des Objets, & on se les est faits les plus éloignés qu'on a pû, & faisant entre eux les plus grands angles.

On a fini ce travail de la même maniére que les autres, par la mesure actuelle d'une base qui, sur une longueur de 3341 Toises 4 pieds, ne s'est trouvée que de 4 pieds plus courte que la base résultante des 29 Triangles.

La diſtance de Paris à Straſbourg eſt de 205140 Toiſes en ligne droite, ce qui fait près de 90 Lieuës communes de 2282 Toiſes. Cette même diſtance priſe ſur la Perpendiculaire n'eſt que de 204990. Straſbourg eſt au Midi de la Perpendiculaire, & en eſt éloigné de 7326 Toiſes, ou de plus de 3 Lieuës.

Si aux 204990 Toiſes de diſtance de Paris à Straſbourg priſes ſur la Perpendiculaire, on joint les 148460 Toiſes ou 65 Lieuës, qui ſont ſur la même Perpendiculaire la diſtance de Paris à Granville, on aura 353450 Toiſes, ou près de 155 Lieuës pour la longueur de cette ligne qui s'étend ſur toute la France de l'Oueſt à l'Eſt en paſſant par Paris.

On avoit la diſtance terreſtre de Paris à Straſbourg, il ne reſtoit plus qu'à avoir la diſtance céleſte, c'eſt-à-dire, la grandeur en degrés de l'arc d'un Parallele compris entre Paris & Straſbourg, ou entre leurs Méridiens. Pour cela les Satellites de Jupiter étoient néceſſaires, mais le temps extrêmement pluvieux étoit très-contraire à l'obſervation, & d'ailleurs on n'eût pas pû la ſuivre long-temps, car Jupiter étoit prêt à ſe plonger dans les rayons du Soleil. Mais M. Hertenſtein, fameux Profeſſeur de Mathématique à Straſbourg, ſuppléa à ce défaut par de bonnes obſervations des Satellites, faites par M. Eiſenſchmid ſon Prédeceſſeur, & qu'il communiqua à M. Caſſini.

Il parut bientôt par-là qu'à la latitude de Straſbourg, les degrés de longitude étoient plus petits qu'ils ne doivent être dans l'hipotheſe de la Terre Sphérique, & que cela emporte que la Terre ſoit un Sphéroïde allongé. Nous avons trop traité cette matiére dans l'année précédente pour en rien répéter ici. M. Eiſenſchmid n'étoit engagé dans aucun parti ſur la Queſtion de la figure de la Terre, & il n'y a pas d'apparence que dans ſes obſervations des Satellites il ait ſongé à favoriſer le Sphéroïde allongé, plûtôt que l'applati, & d'ailleurs, quoique fort habile, il eût peut-être eu de la peine à trouver bien ſûrement comment il devoit s'y prendre, mais enfin ces obſervations ſe ſont trouvées ſi favorables au

Sphéroïde allongé, que M. Caſſini a eu la modération de n'en pas vouloir tirer tout l'avantage qu'il eût pû à la rigueur, & de s'en retrancher une partie.

SUR L'OBLIQUITE' DE L'E'CLIPTIQUE.

QUAND l'obliquité de l'E'cliptique ſeroit toûjours décroiſſante, comme quelques-uns commencent à le croire, ce ſeroit de ſi peu & ſi lentement, que l'on n'auroit pas tort d'en douter encore aſſés long-temps. Nous avons déja traité le pour & le contre de cette matiére en 1716*, & depuis ce temps-là nous ne pouvons pas avoir acquis de grandes lumiéres ſur un point de fait dont l'éclairciſſement demande pluſieurs Siécles. Cependant on peut avoir une impatience aſſés légitime de prévenir, autant qu'il ſera poſſible, un éclairciſſement ſi tardif, & ceux qui la ſentiront le plus, auront apparemment déja pris le parti du décroiſſement de l'obliquité de l'E'cliptique, car pour les autres leur hipotheſe eſt la dominante, ils ſont en poſſeſſion, & ils peuvent y demeurer encore long-temps tranquillement.

V. les M. p. 491.

* p. 48. & ſuiv.

M. Godin, comme pour tenir les choſes prêtes au Siſteme du décroiſſement, a voulu voir de quelles cauſes il pourroit proceder, quels effets il produiroit, quelles ſeroient toutes les marques qui le feroient reconnoître. Pour bien entendre toute cette Théorie aſſés neuve, & peut-être un peu abſtraite, il faut remonter juſqu'à la *Préceſſion des E'quinoxes*, que nous avons expliquée en 1708*, ſelon le Siſteme de Copernic.

* p. 93. & ſuiv.

L'axe de l'Equateur & celui de l'E'cliptique, partants tous deux du centre de la Terre, perpendiculaires chacun au plan de ſon Cercle, ſont inclinés l'un à l'autre du même angle, dont l'Equateur & l'E'cliptique le ſont l'un à l'autre, de $23° \frac{1}{2}$ à peu-près. Si l'on conçoit que ces deux axes ſoient immobiles l'un par rapport à l'autre, nous ne verrons jamais aucun changement dans l'inclinaiſon de l'Equateur & de l'E'cliptique, ni dans toutes les poſitions des E'toiles

entant qu'elles se rapportent à l'un ou à l'autre de ces deux Cercles, toutes les déclinaisons qui se rapportent à l'Equateur, toutes les latitudes qui se rapportent à l'Ecliptique, seront invariables, les Fixes, quelque mouvement qu'elles puissent avoir d'ailleurs seront toûjours à la même distance de ces deux Cercles, & ne se mouvront que parallelement à eux. Il est évident que ce sera le mouvement en longitude qui leur sera entiérement libre.

Mais si l'on suppose que des deux Axes l'un se meuve par rapport à l'autre, que ce soit l'Axe de l'Equateur qui se meuve par rapport à celui de l'Ecliptique immobile, décrivant un cercle autour de lui sans changer l'angle de $23^{\circ}\frac{1}{2}$ qu'il fait avec lui, nous avons expliqué en 1708 comment alors on verroit les Fixes changer de déclinaison, puisque l'axe de l'Equateur se meut, & non pas de latitude, puisque l'axe de l'Ecliptique ne se meut pas. En même temps les Fixes auront un mouvement en longitude d'Occident en Orient sur les poles immobiles de l'Ecliptique, ou plûtôt l'apparence de ce mouvement causée par le mouvement circulaire réel de l'axe de l'Equateur autour de celui de l'Ecliptique. La vîtesse de ce mouvement réel déterminera celle de l'apparent. On a vû comment de-là venoit la précession des Equinoxes. C'est uniquement pour l'expliquer, que tout ce que nous venons de dire a été imaginé. On y a toûjours consideré l'angle de l'Ecliptique avec l'Equateur comme constant.

S'il ne l'est pas, & c'est de quoi il s'agit ici, quelle addition faut-il faire à cette Théorie ? car ce sera une addition, & non pas un changement, la précession des Equinoxes, & tout ce qui en dépend doit subsister en entier.

Puisque l'angle diminuë, les deux axes ne conservent plus entre eux cette même distance qu'ils conservoient auparavant, ou, ce qui est le même, leurs plans ne la conservent plus. Mais lequel des deux se met en mouvement vers l'autre? Voilà ce que M. Godin fait reconnoître par les phénomenes qui arriveront,

Si l'Equateur ſe meut vers l'Ecliptique immobile, tout ce qui ſe rapporte à l'Equateur, les déclinaiſons des Fixes changeront, & non les latitudes. Il ſemble que nous venions déja de le dire dans une autre hipotheſe, mais au fond ce n'eſt nullement la même choſe. Quand l'axe de l'Equateur tourne autour de celui de l'Ecliptique ſans changer d'angle, les Fixes prennent néceſſairement par cette cauſe un mouvement apparent en longitude, parallele à l'Ecliptique, & qui par conſéquent ne l'étant pas à l'Equateur, fait changer les déclinaiſons. Mais ſi outre cela l'Equateur ſe meut en s'approchant de l'Ecliptique, tout ce qui ſe rapporte à l'Equateur, & par conſéquent les déclinaiſons ſont encore en mouvement, & changent par ce nouveau principe, mais c'eſt un changement qui s'ajoûte au premier, & n'en change pas la nature. On ne doit pas manquer d'y faire attention.

Si l'Ecliptique ſe meut vers l'Equateur immobile, les latitudes changent, puiſqu'elles ſe rapportent à l'Ecliptique, & les déclinaiſons ne changent que par le premier principe, par le ſimple mouvement de l'Axe de l'Ecliptique autour de celui de l'Equateur.

Par les obſervations que l'on peut avoir juſqu'à préſent, M. Godin croit pouvoir conclurre que l'obliquité de l'Ecliptique a diminué de 55″ en 80 ans, ce qui ſera à très-peu près 1′ en 90 ans. C'eſt-là le mouvement qui appartiendra ou à l'Equateur vers l'Ecliptique, ou à l'Ecliptique vers l'Equateur. Le premier ou l'ancien mouvement par lequel l'Axe de l'Equateur tournoit autour de celui de l'Ecliptique ſans s'en approcher, ni s'en éloigner, ſubſiſte toûjours tel que M. Caſſini l'a déterminé de 1 degré en 70 ans. Il eſt donc au ſecond ou nouveau, comme 105 à 1. Le ſecond eſt d'une prodigieuſe lenteur, s'il n'eſt que la $\frac{1}{105}$ partie du premier, qui étoit déja bien lent, & il ne faut pas s'étonner que ce ſecond ait attendu toute la juſteſſe & toute la ſubtilité de l'Aſtronomie moderne pour ſe faire ſeulement ſoupçonner. On avoit peine à concevoir, & nous l'avons dit en 1708, que l'Axe de l'Equateur tournant autour de celui de

l'Ecliptique pût conſerver le parallelisme avec lui-même qu'il eſt obligé de garder dans toutes ſes ſituations ſelon le Siſteme de Copernic, cette difficulté ne ſubſiſte plus dès que le parallelisme n'a plus beſoin d'être exact, & qu'au contraire il faut qu'il ne le ſoit pas.

La diminution de l'obliquité de l'Ecliptique étant admiſe ou ſuppoſée, ou l'axe de l'Equateur ſe meut vers l'Ecliptique d'un mouvement de 1′ en 90 ans, outre le mouvement de rotation qu'il a autour de ce même Axe de 1 degré en 70 ans, ou bien l'Axe de l'Ecliptique a un mouvement de 1′ en 90 ans vers l'Equateur; on a maintenant à ſe déterminer entre ces deux partis.

Il eſt plus naturel que ce ſoit pour le ſecond. L'Axe de l'Equateur eſt déja chargé d'un mouvement, & s'il falloit que l'autre lui appartînt encore, l'Axe de l'Ecliptique ſeroit d'une immobilité difficile à admettre dans la Nature, vû tout ce que l'on en connoît aujourd'hui. Mais M. Godin employe un raiſonnement plus ſçavant & plus ingénieux, qu'il reconnoît avoir tiré de Tycho.

Si l'Ecliptique ſe meut vers l'Equateur, les latitudes des Fixes changent toûjours, & comme il faut des temps extrêmement longs pour donner en cette matiére quelque choſe de ſenſible, les plus anciennes latitudes obſervées avec aſſés de ſûreté, ſeroient celles que l'on compareroit aux latitudes d'aujourd'hui. Mais ce que nous avons de plus ancien ſur ce ſujet, ce ſont ſeulement les déclinaiſons de quelques Fixes données par Ptolémée ſans leurs latitudes. M. Godin a ſuppléé à ce défaut pour la Claire de l'Aigle en tirant ſa latitude au temps de Ptolémée de la déclinaiſon qu'elle y avoit, du mouvement connu des Fixes, de l'obliquité qu'avoit alors l'Ecliptique, & des obſervations de M. Godin lui-même ſur la longitude de cette Etoile. Le Calcul vient enfin à donner ſa latitude plus grande au temps de Ptolémée qu'elle n'eſt aujourd'hui, &, ce qu'il y a de remarquable, plus grande preſque préciſément autant que l'étoit l'obliquité de l'Ecliptique, parce que la Claire de l'Aigle eſt placée preſque

ſur

sur le Colure des Solstices, au point où la mesure de sa latitude & celle de l'obliquité de l'Ecliptique ne sont que la même.

Dans ces sortes de Calculs M. Godin a égard aux Refractions que les Anciens ne connoissoient pas. Il a même égard aux différents Lieux où les Anciens ont observé, car c'est encore là un principe de variation pour les Refractions, & feu M. le Chevalier de Louville paroît n'en avoir pas tenu compte, quoiqu'on le doive dans une matiére où il n'est question que de fort petites grandeurs, qui échapperont, si l'on en perd rien.

Par toutes les preuves de M. Godin, l'apparence est jusqu'ici, car peut-être suffit-il de dire apparence, que l'angle de l'Equateur & de l'Ecliptique diminuë, & que c'est l'Ecliptique qui s'approche de l'Equateur. Mais si cela est, voici un grand changement dans le Ciel. Tout le monde sçait ce que c'est que les Nœuds de l'Ecliptique avec toutes les Orbites des Planetes, rien n'est plus important ni plus nécessaire dans l'Astronomie que la détermination de ces Nœuds, de leurs lieux, de leurs mouvements, parce que ces points étant les seuls communs à notre Orbite & aux autres, c'est dans ces points que les mouvements des Planetes doivent être mieux comparés à celui de la Terre, & c'est de-là que nous devons partir pour suivre tous ces mouvements étrangers, ou du moins ce sont dans tous ces mouvements des points principaux & très-remarquables. Si l'on se représente l'Ecliptique coupant chaque Orbite de Planete en deux points placés différemment en chaque Orbite, on concevra aussi-tôt que si l'Ecliptique étoit immobile, tous ces différents Nœuds le seroient aussi, & paroîtroient fixes, du moins *de ce chef*, & que s'ils avoient ou paroissoient avoir du mouvement, cela leur viendroit d'ailleurs, mais que si l'Ecliptique se meut, il est impossible que devenant successivement différents plans différemment posés, elle ne vienne à couper toûjours en d'autres points les Orbites des Planetes, & que par-là les Nœuds n'ayent un mouvement apparent. Or ce mouvement

ou par rapport à ſon action, ou par rapport à l'altération qu'elle peut recevoir de cauſes compliquées avec elle.

Elle peut être en elle-même ou conſtante ou variable. Conſtante, elle agira toûjours avec la même force, à quelque diſtance que ſoit le point vers lequel elle pouſſe un Corps; variable, elle agira avec plus ou moins de force ſelon une proportion quelconque à cette diſtance. Conſtante, elle agira toûjours de même ſelon quelque direction qu'elle agiſſe ſur ce corps; variable, elle agira différemment ſelon différentes directions.

Et de-là naiſſent deux différentes maniéres dont la Peſanteur peut être conſtante en un ſens, & variable en un autre. Si ſon action eſt la même à quelque diſtance que ſoit le point où elle tend, & ſi en même temps elle eſt différente ſelon la différente direction; ou ſi, au contraire, l'action eſt la même pour toutes les directions, mais non pas pour toutes les diſtances du point où elle tend, la Peſanteur ſera imparfaitement conſtante & variable, & il eſt aiſé de voir quand elle ſera parfaitement l'un ou l'autre.

Elle peut ne pouſſer toutes les parties du Corps qu'elle meut que vers un point unique, qui ſera alors un centre, ou les pouſſer chacune vers un point différent d'une même ligne, qui ſera un axe.

Quand le Corps ſuppoſé ſe meut ſur ſon centre, ou, ce qui eſt le même, ſur un axe, la Peſanteur qui tend toûjours ou vers ce centre, ou vers cet axe ſe complique néceſſairement avec la force Centrifuge qui tend à s'en éloigner. Mais pour conſidérer ces deux forces comme contraires, il ne faut prendre que ce qu'elles ont d'abſolument oppoſé dans leurs directions, décompoſées s'il en eſt beſoin. Si dans le Fluide qui tourne, la force Centrifuge étoit plus grande que la Peſanteur, tout ce Fluide ſe diſſiperoit, & ſeroit bien éloigné de pouvoir prendre une figure durable. Si les deux Forces étoient égales, elles ſe détruiroient l'une l'autre, & il ne ſe formeroit point encore de figure. Il faut pour cela que la Peſanteur ſoit la plus grande, ce n'eſt que ce qui

n'eſt pas détruit par l'action de la force Centrifuge, ſon antagoniſte, ce n'eſt que ce qu'elle peut encore conſerver, qui agit pour produire une figure, ce n'eſt que cet excès, ce reſte, qui eſt le poids *actuel* des Corps.

M. Bouguer exprime algébriquement dans la plus grande généralité poſſible, & la Peſanteur, & ſon action, & ſa modification. Il y a quelquefois dans ces ſortes d'expreſſions plus que l'art ordinaire; par exemple, on peut remarquer celui qu'employe M. Bouguer pour déſigner différemment la Peſanteur variable par une différente diſtance au point où elle tend, ou par une différente direction.

Le Fluide indéterminé, que M. Bouguer conſidére, tourne ſur ſon axe vers lequel la Peſanteur pouſſe toutes les Colomnes qui le compoſent, & puiſque leur équilibre déterminera la figure que le Fluide total prendra, il faut trouver une Equation où une certaine Colomne déterminée contrebalance toute autre Colomne quelconque, ou, ce qui eſt le même, lui ſoit égale en force. Il y a dans ce Fluide, une Colomne unique, dont la Peſanteur n'eſt point altérée par la force Centrifuge, c'eſt celle qui eſt l'axe du mouvement de circulation du Fluide; elle comprend tous les points d'où les forces Centrifuges tendent à s'éloigner, & par conſéquent elle ne peut avoir elle-même de cette eſpece de force. Cette Colomne déterminée miſe en égalité avec toute autre indéterminée ſoumiſe à toutes les conditions du Probleme, fournira l'*Equation* que l'on cherche, ſuſceptible enſuite de toutes les déterminations particuliéres poſſibles. On entend aſſés qu'il ſortira de là des valeurs d'Abſciſſes & d'Ordonnées d'une Courbe, qui ſera toûjours celle de la figure cherchée du Fluide, & qui variera ſelon les différentes hipotheſes qu'on aura faites arbitrairement.

Il ſeroit aſſés naturel de croire qu'après cela tout eſt fait, mais le Probleme bien approfondi, renferme encore une conſidération qui en augmente la difficulté, & par conſéquent la beauté, & qui pourroit échapper à moins que d'une grande attention.

L'équilibre des Colomnes assûre bien, dit M. Bouguer, le repos *intérieur* de toute la masse du Fluide, mais non pas l'*extérieur*, celui de sa surface, qui peut encore n'être pas de niveau, & par conséquent couler de côté & d'autre, & n'avoir pas une figure arrêtée. Mais, dira-t-on, ce qu'on appelle ici l'extérieur, n'est-ce pas l'intérieur même *finissant*, & si tout l'intérieur est tranquille, comment cet extérieur ne le sera-t-il pas? C'est que l'équilibre des Colomnes n'a fait qu'en régler les différentes longueurs, telles qu'elles devoient être, afin que l'une d'entre elles n'en soûlevât pas une autre par un plus grand poids, c'est que l'action quelconque de la Pesanteur n'a été distribuée que par rapport à ces longueurs, & n'a eu, pour ainsi dire, d'autre objet que de les déterminer. Pour cela il n'étoit pas nécessaire que les directions de cette action fussent perpendiculaires à la surface qui se formoit, mais il faut qu'elles le soient à cette surface formée, si l'on veut qu'elle se maintienne, car autrement de deux Colomnes qui précisément par leur longueur faisoient équilibre, si la premiére reçoit perpendiculairement l'action de la Pesanteur, tandis que la seconde ne la reçoit qu'obliquement, il est certain que la premiére l'emportera sur la seconde, & la soûlevera.

M. Bouguer cherche une nouvelle Equation, qui exprime la figure ou la surface d'un Fluide dont tous les points soient pressés perpendiculairement par la Pesanteur, ou, ce qui revient au même, soient de Niveau. Il lui vient une Equation assés différente de celle qui donnoit l'Equilibre des Colomnes, ce qui marque déja que les deux cas sont plus différents qu'on n'auroit cru. Ils le sont au point que l'un exclut quasi toujours l'autre, & qu'il n'y a que peu de moyens de les réunir, c'est-à-dire, que quand on veut que les deux Equations deviennent la même, ce qui ne se peut qu'en égalant entre elles les quantités par où elles different, on voit qu'il n'y a qu'un petit nombre d'hipotheses qui puissent produire cette égalité. Une de ces hipotheses est celle de la Pesanteur constante selon quelque direction qu'elle

agiſſe, & à quelque diſtance que ſoit le point où elle tend; alors la Planete eſt une Sphere. Ce n'eſt plus la même choſe ſi on met la moindre variation dans la Peſanteur. Combien étoit-on éloigné du vrai, & combien étoit-on éloigné de s'en douter, quand à cauſe de la nobleſſe de la figure Sphérique, on croyoit que les Corps Céleſtes ne pouvoient être que Sphériques?

Les figures du Solide formé ſur le ſeul principe de l'Equilibre des Colomnes, ou ſur le ſeul principe du Niveau, peuvent aller juſqu'à différer autant que celles d'un Solide infini en étenduë & d'un autre fini, tous deux d'une maſſe finie.

Apparemment il eſt rare dans l'Univers qu'il y ait des Planetes parfaitement Sphériques, & par conſéquent des Peſanteurs parfaitement conſtantes, car, ſelon la préſente Théorie, elles auroient arrondi entiérement ces Planetes, ſuppoſé qu'elles les euſſent trouvées dans leur premiére origine parfaitement obéiſſantes à leur impreſſion. Mais comme ce point-là demeurera toûjours indécis, & que le Probleme de M. Bouguer n'a pas compté ſur aucune réſiſtance de la matiére des Planetes à l'action de la Peſanteur, il ne ſera pas poſſible d'arriver par cette voye à une grande certitude ſur leurs figures.

Toûjours peut-on penſer avec beaucoup de vraiſemblance qu'il eſt très-difficile que jamais l'action de la Peſanteur ſur la ſurface d'aucune Planete lui ſoit auſſi géométriquement perpendiculaire qu'il le faudroit pour tenir dans un parfait repos les Liquides, les Mers qui s'y trouveront, & ſi ce repos n'eſt pas parfait, la ſurface de ces Mers ſera par elle-même, & ſans aucune cauſe étrangere dans une petite agitation continuelle. Seroit-il bien incroyable que ce mouvement de liquidité, dont on ne connoît peut-être pas encore tout-à-fait la véritable origine, eût en partie celle-là? En ce cas ce ſeroient les Calculs d'Algebre qui auroient conduit à des vûës de Phiſique, où les faits ni les expériences ne conduiſoient pas.

M. de Maupertuis * qui avoit déja traité ce sujet dans son Livre de la Figure des Astres * le reprit à l'occasion de la Théorie de M. Bouguer, & tomba dans les mêmes conclusions. Il avoit embrassé la matiére dans toute son étenduë, en appliquant à la Question de la Figure des Planetes toutes les hipotheses sur la Pesanteur qui ont été jusqu'à présent reçûës par les plus grands Philosophes.

* V. les M. p. 55.

* V. l'Hist. de 1732. p. 85. & suiv.

Galilée, Descartes & Huguens l'ont regardée comme tendant vers un centre, & avec une force égale à quelque distance qu'il fût. C'est la premiére idée qu'on a dû prendre sur toutes les expériences faites autour du Globe terrestre, les seules qu'il nous soit permis de faire. C'est-là le premier Sisteme.

Lorsqu'ensuite on a conçû que ce qui faisoit tourner tous les Corps célestes autour de quelque centre, ou plûtôt ce qui les empêchoit de s'en écarter, quoiqu'ils le dussent naturellement, ce qui les y rappelloit toûjours, devoit être une Pesanteur, non seulement analogue à celle qui s'exerce sur la Terre, mais précisément de la même nature, l'idée de la Pesanteur est devenuë & plus générale & plus vraye; & comme on la prenoit sur les mouvements des Corps célestes réglés par les Loix de Képler, on a vû qu'il suivoit de ces Loix que la Pesanteur agit en raison renversée des quarrés des distances au centre *. 2[d] Sisteme.

* V. l'Hist. de 1728. p. 154. & suiv.

Le 3[me] est que toutes les parties de la matiére s'attirent mutuellement les unes les autres, mais différemment selon les masses & les distances, & que la Pesanteur ne consiste ou ne paroît consister que dans la supériorité de tendance que les unes prennent sur les autres vers certains points, à la fin, pour ainsi dire, de ce combat général. C'est-là proprement le Sisteme de M. Newton. Il est bien vrai que tout le 2[d] y entre, & s'il y entroit seul, il seroit très-raisonnable de dire qu'en attendant la connoissance des causes Phisiques ou Méchaniques de ces Pesanteurs on en considere les effets, & qu'on est en droit de donner à ces causes inconnuës des noms commodes. Mais outre tout ce que nous appellons

le 2[d]

le 2[d] Sisteme, celui de M. Newton, comprend les véritables attractions, il demande que des Corps pesants se meuvent plus rapidement vers des centres, parce que ces centres sont occupés par de plus gros corps, qui attirent plus puissamment. Croit-on de bonne foi qu'il se puisse jamais trouver de cause Méchanique à cet effet, & une objection très-légitime & très-fondée contre M. Newton, ne tâche-t-on pas adroitement à l'éluder en la payant d'une réponse qui ne convient qu'à une autre objection qu'on ne lui fait pas, ou qu'on ne doit pas lui faire ? Tout cela bien mis au net, on sera plus en état d'entendre ce que nous avons à dire.

On ne peut traiter la question de la Figure des Astres ou Planetes qu'en employant l'action de la Pesanteur, & par conséquent cette question ne peut être traitée dans le 1[er] *Sisteme*, où la Pesanteur seroit la même par tout l'Univers que sur la Terre, & il y a tout lieu de croire qu'elle ne l'est pas. De plus elle seroit toûjours la même dans son action, indépendante des distances du point central, & il est certain que dès qu'on la transporte aux Corps célestes, elle n'est plus constante dans son action, mais variable en raison renversée des quarrés des distances.

En se renfermant donc dans ce 2[d] Sisteme, on trouve que la figure des Corps célestes soit toûjours fluides, comme les Soleils, soit d'abord fluides, & ensuite endurcis, comme les Planetes, est uniquement le résultat de la combinaison de deux Eléments qui se combattent, de la Pesanteur, qui tend à rassembler toutes les parties d'un Corps autour d'un centre, & de la Force Centrifuge qui tend à les en écarter, parce que ce Corps est toûjours supposé circuler. Nous avons déja dit que si la Force Centrifuge étoit plus forte que la Pesanteur, les parties du Corps se dissiperoient, & la figure se détruiroit; si elle étoit égale, il ne se formeroit point de figure; il faut donc qu'elle soit plus foible, & alors l'Equateur de la circulation ou rotation est nécessairement plus grand que son axe, c'est-à-dire, que la figure est celle d'un Sphéroïde applati.

Les Soleils autour desquels tournent des Planetes, des Planetes autour desquelles tournent d'autres Planetes subalternes, portent avec eux & nous offrent des indices bien marqués de la Pesanteur qui regne dans les Régions de l'Univers où ils se trouvent. La Force des mouvements dont ils sont les centres, ou plûtôt celle dont les Corps qui tendent vers eux y tendent, est la mesure de cette Pesanteur, & pour la connoître il n'y a qu'à décomposer leur mouvement de circulation, & comparer la Force qui leur feroit décrire, si elle étoit seule, un certain mouvement en ligne droite en un certain temps, & la Force qui dans le même temps les empêche de suivre cette droite, & les retire d'une certaine quantité vers un centre. Plus est grand ce rapport de la 2de Force à la 1re, plus la Pesanteur est grande, & il est visible que la Géométrie fera aisément cette détermination.

Si nous étions sur une autre Planete que celle où nous sommes, nous reconnoîtrions par le mouvement de la Lune autour de la Terre quelle seroit la Pesanteur à la Région de la Terre. Mais parce que nous y habitons, nous la connoissons, nous la mesurons par des expériences plus immédiates. On voit par-là qu'il n'y a de Pesanteurs étrangeres, pour ainsi dire, dont nous puissions avoir connoissance, que celles du Soleil, de Jupiter & de Saturne, parce qu'il se fait autour d'eux des révolutions connuës. Mercure, Venus & Mars nous échappent.

Il est bon de pouvoir rapporter ces Pesanteurs étrangeres à notre Pesanteur terrestre, dont l'effet bien constaté est de faire parcourir à un Corps, qui tombe proche de la surface de la Terre, 15 pieds dans la 1re Seconde de sa chûte. On sçait quelle est la quantité dont Jupiter, par exemple, est tiré vers le Soleil par sa Pesanteur en une Seconde, & puisque la Pesanteur croît en raison inverse des quarrés de la distance, on sçait quel chemin il feroit en une Seconde, si au lieu de tendre simplement vers le Soleil, il étoit réellement transporté sur sa surface, or il feroit alors environ 360 pieds, au lieu qu'il n'en eût fait que 15 sur la surface de la Terre.

Donc la Pesanteur est 24 fois plus grande sur la surface du Soleil. On trouvera de même en transportant un Satellite sur la surface de Jupiter, que la Pesanteur y est à peu-près double de ce qu'elle est sur la surface de la Terre.

Avec la Pesanteur d'un Soleil ou d'une Planete, il faut, pour avoir leur figure, connoître aussi leur Force Centrifuge, qui dépend, comme on sçait, du rapport de la grandeur de l'Equateur de la rotation à la vîtesse de cette rotation. De la combinaison de ces deux principes résulte la Figure cherchée, qui est toûjours celle d'un Sphéroïde applati, puisque la Pesanteur est toûjours plus grande que la Force Centrifuge, mais d'un Sphéroïde plus ou moins applati. La Force Centrifuge est dans le Soleil environ 6 fois plus petite, & dans Jupiter 60 fois plus grande que sur la Terre. On sçait par expérience que sur la Terre elle est 289 fois moindre que la Pesanteur.

Afin que la figure d'un Corps céleste puisse être déterminée par cette Théorie, il faut donc qu'il ait ces deux conditions, & que d'autres Corps fassent autour de lui des révolutions connuës, & qu'il en ait une sur lui-même. Le Soleil & Jupiter ont les deux conditions, on y peut mettre la Terre, si l'on veut; Saturne n'a que la 1ere condition, Venus & Mars n'ont que la 2de, encore Venus ne l'a-t-elle pas encore bien sûrement, Mercure manque de toutes les deux.

M. de Maupertuis a été surpris de se trouver arrivé par sa Théorie & son calcul à la même proportion de 15 à 14 que M. Cassini avoit trouvée, par des observations très-délicates, entre l'Equateur & l'Axe de Jupiter. Selon la même Théorie, cette proportion des deux diametres doit être absolument insensible dans le Soleil, quoique non pas nulle, aussi aucune observation ne la peut-elle découvrir. Quand une Théorie abstraite, compliquée de plusieurs principes différents, vient de si loin rejoindre juste des faits où il n'étoit pas trop nécessaire qu'elle arrivât, ce ne peut guére être un effet du hasard.

Il eſt à propos d'obſerver que ſi d'un côté les deux diametres des Corps céleſtes ne peuvent aller juſqu'à l'égalité parfaite, ce qui auroit fort étonné les Anciens, d'un autre côté l'Equateur toûjours plus grand que l'Axe, ne peut être plus grand que ſelon la raiſon de 3 à 2, du moins dans le Siſteme où nous ſommes préſentement.

Il pourroit naître de cette Théorie de M. de Maupertuis un avantage imprévû, & que l'on jugeroit même impoſſible, celui de déterminer quelle eſt une rotation que l'on ne voit point du tout, celle de Saturne; par exemple, que Saturne eût ſes deux diametres d'une inégalité ſenſible, & bien obſervée, on auroit par eux le rapport de la Peſanteur de Saturne connuë d'ailleurs à ſa Force Centrifuge, & par ſa Force Centrifuge connuë alors la vîteſſe de ſa rotation. S'il arrivoit que l'on vînt enſuite à avoir d'autres preuves, ou ſeulement d'autres indices de cette même rotation, ce ſeroit bien alors qu'une Théorie auroit droit de triompher.

Dans le Livre que nous avons cité, M. de Maupertuis avoit expliqué ſelon ſes principes, la formation de l'Anneau de Saturne, phénomene le plus ſingulier de tout le Ciel connu. Il y revient encore pour en donner un nouveau Calcul algébrique, & il paſſe de-là à d'autres phénomenes qu'on pourroit appeller *récents*, parce que depuis peu ils ont été plus curieuſement & plus exactement obſervés que jamais par l'illuſtre M. Derham, de la Societé Royale de Londres.

Ce ſont les Etoiles qu'on nomme *Nébuleuſes*. Si ce n'étoient ou que des Etoiles enveloppées d'une Atmoſphere fort grande par rapport à elles, & fort lumineuſe, ou différents amas de petites Etoiles qui, comme celles de la Voye Lactée, ne ſe rendroient viſibles que par leur nombre, il n'y auroit rien à cela de fort remarquable. Mais M. Derham trouve qu'il y en a pluſieurs auxquelles ces deux idées ne peuvent convenir. Leurs prétenduës Atmoſpheres ſont trop grandes pour n'être que des Atmoſpheres, ou de petites Etoiles qui devroient être en nombre infini. Il vaut mieux que ce ſoient de grands eſpaces, de grandes Régions lumineuſes

par elles-mêmes, & d'une maniére peut-être dont nous n'avons point d'exemple ailleurs, car qui sçait si cette énorme étenduë de l'Univers visible à nos yeux en est plus d'un point par rapport à tout ce que nous n'en voyons pas, & en ce cas-là quelle infinité de choses dont nous n'aurions pas d'idée? M. Derham ne croit pas même aller trop loin dans le païs immense de la possibilité, en conjecturant que ces grandes Régions lumineuses pourroient n'en être pas, mais seulement de grands Vuides, par où l'on appercevroit des portions du Ciel Empirée qui est au de-là, tout brillant de sa propre lumiére. Il croit bien que les Théologiens ne l'en dédiront pas, mais du moins les Géometres ne lui passeront pas avec tant de facilité, de mettre assés arbitrairement ses Nébuleuses, quelles qu'elles soient, autant au de-là des Etoiles fixes, que celles-ci sont au de-là de la Terre.

En supposant qu'entre ce qu'on appelle *Nébuleuses*, il y en ait qui soient des amas, des Tourbillons tout lumineux, ces Tourbillons prendront des figures, soumises comme toutes les autres à la Théorie de M. de Maupertuis, puisqu'il se trouvera là & Pesanteur & Force Centrifuge. Mais il n'est pas sûr que cette Pesanteur soit la même que celle sur laquelle nous avons raisonné jusqu'ici, & qui appartient à ce que nous avons nommé le 2^d^ *Sisteme*, celle qui n'agit que selon un rapport des distances des points centraux où elle tend, & qui en particulier dans tout notre Tourbillon Solaire est déterminée à agir dans la raison inverse de ces distances. Quant à la Force Centrifuge on ne la peut concevoir que d'une seule espece.

Si, pour tout embrasser, on prend la Pesanteur telle que nous l'avons représentée dans le 3me Sisteme, car c'est tout ce qui reste à imaginer, s'il peut s'imaginer, il est vrai qu'on aura plus de facilité à expliquer certaines choses, parce qu'on auroit, outre l'action des principes déja posés, tout ce qui pourroit naître de l'attraction mutuelle des Corps. Dès que certains Corps passeroient plus près de quelques autres, il se feroit des changements considérables dans les mouvements,

dans les directions, dans les vitesses, dans les positions des Centres de gravité, quelquefois même dans les Figures, mais ce sera alors employer la véritable attraction bien dévoilée, dont nous avons ébauché une petite Théorie en 1732*. Il n'est presque pas croyable combien ce seul principe de plus rend les calculs plus longs & plus difficiles. Si l'attraction Newtonienne n'étoit pas vraye, on seroit en droit d'avoir regret au surcroît de peines qu'elle donne. M. de Maupertuis a déterré un fait curieux, & qui peut surprendre. Dans le Siécle passé, & avant M. Newton, deux de nos plus illustres François ont eu la même idée que lui sur la Pesanteur. Ils ne l'ont pas embrassée, ni réduite en Sisteme, mais enfin ils l'ont euë, l'ont jugée possible, & s'en sont même expliqués en termes plus forts que M. Newton & ses Disciples. M. de Maupertuis a-t-il voulu revendiquer une gloire à sa Patrie, ou justifier un peu les Anglois à nos dépens?

* p. 112. & suiv.

CEtte année 1734, M. l'Abbé de Molieres publia le commencement d'un Recueil de *Leçons de Phisique* dictées par lui au College Royal, comme il avoit déja publié en 1726 ses *Leçons de Mathématique**.

* V. l'Hist. de 1726. p. 45.

Les Leçons de Phisique en contiennent *les Elements déterminés par les seules Loix des Méchaniques*, & ces expressions mises en titre, où il peut paroître une affectation inutile & vitieuse, car ne sçait-on pas bien que les Elements de la Phisique ne peuvent être déterminés que par les loix des Méchaniques? ne disent pourtant rien que de raisonnable & même de remarquable depuis que de très-grands Philosophes ont voulu introduire dans la Phisique des Principes qu'ils reconnoissoient eux-mêmes pour n'être nullement Méchaniques. On aura donc ici une Phisique entiérement purgée des principes hétérogenes, pour ainsi dire, qui la défiguréroient, non pas cependant une Phisique tout-à-fait Cartésienne, mais établie sur les fondements de Descartes, qui sont les seuls, mieux employés seulement, & mieux mis en oeuvre.

Nous ne nous arrêterons pas aux Loix générales du Mouvement, que M. l'Abbé de Molieres pose telles que tous les Modernes les adoptent, après avoir rectifié les erreurs de Descartes. C'est presque uniquement des Tourbillons Cartésiens dont il s'agit, de ces Tourbillons qui se présentent si agréablement à l'esprit philosophique, qui en effet ont eu d'abord tant d'approbateurs, & de partisans zélés, & ensuite des ennemis si redoutables.

Tous les mouvements célestes se font par des Cercles, ou au moins par des Courbes rentrantes en elles-mêmes; de plus ils se font tous en même sens, tous d'Occident en Orient; de-là l'idée très-naturelle d'un grand Tourbillon de matiére fluide qui, tournant d'un certain sens, emporte avec lui tous les corps plus solides, que nous appellons *corps célestes*. Sans cela, pourquoi iroient-ils tous du même côté? Qu'on les imagine dispersés dans un grand Vuide, d'où tireront-ils cette direction de mouvement commune?

Certainement l'Auteur de l'Univers y a voulu introduire le mouvement d'une maniére durable. S'il eût donné à ses différentes parties des mouvements en ligne droite du même sens, où seroient-elles enfin parvenuës? elles ne pouvoient pas sortir de l'Univers. S'il leur eût donné des mouvements en différents sens, les mouvements contraires se seroient détruits, & bientôt tout seroit tombé dans un repos général, ou du moins dans une langueur toûjours plus grande. Le seul expédient étoit que la matiére fût divisée en une infinité de grandes masses rondes, qui sans sortir de la portion de l'espace où elles étoient placées, & sans se troubler les unes les autres, se mûssent chacune sur son centre avec la vîtesse nécessaire pour produire, chacune dans son enceinte, les phénomenes ordonnés par l'Auteur de la Nature. A ce moyen, il y a le moins de mouvements contraires qu'il se puisse, & le plus de directions en même sens, d'où suit le moindre déperissement possible de la quantité de mouvement primitivement imprimée.

Puisque tout se réduit à des Tourbillons, M. l'Abbé de

Molieres entreprend une Théorie démontrée de tout ce qui leur appartient, & c'eſt-là proprement une Phiſique générale qui procedera par démonſtration. Deſcartes lui-même s'eſt mépris à cette Théorie, peut-être parce qu'il en étoit l'inventeur; après lui pluſieurs autres l'ont ou attaquée ou défenduë, & M. de Molieres a paru ſouvent dans nos Hiſtoires comme défenſeur, ſans compter tout ce que nous avons rapporté d'ailleurs ſur le même ſujet, mais tout cela, ce ne ſont que des morceaux détachés & épars, qui ne peuvent guére produire de conviction ni d'éclairciſſement en comparaiſon d'une Théorie entiére, dont toutes les parties ſe ſoûtiendroient par leur mutuelle liaiſon.

Nous avons vû en 1728 *, qu'un Tourbillon quelconque, comme notre Tourbillon Solaire, étant néceſſairement en équilibre, puiſque s'il n'y étoit pas, il faudroit qu'il s'y mît bientôt, cet équilibre emporte que les forces centrifuges des différentes Couches Sphériques qui le compoſent, car le Tourbillon eſt ſuppoſé de cette figure, ſoient toutes égales entre elles. On peut partir de là pour toute la Théorie de M. l'Abbé de Molieres.

* p. 97. & ſuiv.

De cette égalité des forces centrifuges des Couches Sphériques, on voit naître auſſi-tôt les rapports des vîteſſes des différentes Couches entre elles, & ceux que les diſtances au centre du mouvement ont avec les temps des révolutions. Il eſt ſurprenant que les faits Aſtronomiques ſoient auſſi exactement conformes qu'ils le ſont à des conſéquences tirées d'une pure ſpéculation, & il n'eſt pas peut-être moins ſurprenant qu'on ait fait entrer des Attractions inintelligibles dans une matiére où l'on pouvoit voir que les ſeules Forces Centrifuges bien connuës & bien avérées ſuffiſoient.

La preſſion que chaque Couche Sphérique, en vertu de ſa Force Centrifuge, exerce ſur celle qui lui eſt immédiatement ſupérieure, eſt dirigée ſelon un rayon de la Sphere, & de-là vient qu'un Tourbillon, qui tend toûjours à s'étendre ou à s'aggrandir, n'y tend pas avec plus de force du côté de l'Equateur, que du côté des Poles, ou que, ce qui revient

au même,

au même, il résistera également de tous côtés à une compression extérieure. Ainsi l'Univers étant conçû comme formé de grands Tourbillons disposés entre eux par une espece de hasard, & sans aucune régularité, ils se soûtiendront toûjours, quelle que soit cette disposition, en s'arcboutant les uns contre les autres par leurs points d'attouchement, & si quelqu'un en enfonce un autre, ce ne sera pas précisément en vertu de leur disposition, ou parce que l'Equateur de l'un aura attaqué les Poles de l'autre.

Quand un Tourbillon s'aggrandit, c'est que ses derniéres Couches ayant plus de vîtesse que les derniéres d'un Tourbillon voisin, celles-ci ont été forcées à suivre le mouvement & la direction des autres. Mais alors le Tourbillon aggrandi a donc ses derniéres Couches plus éloignées du centre qu'auparavant, & par conséquent mûës avec moins de vîtesse que les derniéres Couches précédentes, & le Tourbillon aggrandi est affoibli à cet égard, & il pourroit être plus aisé à enfoncer par un autre, & peut-être par celui-là même qui lui avoit cedé, & qui étant devenu plus petit en est devenu plus fort par ses derniéres Couches. Puisque l'affoiblissement suit toûjours ainsi l'aggrandissement, & au contraire, il est aisé de voir combien la forme de l'Univers divisé en Tourbillons doit être durable, combien elle est propre à maintenir l'équilibre, ou à le rétablir promptement, si quelques accidents singuliers l'interrompoient.

En cas qu'un Tourbillon Sphérique soit pressé selon un de ses diametres plus qu'en tout autre endroit par deux Tourbillons voisins, & opposés, il est certain qu'il s'allongera selon le diametre perpendiculaire au diametre pressé, & deviendra Elliptique, mais il ne conservera pas cette figure, les deux extrémités du grand axe plus éloignées du centre que celles du petit ayant moins de Force Centrifuge qu'elles, leur céderont, seront par conséquent obligées à se rapprocher du centre, & le Sphéroïde Elliptique redeviendra une Sphére. On devinera sans doute que c'est-là le principe de l'Elasticité qui vient s'offrir de lui-même.

Un Corps ne pouvant jamais communiquer du mouvement qu'à un autre Corps qui en a moins que lui, & les Couches inférieures d'un Tourbillon ayant toûjours plus de vîtesse réelle que les supérieures, il n'y a que les inférieures qui puissent agir sur les supérieures, ou augmenter leur mouvement, si elles n'en ont pas assés pour l'équilibre, ou, pour le dire en autres termes, le mouvement ne peut se communiquer dans un Tourbillon que du centre à la superficie.

Tout cela appartiendroit au Sisteme de Descartes, quoique bien rectifié, mais voici une addition très-considérable que le feu P. Malebranche y a faite, addition, & non correction, au contraire simple extension, mais presque infinie, & si naturelle d'ailleurs, qu'on a quelque peine à pardonner au premier Inventeur de n'y avoir pas pensé.

Notre grand Tourbillon Solaire, l'un de ce nombre infini de Tourbillons qui composent l'Univers, contient bien certainement d'autres Tourbillons moindres, & pareils à lui, ceux de la Terre, de Jupiter & de Saturne. Cet exemple si réel, que la Nature nous présente, n'invite-t-il pas les Philosophes à imaginer encore des Tourbillons plus petits toutes les fois que l'explication des Phénomenes les y conduira? Et quelles bornes prescrira-t-on à leur petitesse? on n'en connoît point de nécessaires à la division de la matiére. M. l'Abbé de Moliéres dit que comme les Géometres poussent les différents Ordres d'Infiniment grands ou petits aussi loin que le demande la Solution des différents Problemes, ainsi il sera permis aux Phisiciens d'établir différents Ordres de Tourbillons selon le besoin des explications. Tout l'Univers ne sera donc que de la matiére divisée & subdivisée en Tourbillons presque à l'infini, & en effet les raisons que nous avons d'abord apportées en faveur des grands Tourbillons, la durée qu'ils assûrent au mouvement général, ces équilibres qu'ils maintiennent si facilement, & qu'ils sçauroient rétablir si vîte, sont des raisons aussi fortes pour les petits Tourbillons que pour les grands. Nous avons vû en 1715* & 1729* en quels embarras Descartes s'étoit jetté

* p. 109. & suiv.
* p. 87. & suiv.

pour n'avoir pas suivi jusqu'au bout l'idée des Tourbillons, & comment un leger changement de ses Globules élémentaires durs en petits Tourbillons remédioit à tout dans le moment.

Le Tourbillon simple seroit celui qui seroit formé d'une matiére fluide dont chaque particule élémentaire seroit solide ou dure, c'est ainsi que nous avons conçû jusqu'à présent les grands Tourbillons du 1er ordre, ou qui font la 1re division de toute la masse de la matiére. Mais ces Tourbillons simples ou n'existent point, parce qu'il n'y a point de particules élémentaires dures, ou s'ils existent, nous n'avons pas besoin de pousser notre spéculation jusque-là; tous les Tourbillons seront composés de Tourbillons moindres disposés par Couches concentriques, comme auroient été des Globules durs, & qui circulent chacun autour de son centre particulier, en suivant les mêmes loix que nous avons reconnuës dans le Tourbillon simple. M. l'Abbé de Moliéres donne les loix du Tourbillon composé, & en voici les principales.

Chaque petit Tourbillon aura deux mouvements, l'un commun, qui lui viendra du grand Tourbillon, & aura la vîtesse déterminée par la distance du centre du petit Tourbillon au centre du grand, l'autre particulier, indépendant du général, & qui aura la vîtesse quelconque dont le petit Tourbillon tournera autour de son centre. Le 1er mouvement ne sera que celui du centre du petit Tourbillon, le 2d peut être considéré comme appartenant à sa superficie. Il faut qu'il y ait équilibre dans le Tourbillon composé, aussi-bien que dans le simple, or cet équilibre se trouvera certainement, si un Tourbillon simple formé de Globules durs étant conçû en équilibre, parce que les Couches concentriques de ces Globules auront les vîtesses requises, on conçoit à la place de chaque Globule dur un petit Tourbillon égal, dont le centre & la superficie ayent la même vîtesse qu'avoit le centre du Globule, car on n'a rien changé à ce qui causoit l'équilibre. Puisque l'équilibre est une chose unique, & qui ne se fait pas de deux façons, si l'équilibre se trouve dans

ce cas-là, il ne se trouve dans aucun autre, & par conséquent dans un Tourbillon composé la vîtesse de la superficie de chaque petit Tourbillon est la même que celle de son centre, c'est-à-dire, que si le diametre du petit Tourbillon est la 100me partie du diametre du Cercle que le centre du petit Tourbillon décrit dans le grand en 100 Secondes, un point de la superficie du petit Tourbillon circulera en une Seconde.

Il suit de-là que dans le Tourbillon composé il y a plus de mouvement, plus de force que dans le simple. M. l'Abbé de Moliéres démontre que chaque petit Tourbillon a deux fois plus de Force Centrifuge que n'auroit eu le Globule dur, qui auroit tenu sa place dans un Tourbillon simple.

S'il arrive qu'une Couche de petits Tourbillons ait plus de vîtesse qu'elle n'en devroit avoir à raison de sa distance au centre du grand Tourbillon, elle communiquera de son mouvement aux Couches inférieures, qui quoiqu'elles ayent naturellement le plus de vîtesse, n'en ont pas alors assés pour l'équilibre, puisque celle dont il s'agit en a trop. Ainsi le mouvement passera de la superficie au centre, au lieu que dans le Tourbillon simple il ne pouvoit passer que du centre à la superficie.

Le Tourbillon composé ne perd pas pour être composé, les propriétés qu'il auroit eûës étant simple. Ainsi dans le Tourbillon composé le mouvement peut passer & du centre à la superficie, & de la superficie au centre, & par conséquent de quelque maniére que l'équilibre vînt à se rompre, il seroit promptement rétabli. C'est une des choses à quoi ceux qui construisent l'Univers doivent avoir le plus d'attention, qu'à se ménager des ressources pour la longue durée de ce grand Edifice. Il ne leur siéroit guére de dire que le souverain Architecte y remettra la main dans le besoin.

Si les petits Tourbillons d'un même Tourbillon composé sont de différentes grandeurs ou masses, il faudra, pour l'équilibre, que puisque les petits Tourbillons plus éloignés du centre commun auront moins de vîtesse, ils ayent en

récompense plus de masse, & par conséquent les plus petits Tourbillons seront plus proches du centre commun, & les plus grands plus éloignés.

Nous avons toûjours supposé que les Tourbillons tant grands que petits étoient Sphériques, mais du moins les grands ne le sont certainement pas, & cela même a fait naître une grande difficulté dont nous avons rendu compte d'après M. de Molieres, à l'endroit de 1729 ci-dessus cité. On y a vû que les petits Tourbillons substitués aux Globules durs, faisoient disparoître tout d'un coup l'inconvénient terrible que produisoit la forme Elliptique de notre grand Tourbillon Solaire; c'est leur extrême facilité à s'aggrandir, ou à s'appetisser, à acquérir, ou à perdre de la vitesse, toûjours selon les Regles générales prescrites, c'est le sassement & resassement perpétuel qu'ils causent dans la matiére du Tourbillon, qui les rend si propres à y entretenir, pour ainsi dire, une vie immortelle.

Au reste, notre grand Tourbillon Elliptique l'est si peu qu'il peut toûjours passer pour Sphérique, horsmis dans les cas où l'extrême précision seroit nécessaire, & où il seroit permis d'y atteindre.

Nous n'avons considéré jusqu'ici qu'une matiére divisée & subdivisée en Tourbillons, & à proprement parler, une matiére fluide qui composeroit l'Univers, mais elle ne le compose pas entiérement, il y a aussi des Corps solides & durs, quoiqu'à la vérité ils ne fassent tous ensemble qu'une partie de cet Univers presque infiniment petite. Quand des particules de matiére sont en repos les unes auprès des autres, & se touchent immédiatement, elles sont comprimées en tous sens par les Forces Centrifuges des petits Tourbillons qui les environnent, & auxquels elles ne résistent par aucune Force, c'est-là le principe de la Dureté & de la Solidité, & il est facile de voir quelles en seront les modifications.

Si l'on imagine un Corps parfaitement dur, posé dans une Couche quelconque d'un Tourbillon simple, il n'y a rien qui l'empêche de suivre le mouvement circulaire de

cette Couche, il le suivra, rien ne l'empêche de prendre sa Force Centrifuge, il la prendra, & sera enfin comme une portion de cette Couche de même volume que lui. Mais si le Tourbillon où il nage étoit composé, alors le volume de matiére égal au Corps dur auroit deux Forces Centrifuges, l'une comme portion d'une Couche qui circule autour du centre de tout le Tourbillon, l'autre comme étant un amas de petits Tourbillons qui circulent chacun autour de leur centre particulier, ainsi que nous l'avons vû. Le Corps dur, qui n'est point formé de petits Tourbillons, ne pourroit prendre que la 1re Force Centrifuge, & faute de prendre la 2de, il auroit moins de tendance vers la circonférence du Tourbillon qu'un volume égal de sa Couche, & par conséquent seroit poussé vers le centre, & y tomberoit actuellement. Voilà la Pesanteur bien naturellement déduite des petits Tourbillons du P. Malebranche, & il est à remarquer qu'ils donnent avec une égale facilité, & pour mieux dire, avec une égale nécessité, le Ressort, la Dureté, & la Pesanteur, trois propriétés des Corps si bien liées ensemble dans ce Sisteme, qu'il ne paroît pas que la Nature elle-même ait pû y mettre une plus forte liaison.

Pour nous en tenir à la Pesanteur avec M. l'Abbé de Molieres, on voit par-là que s'il n'y avoit point de petits Tourbillons, il n'y auroit point de Pesanteur, & par conséquent elle n'est pas essentielle aux Corps. Et en effet sa seule définition ne le dit-elle pas? n'est-ce pas une tendance des Corps vers un certain point? & comment veut-on qu'ils tendent essentiellement vers ce certain point quel qu'il soit? ne saute-t-il pas aux yeux que cette tendance ou le mouvement qu'elle produit, ne peuvent être que la suite & l'effet de quelque arrangement, de quelque disposition particuliére du Monde?

Il y a donc de la matiére qui pese, & de la matiére qui ne pese point. L'Ether, ce grand Fluide immense, composé d'une infinité de petits Tourbillons, & qui par son mouvement général de Tourbillon emporte toutes nos Planetes,

ne pese point, au contraire toutes ses parties tendent à sa circonférence au lieu de tendre au centre, mais des Corps, étrangers en quelque sorte, qu'il renferme, nos Planetes, ne peuvent pas, à cause de leur contexture, avoir autant de Force Centrifuge que lui, & par-là ils sont poussés vers le centre, & nommés *pesants*. Qui les retient toûjours à une certaine distance de ce centre vers lequel ils sont toûjours poussés? Pourquoi Saturne, Jupiter, &c. ne tombent-ils pas dans le Soleil? c'est ce qui sera éclairci dans la suite que M. l'Abbé de Molieres donnera de sa Théorie.

On peut voir comment en 1731*, il satisfit pleinement selon les idées que nous venons d'exposer, à la plus formidable objection de M. Newton contre le Sisteme Cartésien. L'Éther non-pesant ne résiste point au mouvement horisontal ou circulaire des Corps pesants, ou des Planetes.

* p. 66. & suiv.

De ce que la Pesanteur est une modification accidentelle des Corps, il s'ensuit qu'elle doit être susceptible de plus ou de moins, non pas dans le sens que de l'Or est plus pesant que du Bois, mais dans ce sens que le même Corps qui, sur la surface de la Terre, parcourt par sa pesanteur 15 pieds dans la 1re Seconde de sa chûte, pourroit, s'il étoit placé ailleurs, parcourir dans le même temps plus ou moins de 15 pieds. Comme sa vîtesse vers un centre lui est imprimée par la Couche du Tourbillon où il est contenu, & que les vîtesses des différentes Couches sont différentes selon leurs distances au centre, il aura dans la 1re Seconde de sa chûte moins de vîtesse s'il part d'une Couche plus éloignée, & au contraire. On voit d'un coup d'œil toutes les conséquences.

Quand on a bien saisi ce Sisteme Cartésien tel qu'il est ici rédigé & rectifié par M. l'Abbé de Molieres, quand on a conçû cette matiére immense divisée & subdivisée en Tourbillons, où s'exercent à la fois une infinité de mouvements qui ne s'embarrassent, ni ne se troublent, où tout est plein d'action, de vie, & de ressources, s'il en est besoin, où rien n'agit que par des causes, dont l'existence nous est bien constante, & l'idée bien familiére; il semble qu'on ne

puisse plus, sans se faire quelque violence, se figurer un Univers qui n'est qu'un Vuide, un Néant infini en comparaison de quelques Atomes en très-petit nombre qui y sont dispersés çà & là, & qui n'ont d'autre moyen d'agir les uns sur les autres qu'une propriété incompréhensible qu'on leur attribuë.

M. Gobert présenta à l'Académie, un Mémoire dans lequel il déterminoit la vîtesse que doit prendre une Rouë de Moulin, celle de la Riviére, & le Poids que la Machine met en mouvement, étant connus. On trouva que l'Auteur entendoit très-bien cette partie de la Méchanique, tant par la maniére dont il résolvoit son Probleme, que par l'application qu'il en faisoit à quelques cas particuliers, entre autres aux Machines propres à remonter les Bateaux, dont il comparoit très-bien la force avec celle des Machines immobiles.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

V. les M. p. 123.

L'Ecrit de M. d'Ons-en-Bray, sur un *Anémometre.*

p. 216. & 295.

Celui de M. de la Condamine, sur le Tour.



MACHINES

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCXXXIV.

I.

UNE espece de Vielle ou petite Epinette à jeu de Viole du Sr François Cuisinier, ci-devant Facteur d'Instruments. Dans celui-ci il y a une Rouë qui fait l'office d'Archet, & qu'on fait tourner de la main gauche avec une manivelle, pendant qu'on jouë de la main droite sur les touches, comme sur un Clavecin. Cet Instrument va à deux Octaves entiéres, & a un ton de plus, & jouë sur cinq tons différents. Il a paru commode, & d'une harmonie agréable, avec plus d'étenduë & de variété que la Vielle ordinaire.

II.

Un Instrument de M. de Quercineuf pour trouver en Mer la variation de l'Aiguille aimantée. On n'a point besoin d'attendre l'instant du lever ou du coucher du Soleil, on peut avoir la variation à toutes les heures du jour, parce que cet Instrument donnera toûjours la Méridienne du Lieu, pourvû que la latitude en soit connuë. Il a paru ingénieux, & digne qu'on s'en assûrât encore par des expériences faites en Mer, sur-tout l'Auteur étant en état de lever les petits inconvénients qui pourroient se rencontrer dans l'usage, & de porter son invention à toute la perfection dont elle est capable.

III.

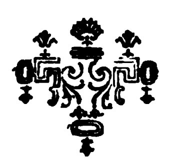
Un Instrument universel de M. le Carlier, Lieutenant particulier au Bailliage de Laon, pour connoître la hauteur du Soleil dans l'instant qu'il marque l'heure pour telle latitude qu'on voudra depuis o jusqu'à 60 degrés. Cet instrument a été trouvé ingénieux. Sa précision dépendra de celle avec laquelle il aura été divisé.

IV.

Une Pendule sonnante & à répétition de M. Larsé, Maître Horloger à Paris. Il y a deux sortes de Pendules qui font ces deux fonctions, les unes ne les font qu'avec deux Roüages, les autres avec un seul, les 1[res] sont plus composées, cependant on les préfere communément aux 2[des], dont la simplicité a beaucoup d'inconvénient dans l'usage. Celle que M. Larsé a proposée est du moins aussi simple, & exempte d'inconvénient. On y en soupçonnoit quelqu'un qu'on a trouvé compensé par un avantage. L'invention a paru nouvelle.

V.

Un Vaisseau de M. Limosin qui iroit en temps calme par le moyen de Rames. Les Rameurs n'y seroient pas appliqués immédiatement, comme ils le sont d'ordinaire, mais à des Manivelles qui les feroient mouvoir, moyennant quoi ils agiroient tous également. On est convenu de cet avantage qu'auroit la Manœuvre de M. Limosin sur la Manœuvre commune, le nombre des Hommes étant égal de part & d'autre, mais l'avantage seroit anéanti, & au de-là, par la difficulté d'employer un nombre suffisant de Rameurs, par les frottements inévitables de cette Machine, par la force perduë à mettre de grandes Piéces de bois en mouvement, par le coup de Rame qu'une Machine donne toûjours plus imparfaitement que la main des Hommes, & enfin par les difficultés d'emmancher & d'ôter des Rames, & de manœuvrer commodément pendant un gros temps, ou un Combat. Ces défauts n'ont pas empêché de reconnoître beaucoup d'art & de génie dans cette Méchanique.



E'LOGE

DE M. DE LAGNY.

THOMAS FANTET DE LAGNY nâquit à Lyon de Pierre Fantet, Sécrétaire du Roy à la Chancellerie de Grenoble, & de Jeanne d'Azy, Fille d'un Docteur en Médecine de Montpellier. Il fut élevé dans sa premiére jeunesse par un Oncle paternel, Chanoine & Doyen de Joüarre, & continua ses études aux grands Jésuites de Lyon, toûjours le premier de sa Classe. Il composoit des vers Grecs dès la Quatriéme, lorsqu'à peine ses Camarades sçavoient lire le Grec. Il ne saisissoit pas seulement mieux que les autres l'instruction générale qu'on leur donnoit à tous, il la prévenoit souvent, & les Leçons qu'il avoit reçûës lui faisoient deviner celles qui alloient suivre. Il acheta un jour par hasard, ou par instinct, si on veut, l'Euclide du P. Fournier, & l'Algebre de Jacques Pelletier du Mans. Dès qu'il eut vû de quoi il s'agissoit dans ces deux Livres-là, il ne s'occupa plus d'autre chose, mais secrettement. La grande avance qu'il avoit dans ses Classes, le don de retenir par cœur ce qu'il avoit entendu réciter une fois, celui de composer en Latin à mesure qu'on lui dictoit le sujet de la composition en François, tout cela lui faisoit trouver beaucoup de temps pour son plaisir, c'est-à-dire, pour cette étude cachée, bien plus difficile que l'autre.

S'il sacrifioit les Belles Lettres aux Mathématiques, on peut aisément juger qu'il ne traita pas mieux la Philosophie de l'Ecole, au moins celle de ce temps-là, d'autant plus insupportable à un esprit Géometre, qu'elle prétend raisonner, au lieu que l'Eloquence & la Poësie ne prétendent guére que flatter ou remuer l'imagination. La Jurisprudence, à laquelle on le destinoit, car quel est le Pere qui aimât assés

peu ſes Enfants pour les deſtiner aux Mathématiques ? La Juriſprudence n'eut pas plus d'attraits pour lui. Après avoir fait trois années de Droit à Toulouſe, il réſiſta aux promeſſes les plus flateuſes d'une puiſſante protection que lui fit M. de Fieubet, premier Préſident de ce Parlement, pour l'attacher à ſon Barreau. Il réſolut de ſe livrer entiérement à ſon goût, & de venir à Paris, où il avoit en vûë une place dans l'Académie des Sciences.

Il étoit déja digne d'y penſer. A l'âge de 18 ans, avec les deux Livres Elémentaires que nous avons nommés, & que l'on ne connoît preſque plus, parce que d'autres plus parfaits & plus inſtructifs ont pris leur place, ſans aucun autre guide, ſans Maître, ſans un ami à qui il pût ſeulement parler ſur ces matiéres, il avoit jetté les fondements des grandes Théories qu'il a depuis étenduës & perfectionnées, d'une nouvelle Méthode pour la réſolution des Equations réductibles du 3me & du 4me degré, de la Quadrature du Cercle infiniment approchée, de la Cubature de certaines portions Sphériques. Il eſt vrai que quand il lui fut enſuite permis d'avoir des Livres, & qu'après avoir étudié la Géométrie, il étudia les Géometres, il trouva, peut-être avec autant de joye que de déplaiſir, qu'il avoit été prévenu, mais ſeulement en partie, ſur quelques-unes de ſes découvertes. La gloire en étoit un peu diminuée, mais non pas le mérite, & il apporta toûjours à Paris ce fonds qui avoit tant produit de lui-même, & qui ne pouvoit que devenir plus fécond par les ſecours étrangers.

Les talents dénués de fortune aſpirent tous à Paris, ils s'y rendent preſque tous, & s'y nuiſent les uns aux autres. Il arrive le plus ſouvent qu'on y trouve toutes les places priſes. M. de Lagny ne put entrer dans l'Académie qu'en 1695, mais parce que ſon poſte pouvoit être encore longtemps infructueux, M. l'Abbé Bignon, le Protecteur général des Lettres, le fit nommer en 1697 Profeſſeur Royal d'Hidrographie à Rochefort. Il ſe défendit d'abord d'accepter cet emploi, en repréſentant qu'il n'entendoit pas la Marine,

mais son Bienfaicteur, qui sentit bien le prix d'un refus si modeste & si desintéressé, le rassûra contre sa prétenduë ignorance, & lui garantit qu'il l'auroit bientôt surmontée. Cependant M. de Lagny, pour une plus grande sûreté, & par un extrême scrupule sur ses devoirs, demanda au Roy la permission de faire une Campagne sur Mer, afin de connoître par lui-même le Pilotage. Le Roy le lui accorda, & de plus, respectant en quelque sorte un Génie né pour de plus grands objets que l'Hidrographie, il eut la bonté de lui donner un autre Hidrographe qui travaillât sous lui, & c'est le même qui dans la suite lui a succédé.

Supérieur à son emploi autant qu'il l'étoit, il eut tout le temps nécessaire pour de plus hautes spéculations. Il envoyoit ses découvertes à l'Académie, dont il étoit toûjours membre, mais les circonstances, quoique légeres, ont toûjours un certain pouvoir dans les choses mêmes qui sembleroient en devoir être les plus indépendantes. On lisoit peut-être ses Mémoires avec moins d'attention que si on les lui avoit entendu lire. C'étoit assés sa coûtume de supposer dans un Mémoire ce qui étoit établi dans un autre que l'on n'avoit pas, tout étoit bien lié, mais seulement pour lui, & on suspendoit son jugement, on arrêtoit l'impression naturelle que chaque partie auroit faite, jusqu'à ce qu'on eût vû le tout ensemble. Il m'a plusieurs fois avoué lui-même que ce tout ensemble, il eût eu bien de la peine à le former ; ses nouvelles idées étoient en trop grand nombre, trop vives, trop impatientes de se placer, pour souffrir un arrangement bien régulier & bien tranquille. Enfin dans le temps du séjour de M. de Lagny à Rochefort, l'Académie commençoit à s'occuper beaucoup de la Géométrie nouvelle, & tout ce qu'il donnoit appartenoit à l'ancienne, quoique poussée plus loin. Il ne parloit que de choses dont les autres avoient parlé, & quoiqu'il en parlât fort différemment, la curiosité étoit moins piquée que si les choses elles-mêmes avoient été plus neuves. La nouveauté ne perd guére ses droits sur nous, &

il faut convenir qu'elle en avoit en cette occasion des plus forts qu'elle puisse jamais avoir.

M. de Lagny ennuyé de Rochefort, malgré les occupations de sa place, malgré ses études particuliéres, malgré le plaisir d'y réussir selon ses souhaits, car le moyen qu'il ne se sentît toûjours propre à un plus grand Théatre ? faisoit de temps en temps des voyages à Paris, pour épier les occasions d'y rester. Ce ne fut qu'au commencement de la Régence que feu M. le Duc d'Orleans l'y arrêta, en le faisant Soudirecteur de la Banque Générale, de la même maniére à peu-près, & par les mêmes motifs que l'on donna en Angleterre la Direction de la Monnoye de Londres à M. Newton. On jugea, & là & ici, que la grande Science du Calcul, ordinairement assés stérile par rapport à l'utilité des Etats, seroit tournée avantageusement vers ce grand objet, & qu'en même temps les deux Géometres, à qui elle avoit coûté de longs travaux, en seroient récompensés par de semblables postes. Tous deux se trouverent tout-à-coup dans une richesse qui leur étoit nouvelle, transportés du milieu de leurs Livres sur des tas d'Argent, & tous deux y conserverent leurs anciennes moeurs, cet esprit de modération & de desintéressement, si naturel à ceux qui ont cultivé les Lettres. Mais la fortune de M. Newton fut durable, & celle de M. de Lagny ne le fut pas ; les affaires changerent en France, la Banque cessa, mais avec honneur pour M. de Lagny ; tous ses Billets furent acquittés, & il laissa dans l'ordre le plus exact tout ce qui avoit appartenu à son administration. Le Philosophe fut heureux de n'avoir pas perdu dans une situation passagere le goût de simplicité qui lui devoit être d'un plus long usage.

Rendu entiérement à l'Académie, il ne lui fut pas difficile d'en bien remplir les devoirs. Il se trouvoit riche de plus de 20 gros Porte-feuilles *in-folio*, pleins de ses réflexions, de ses recherches, de ses calculs, de ses nouvelles Théories, il n'avoit qu'à y choisir ce qu'il lui plaisoit, & à l'en détacher.

Tout cela tendoit principalement à une réforme, où refonte entiére de l'Arithmétique, de l'Algebre, & de la Géométrie commune. Il s'étoit rencontré avec M. Leibnitz, car les preuves de la rencontre ont été bien faites, sur l'idée singuliére d'une Arithmétique qui n'auroit que 2 Chiffres, au lieu que la nôtre en a 10. L'Algebre, sans comparaison plus étenduë & plus compliquée, & qui l'est d'une maniére à effrayer, changeoit entiérement de forme entre ses mains; tout se résolvoit par des Progressions arithmétiques de son invention, qui naissoient des Equations proposées; le fameux Cas irréductible, ce Nœud Gordien, cet Ecueil qui subsistoit depuis la naissance de l'Algebre, ou disparoissoit, ou n'embarrassoit plus. La Mesure des Angles, dont il faisoit une Science à part sous le nom de *Goniométrie,* méritoit cet honneur par la nouveauté de la Théorie qui l'établissoit, & de-là se tiroit une Trigonométrie, beaucoup plus simple que celle dont on se contente jusqu'à présent, & délivrée de toutes ces Tables de Sinus, Tangentes & Sécantes, attirail incommode, toûjours borné, quelque vaste qu'il soit, & qui demande qu'on se repose avec une confiance aveugle sur le travail d'autrui. Enfin un des grands objets de M. de Lagny étoit sa *Cyclométrie*, ou Mesure du Cercle. Il la trouvoit par des Séries ou Suites infinies de Nombres, telles que leurs sommes, si on eût pû les avoir, l'eussent donnée exactement, ou que du moins chacun de leurs termes, ou les sommes d'un nombre fini de ces termes, la donnoient toûjours avec moins d'erreur, de sorte que l'erreur diminuoit tant qu'on vouloit. Il s'étoit encore rencontré avec M. Leibnitz sur une Série donnée en cette matiére par ce grand Géometre, & qui fit du bruit en son temps, mais, quoiqu'ingénieuse, elle a le défaut d'être trop lente dans tout son cours, au lieu que le mérite de ces sortes de Séries consiste à être fort rapides dans leur marche à leur origine, & ensuite si lentes vers leur extrémité, qu'on puisse sans erreur sensible négliger tous leurs derniers termes, quoiqu'en nombre infini. Il avoit souverainement l'art de former ces Séries avec

facilité, de leur donner une certaine élégance dont elles ſont ſuſceptibles, & qui eſt une eſpece d'agrément de ſurérogation, de leur faire prendre enfin, ſelon les différents beſoins, différentes formes ſans en altérer le fond. Comme les médiocres Géometres ont ſouvent le malheur de trouver la Quadrature exacte du Cercle refuſée aux autres, & qu'ils ne manquent pas d'apporter à l'Académie leurs magnifiques aſſertions, M. de Lagny les réprimoit dans le moment, en leur faiſant voir, par le moyen de ſes Séries, des Quadratures plus exactes que les leurs, & plus exactes à l'infini.

Il avoit peut-être mal pris ſon temps de ne travailler qu'à de nouveaux fondements du grand édifice de la Géométrie, quand on ne ſongeoit preſque plus qu'à en conſtruire le Comble par la ſublime & fine Théorie de l'Infini. Mais ce Comble une fois mis, il ſemble que les fondements poſés par M. de Lagny conviendroient mieux à tout l'édifice, tel qu'il ſera alors. Non ſeulement toutes les vûës qu'il a données ſe lieroient facilement avec l'Infini, elles y percent déja, & y entreroient, quand même il ne l'auroit pas voulu.

Nous avons rendu un compte aſſés détaillé de ſes travaux, à chaque occaſion qu'il nous en a donnée dans nos Volumes, où il s'agit ſi ſouvent de lui. Pour rapporter cependant quelques traits particuliers de ſon génie, aſſés courts pour trouver place ici, nous en choiſirons deux, ſans prétendre qu'ils ſoient abſolument préférables à beaucoup d'autres.

* V. l'Hiſt. p. 89. & ſuiv.

Il a donné à l'Académie en 1705 * l'expreſſion Algébrique de la Série infinie des Tangentes de tous les Arcs ou Angles multiples d'un premier Arc ou Angle quelconque connu, & cela d'une maniére ſi ſimple, qu'il n'avoit beſoin que de deux Propoſitions très-élémentaires d'Euclide. Deſcartes a dit que ce qu'il avoit le plus déſiré de ſçavoir dans la Théorie des Courbes, étoit la Méthode générale d'en déterminer les Tangentes qu'il trouva, & je ſçai de M. de Lagny qu'il avoit eu le même deſir de trouver le Théoreme énoncé, dont il voyoit l'utilité extrême pour toute ſa

Goniométrie & sa Cyclométrie. La fameuse joye d'Archimede s'est de temps en temps renouvellée chés les Géometres, plus souvent pour la vivacité du sentiment, mais assés souvent aussi pour la beauté & l'importance des découvertes.

La Cubature de la Sphere, ou la Cubature des Coins & des Piramides Sphériques que l'on démontre égales à des Piramides rectilignes *, est encore un morceau de M. de Lagny, neuf, singulier, & qui seul prouveroit un grand Géometre. Il l'eût choisi pour orner son Tombeau, qui en eût imité plus parfaitement celui d'Archimede, où la Sphere entroit aussi.

* V. les M. de 1714. p. 409.

Quand ses forces baisserent assés sensiblement, il demanda la Vétérance, qu'il avoit bien méritée. On faisoit alors un Recueil général des anciens Ouvrages de l'Académie, & on jugea à propos d'y faire entrer un grand Traité d'Algebre Manuscrit qu'il avoit fait, beaucoup plus étendu, plus complet & plus neuf que celui qu'il avoit publié en 1697. Mais il fallut que ce fût un de ses Amis, M. l'Abbé Richer, Chanoine de Provins, fort au fait de ces matiéres; & plein des vûës de M. de Lagny, qui se chargeât du soin de revoir ce Traité, d'éclaircir ce qui en avoit besoin, de perfectionner l'ordre du tout, & même il y ajoûta beaucoup du sien.

M. de Lagny mourut le 12 Avril 1734. Dans les derniers moments, où il ne connoissoit plus aucun de ceux qui étoient autour de son lit, quelqu'un, pour faire une expérience philosophique, s'avisa de lui demander quel étoit le quarré de Douze; il répondit dans l'instant, & apparemment sans sçavoir qu'il répondoit, Cent quarante-quatre.

Il n'avoit point cette humeur sérieuse ou sombre, qui fait aimer l'étude, ou que l'étude elle-même produit. Malgré son grand travail il avoit toûjours assés de gayeté, mais cette gayeté étoit celle d'un homme de Cabinet. Elle eut cet avantage, que comme elle étoit fortifiée par des principes acquis dans ce Cabinet même, elle fut indépendante non seulement d'une plus grande ou moindre fortune, mais encore des évenements littéraires, si sensibles à ceux qui n'ont point

d'autres événements dans leur vie. Il voyoit fort tranquillement que la plûpart des Géometres, qu'un certain torrent emportoit loin de lui dans des Régions où il n'avoit pas pris la peine de pénétrer, en fussent moins touchés de ce qu'il produisoit, & jamais il ne partit de lui aucun trait ni de chagrin ni de malignité contre la nouvelle Géométrie. Se fût-il possédé jusqu'à ce point-là, si son ame eût reçû quelque atteinte? Nous laissons l'éloge d'une autre qualité de son ame aux regrets de quelques pauvres Familles que la médiocrité de sa fortune ne l'empêchoit pas de soûtenir.

Il a été honoré de l'amitié particuliére de M. le Chancelier, & de M. le Duc de Noailles aujourd'hui Maréchal de France, deux noms qu'il suffit de prononcer.

M. le Duc d'Orléans lui fit l'honneur de s'aider de ses lumiéres, & de plusieurs travaux qu'il lui ordonna, lorsqu'il voulut s'instruire à fond sur tout ce qui regarde le Commerce, les Changes, les Monnoyes, les Banques, les Finances du Royaume, connoissances qui ne seroient pas moins nécessaires à ceux qui sont à la tête de tout, qu'à ceux même chés qui elles paroissent jusqu'ici presque entiérement renfermées, & qui en sçavent tirer tant d'utilité.

M. de Lagny a été marié deux fois, & n'a laissé qu'une Fille qui est du premier lit.



Extrait d'une Lettre de M. de la Condamine à M. de Mairan, écrite de Quito au Perou le 15 Juin 1736, servant d'Avertissement pour le Mémoire de M. de la Condamine, imprimé dans le Vol. de 1733. p. 294.

JE vous prie, Monsieur, s'il en est temps encore, d'empêcher que l'on n'imprime le Mémoire que je lus à l'Académie avant que de partir, sur la maniére de tracer sur la Terre, par le moyen d'un instrument, un Cercle parallele à l'Equateur; *ou, si ce Mémoire est imprimé, de faire insérer dans le Volume suivant la déclaration que je fais par cette Lettre, que je me suis trompé, lorsque j'ai dit qu'*avec la Lunette mobile on déterminoit tous les points visibles du Parallele sur lequel on avoit fait la premiére station; *je m'étois fondé sur la fausse supposition que tous les points qui sont dans le plan de ce Parallele appartiennent au Parallele, au lieu que cela n'est vrai que dans le cas du Niveau parfait. Le moyen que je dis aussi dans ce Mémoire, m'avoir été fourni par M. Godin pour vérifier l'instrument, n'est pas suffisant, parce que la Lunette tournant dans un plan parallele à l'Equateur, ne répondra pas dans le Ciel au parallele de la même latitude. Vous verrés pareillement que je me donne à la fin de ce Mémoire une peine très-inutile pour corriger les Réfractions, qui ne peuvent*

nuire en aucune manière. Enfin je vous prie de témoigner à l'Académie que je reconnois l'erreur dans laquelle je ſuis tombé, & que je la ſupplie de trouver bon que mon deſaveu paroiſſe dans le Vol. de 1734, en cas que mon Mémoire ait été imprimé dans celui de 1733.

Fautes à corriger dans les Mémoires de 1729.

Page	*Lignes*	*Liſés*
49.	27.	l'un ou l'autre.
	penult.	$FS \times \overline{GS}^2$ eſt à $GS \times \overline{FS}^2$

MEMOIRES



MEMOIRES DE MATHÉMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCCXXXIV.

MÉTHODE DE VÉRIFIER la figure de la Terre par les Parallaxes de la Lune.

Par M. MANFREDI.



LA figure de la Terre ayant été déterminée par les Astronomes de l'Académie Royale des Sciences, sur des mesures immédiates, prises avec le plus grand soin, & avec la plus grande éxactitude possible, il semble qu'on ne devroit point douter de leurs déterminations pour attribuer à la

24 Mars 1734.

Terre d'autres figures qu'on n'a pas établies par obſervation, mais qu'on a ſeulement déduites de quelques hypotheſes, peut-être ſuſceptibles de limitation dans les cas particuliers de quelqu'un des corps auxquels on croit les pouvoir appliquer.

Cependant il n'eſt pas inutile de chercher ſi par quelque autre méthode, fondée auſſi ſur des obſervations, on pourroit acquérir de nouvelles lumiéres touchant cette figure, & par ce moyen s'aſſûrer de celle qu'on lui a trouvée, ou découvrir la véritable.

Parmi les méthodes qu'on y peut employer, je me ſuis aviſé de chercher ſi l'on pouvoit en venir à bout par le moyen des Parallaxes de la Lune, en obſervant cet aſtre de concert en divers lieux de la Terre. Je vais expoſer ce que j'ai médité à ce ſujet, après que j'aurai éclairci quelques principes fondamentaux touchant la théorie des Parallaxes en général.

Selon l'idée que les Aſtronomes nous ont donnée de la Parallaxe, elle eſt l'angle compris dans le centre d'un aſtre par deux lignes droites, dont l'une part du centre de la Terre, & l'autre du point de la ſurface d'où l'on obſerve cet aſtre. Ayant été conçûë dans la prévention commune de la figure ſphérique de la Terre, elle paroît être limitée à cette ſeule hypotheſe, & on ne la trouve pas fort commode ni fort utile, lorſqu'on peut ou qu'on veut douter de la vérité de cette ſuppoſition. Ainſi il ſemble qu'il vaut mieux prendre la choſe d'une autre façon, en expliquant ce que c'eſt que Parallaxe, d'une maniére qui convienne également à toutes ſuppoſitions raiſonnables touchant la figure de la Terre.

J'appellerai donc Parallaxe d'un aſtre ſitué dans un point
Fig. 1. 2. 3. quelconque *L (Fig. 1. 2. 3.)* à l'égard auſſi d'un point quelconque de la ſurface de la Terre *A*, l'angle qui eſt compris dans le centre de l'aſtre par les lignes droites *AL, EL*, dont la premiére part du lieu *A*, & l'autre du point *E*, dans lequel l'axe de la Terre *SPV* eſt coupé par la ligne verticale de ce lieu *ZAE*, qui eſt perpendiculaire à la ſurface de la

Terre. Il est évident que si la Terre est sphérique *(Fig. 1.)* le point de concours *E* de la verticale *ZAE* avec l'axe *PS* se confond avec le centre de la Terre *C*, & l'angle *ALE*, que j'appelle *parallaxe*, devient *ALC*, qui est la parallaxe dans la signification commune ; ainsi la définition qu'on donne ici ne change rien à l'idée qu'on a déja de la Parallaxe dans l'hypothese de la figure sphérique, qui est la seule à laquelle elle ait été attachée. Fig. 1.

Ce point de concours *E (Fig. 1. 2. 3.)* de la verticale du lieu avec l'axe de la Terre peut être appellé *centre imaginaire* à l'égard du lieu, & il le seroit aussi à l'égard de tous autres lieux de la Terre qui sont dans le parallele du lieu *A*. Par la même raison la portion *AE* de cette verticale pourra s'appeller *demi-diametre imaginaire* de la Terre ; & s'il étoit nécessaire de donner un nom au plan *OE* parallele à l'horison physique *IR* qui touche la Terre en *A*, on pourroit le nommer *horison rationel imaginaire*, toûjours par rapport au point *A*, pendant que le plan *QC*, mené par le véritable centre de la Terre, parallele à ces deux plans, en est le *véritable horison rationel*. Fig. 1. 2. 3.

Si la Terre est un Sphéroïde allongé *(Fig. 2.)* c'est-à-dire, si c'est le grand axe du Méridien *PAS* qui passe par les poles *P*, *S*, & convient avec l'axe de la Terre, alors le centre imaginaire *E* tombera entre le véritable centre *C* & le pole *P* le plus proche du lieu *A*. Mais si c'est le petit axe du Méridien *(Fig. 3.)* qui passe par les poles, ou si la Terre est un Sphéroïde applati, ce point *E* tombera au de-là du véritable centre *C*, vers le pole *S* le plus éloigné du lieu *A*. Tout cela est aisé à entendre par les propriétés des perpendiculaires de l'Ellipse, dont les Méridiens doivent à peu-près imiter la figure, si la Terre n'est pas sphérique. Fig. 2. Fig. 3.

On pourroit me demander par quelle raison je prends pour base de l'angle de la Parallaxe plûtôt la portion *AE* *(Fig. 2. 3.)* de la ligne verticale du lieu, qu'une plus grande ou plus petite portion de cette même ligne, ou bien toute autre droite qui partiroit du point *A*, par exemple, celle Fig. 2. 3.

qu'on meneroit de *A* au véritable centre *C,* ainſi que la définition commune de la parallaxe le veut.

Mais il eſt aiſé de répondre que le point conſtant que l'on doit choiſir pour terme de la baſe de cet angle, doit être tel qu'à l'égard de ce point le mouvement diurne de l'aſtre paroiſſe régulier & uniforme, tel qu'il eſt en ſoi-même, au moins en ſuppoſant que l'aſtre ne change ni de diſtance au centre de la Terre, ni de parallele à l'Equateur pendant ce mouvement ; ce qui ne peut ſe vérifier de quelque autre point que ce ſoit pris hors de l'axe *PS.* D'ailleurs on ne ſçauroit choiſir ce point hors de la ligne verticale du lieu; car c'eſt la ſeule ligne au dedans de la Terre qui ſoit donnée de poſition à l'égard de l'obſervateur, la direction où ſe trouve le centre *C,* auſſi-bien que celle de tout autre point imaginable de l'axe, lui étant inconnuë.

En effet un Aſtronome qui eſt placé en *A,* & qui ignore la véritable figure de la Terre, voyant la régularité des mouvements des Etoiles fixes par des cercles paralleles entre eux, & comparant leurs apparences avec celles de la Lune, ou des autres aſtres qui ont parallaxe, trouvera que les voyages apparents de ces aſtres ſe détournent d'un parallele à ces cercles toûjours dans un ſens qui porte à les éloigner du Zénith, & de la ligne verticale. C'eſt pourquoi il ne pourra choiſir que cette ligne pour terme des irrégularités cauſées par la parallaxe ; & s'il vouloit chercher un centre à l'égard duquel ces irrégularités s'évanouiſſent, il ne ſçauroit ſe déterminer à le chercher ailleurs que dans cette ligne, où il en trouvera un en effet. Il pourra même prendre ce point pour le véritable centre de la Terre, tout de même que ſi elle étoit une ſphere *Abd* décrite autour de ce centre *E,* par le point *A* où il ſe trouve. Il y imaginera ſon Equateur *bd,* ſes Méridiens & ſes paralleles, il conclura de-là les diverſes apparences de cet aſtre qui conviendront aux diverſes latitudes de cette *Terre imaginaire,* & il ne pourra ſe détromper de cette imagination que par la comparaiſon des obſervations faites en d'autres lieux de la véritable Terre *PAS.*

Après tout cela, si quelqu'ùn vouloit retenir à la rigueur la définition commune de la Parallaxe, même dans la supposition que la Terre ne soit pas sphérique, & prendre pour base de cet angle la droite *AC*, je ne m'y opposerai point, mon intention n'étant pas de changer les significations des mots qui sont établies par l'usage, mais seulement d'expliquer en quel sens je me servirai de ce nom de Parallaxe dans cette recherche : ce que j'espere qu'on me permettra, d'autant plus que si l'on ne change un peu la signification de ce mot, il faudra changer tous les Théoremes, & les Problemes fondamentaux qu'on a démontrés touchant les Parallaxes, comme l'on verra bientôt.

Ayant établi pour base de l'angle de la Parallaxe, pris dans mon langage, la portion de la ligne verticale *AE*, il est évident que l'effet de la Parallaxe sera toûjours d'abbaisser en apparence l'astre au spectateur *A*, sans le détourner jamais du plan vertical dans lequel il se trouve ; ce qui est aussi une propriété des Parallaxes prises à l'ordinaire dans l'hypothese de la Terre sphérique : mais elle ne le seroit pas en retenant la définition commune pour l'appliquer à la figure sphéroïde, c'est-à-dire, en prenant pour base de la Parallaxe la ligne *AC*.

Il est aussi facile de voir qu'en supposant la même distance de l'astre *LE*, au centre imaginaire *E* (quelle que soit sa distance au véritable centre *C*) les sinus des parallaxes qui lui conviennent par rapport à un même lieu *A*, ou bien à une même latitude terrestre, à laquelle ce centre appartient, seront entr'eux comme les sinus des distances apparentes au Zénith *ZAL* ; & qu'ainsi au Zénith la parallaxe sera nulle, & que la plus grande parallaxe sera l'horisontale, c'est-à-dire, celle qui convient à l'astre, lorsqu'il est à l'horison physique du lieu *RAI*, ce qui s'accorde encore avec les Théoremes communs des parallaxes, mais qui ne se vérifieroit pas en retenant la définition ordinaire dans une autre hypothese que de la figure sphérique.

L'on voit au contraire *(Fig. 4.)* qu'en supposant constante la distance *CL*, de l'astre *L*, au véritable centre de la Terre *C*, Fig. 4.

la diſtance du centre imaginaire *E*, au même aſtre *L*, peut changer, ſi l'aſtre change de déclinaiſon, ou de diſtance au pole, qui eſt meſurée par l'angle *LCV*. Par conſéquent, la parallaxe horiſontale d'un aſtre *L* qui ſe trouveroit toûjours dans la ſurface d'une ſphere *OVL*, concentrique à la Terre, ne ſeroit pas conſtante, même par rapport à une latitude déterminée comme celle du lieu *A*, à moins que l'aſtre ne ſe trouvât toûjours dans un même cercle *HLG*, parallele à l'Equateur. Car en ce cas, la ligne *CL* tournant autour du centre *C*, & l'angle *LCV* demeurant conſtant, la ligne *EL* le ſeroit de même, auſſi-bien que l'angle *LEV*. On peut appeller cet angle *LEV*, *diſtance imaginaire de l'aſtre au pole*, au lieu que l'angle *LCV* en eſt la *véritable diſtance;* & on peut nommer la différence de ces angles *CLE*, *Parallaxe des centres*, qui dans cette derniére ſuppoſition eſt un angle conſtant.

Il eſt clair que cet angle *CLE* étant toûjours dans un plan *VLC* qui paſſe par l'axe de la Terre *PS*, & la parallaxe *ALE* toûjours dans un plan *EZL* qui paſſe par la verticale *ZAE*, ces deux angles ne peuvent ſe trouver dans un même plan, l'aſtre étant ailleurs que dans le Méridien. Alors ces deux angles compoſeront l'angle *ALC*, qui ſeroit la parallaxe ſuivant la définition ordinaire, l'angle *ALC* étant pour lors, ou la ſomme, ou bien la différence de ce que j'appelle Parallaxe de l'aſtre *ALE*, & de la parallaxe des centres *ELC*.

Enfin, il eſt évident que la parallaxe horiſontale qui convient au même aſtre en deux lieux de la Terre qui ont différentes latitudes, ſe trouvera différente, quand même la ligne tirée des centres imaginaires à l'aſtre ſeroit de même longueur; à cauſe que la ligne *AE* qui ſoûtend les parallaxes ne peut être de même meſure, ſi les deux lieux n'ont même latitude. Si la figure de la Terre eſt un Sphéroïde allongé, & elliptique à peu-près, la parallaxe horiſontale ſera plus petite aux lieux plus proches des poles de la Terre qu'aux plus éloignés, parce que dans l'Ellipſe, la perpendiculaire *AE* eſt plus petite

dans les premiers que dans ceux-ci. Le contraire arrivera si la figure est applatie, & aussi elliptique à peu-près.

Il faut remarquer ici que suivant la définition commune qui donne pour base aux angles des parallaxes, un demi-diametre de la Terre, la parallaxe horisontale est l'angle sous lequel on voit ce demi-diametre du centre de l'astre par une ligne qui touche la Terre ; ce qui se vérifie aussi de la parallaxe horisontale prise de la maniére que je la prends ici à l'égard du demi-diametre imaginaire, mais non pas du demi-diametre réel de la Terre, à moins qu'elle ne soit sphérique.

Si, dans les autres hypotheses de sa figure, on vouloit prendre pour parallaxe horisontale, l'angle sous lequel on voit du centre de l'astre un de ses demi-diametres réels, par une ligne qui touche la surface de la Terre, cet angle seroit indéterminé, quand même la position de l'astre seroit donnée ; parce que l'on pourroit tirer de l'astre plusieurs lignes qui toucheroient la Terre aux extrémités de plusieurs demi-diametres différents de longueur & de position. Mais si, entre les demi-diametres, l'on se déterminoit à choisir celui qui est, par exemple, dans le plan d'un même Méridien avec l'astre ; alors en supposant la figure de Sphéroïde allongé, la parallaxe horisontale seroit plus grande, à mesure que l'extrémité de ce demi-diametre (qu'on ne verroit pourtant d'ordinaire qu'obliquement) c'est-à-dire, le point touchant sur la surface de la Terre, seroit plus proche du pole ; & au contraire en supposant la figure applatie.

C'est donc ainsi, si je ne me trompe, que M. le Chevalier *Newton* a considéré la parallaxe horisontale de la Lune, dans la derniére édition de ses Principes, qui est de l'an 1726, de Londres. Car dans l'hypothese qu'il suit de la figure applatie, en supposant la moyenne distance de la Lune au centre de la Terre, telle qu'il la trouve dans les Syzygies, & la parallaxe horisontale sous le Cercle équinoctial étant de 57′ 20″, il la fait à la latitude de 30 degrés de 57′ 16″, à 38 degrés de 57′ 14″, à 45 degrés de 57′ 12″, à 52 degrés

de 57′ 10″, à 60 degrés de 57′ 8″, & à 90 degrés de 57′ 4″, c'eſt-à-dire, toûjours plus petite en allant vers les poles.

En revenant aux parallaxes priſes à ma maniére, on entend aſſés ce qu'il eſt néceſſaire de ſçavoir, & ce qu'il faut faire, pour réduire les lieux apparents des aſtres qu'on détermine par l'obſervation immédiate aux lieux véritables qu'on obſerveroit du centre de la Terre *C*, quelque figure qu'on lui donne. Car la parallaxe horiſontale qui convient à la latitude du lieu étant donnée, ou, ce qui revient au même, étant connuë, le rapport entre le demi-diametre imaginaire *AE*, & la diſtance du centre imaginaire à l'aſtre *EL* étant auſſi connus, ſi l'on obſerve ſa diſtance apparente au Zénith *ZAL*, en quelque plan vertical que ce ſoit, on pourra dans le triangle *LAE*, trouver ſa parallaxe *ALE*, pour cet inſtant, qui étant retranchée de l'angle *ZAL*, donnera l'angle *LEZ*, qui ſervira à l'ordinaire avec la hauteur du pole du lieu, & avec quelque autre meſure donnée par obſervation, à trouver ſi l'on veut, le lieu de l'aſtre par rapport aux cercles mobiles de la Sphere.

L'aſcenſion droite de l'aſtre qu'on déterminera de cette maniére en ſera la véritable aſcenſion, telle que ſi on l'obſervoit du centre de la Terre *C*; car le plan du cercle d'aſcenſion droite, dans lequel l'aſtre ſe trouve, paſſant par l'axe de la Terre *CV* eſt le même plan dans lequel on le verroit, tant du point *E*, que du point *C*, qui ſont ſitués dans ce même axe. Mais pour la déclinaiſon, ou diſtance de l'aſtre au pole, celle qu'on déduira ſera l'angle *LEV*, qui aura beſoin de correction, ſi l'on veut la véritable diſtance au pole *LCV*. Cette correction ſe trouvera aiſément, pourvû qu'on ſçache la figure & les dimenſions de la Terre, ce qui eſt indiſpenſablement néceſſaire ſi elle n'eſt pas ſphérique. Car ces dimenſions donnant le rapport des droites *EA*, *EC*, & ſuppoſant auſſi connu le rapport de *EL* à *EA*, qui eſt celui du rayon au ſinus de la parallaxe horiſontale de l'aſtre pour le lieu *A*, on en déduira le rapport de *EL* à *EC*, qui avec l'angle *CEL*, ſupplement de *LEV*, donnera dans le triangle

triangle CEL, l'angle LCV qu'on cherche, & donnera auſſi la parallaxe des centres ELC.

Je ne m'arrêterai point à expliquer ce qu'il faudroit faire ſi l'on cherchoit la diſtance apparente au Zénith ZAL, la véritable poſition de l'aſtre étant donnée ; car on voit aſſés qu'il n'y auroit qu'à faire les mêmes calculs avec un ordre contraire.

Pour ce qui regarde la maniére de trouver par obſervation les parallaxes horiſontales d'un aſtre, dans quelque lieu que ce ſoit de la Terre, on ſçait que dans l'hypotheſe de ſa ſphéricité, la méthode la plus ſimple, la plus facile, & même la plus ſûre eſt celle de les chercher par le moyen des parallaxes horaires, ce qui s'exécute par un ſeul obſervateur, & dans un ſeul lieu, de la maniére qui a été inventée, & expliquée par feu M. *Caſſini*, dans ſon Traité de la Comete de 1680. Cette méthode non-ſeulement peut s'appliquer à une hypotheſe quelconque, mais ſi on ignore la véritable figure de la Terre, elle eſt peut-être la ſeule qu'on puiſſe pratiquer. Il faut ſeulement remarquer que tout ce que M. *Caſſini* dit, en expliquant cette méthode, à l'égard de la Terre, de ſon Equateur, de ſes cercles horaires, & d'autres, doit être appliqué à la Sphere imaginaire Abd, qui a pour centre le point E, & doit ſe rapporter à l'équateur de cette Terre bd, & à ſes autres cercles ; & que la Sphere dans laquelle il ſuppoſe que l'aſtre eſt placé ne doit pas être OVH, qui a ſon centre en C, mais MNH qui l'a en E, dont l'axe eſt la droite VC, auſſi-bien que de l'autre, & qui la coupe dans le cercle HLG, c'eſt-à-dire, dans le parallele de l'aſtre, le rayon de cette Sphere imaginaire étant EL, & non pas CL. La parallaxe horiſontale qu'on trouvera de cette maniére, ſera celle qui convient au lieu A, & à la diſtance EL de l'aſtre au centre imaginaire E ; & le rapport qu'on découvrira du ſinus de cette parallaxe au rayon ſera celui du demi-diametre imaginaire AE à la ligne EL. Un autre obſervateur placé dans un autre lieu de la Terre à différente latitude, & qui feroit ſes obſervations au même temps, trouveroit à cet aſtre une autre

quantité de parallaxe horiſontale, & découvriroit le rapport du demi-diametre de ſa Sphere imaginaire à la diſtance du centre de cette Sphere à l'aſtre.

Cela poſé, pour venir de plus près à ce qui regarde ma méthode, il eſt clair que ſi par le moyen de la ſeule parallaxe horiſontale déterminée en *A*, on vouloit découvrir celle qui convient en même temps à l'aſtre dans quelqu'autre lieu de différente latitude, par exemple, ſous le cercle équinoctial en *X*, il faudroit abſolument ſçavoir le rapport du demi-diametre *AE* au demi-diametre de l'équinoctial *CX*, & auſſi le rapport de la diſtance de l'aſtre *LE* à la diſtance *LC*, qui dépend de la diſtance des centres *EC*, c'eſt-à-dire, qu'il faudroit connoître les véritables dimenſions, & la véritable figure de la Terre.

Mais ſi au contraire au même temps qu'on cherche par obſervation la parallaxe horiſontale d'un aſtre dans le lieu *A*, on en fait de même dans le lieu *X*, ou bien dans quelque autre lieu de la Terre ſitué ſous le cercle équinoctial, & qu'outre cela on détermine dans l'un & l'autre lieu les angles *LEV*, *LCV*, de la maniére qu'on a indiquée ci-devant, il eſt clair qu'on pourra s'appercevoir par-là de la figure de la Terre. Car ſi elle eſt ſphérique, les points *E*, *C*, ſe réuniſſant en un ſeul *C*, les angles *LEV*, *LCV*, ſe trouveront égaux. Si elle eſt ſphéroïde allongée, le point de l'axe *E*, tombant entre *C* & *P*, l'angle *LEV* de diſtance au pole viſible pour le lieu *A*, ſera plus grand que l'angle *LCV*, qui convient au lieu *X*, pris ſous l'équinoctial; & ſi elle eſt applatie, *LEV* ſera plus petit que *LCV*, le point de l'axe, *E*, tombant pour lors au de-là de *C*, vers l'autre pole *S*.

Suppoſé que l'on trouve de la différence entre ces deux angles, cette différence ſera la parallaxe des centres *CLE*, & dans le triangle *CLE*, tous les angles étant connus, on aura la proportion de la ligne *CE*, aux lignes *LC*, *LE*. Or comme par la parallaxe horiſontale de l'aſtre en *A*, on ſçait déja la proportion de *LE* à *EA*, & par la parallaxe horiſontale en *X*, on ſçait auſſi celle de *LC* à *CX*, on aura en

mêmes mesures les droites CX, CE, EA, c'est-à-dire, le diametre de l'Equateur, la portion de l'axe depuis le centre jusqu'à la rencontre de la perpendiculaire, & la longueur de cette même perpendiculaire; ce qui suffit, dans la supposition que la courbe XAP soit une ellipse, pour déterminer la longueur de l'axe de la Terre CP, & pour décrire l'ellipse, l'angle AEP, complément de la hauteur du pole en A, étant donné. On pourroit même vérifier l'espece de cette courbûre, si l'on avoit de semblables observations faites dans d'autres lieux situés à diverses latitudes.

Ce que j'ai exposé par avance, montre déja comment la seule observation des Parallaxes peut servir de fondement géométrique pour trouver la figure & les dimensions de la Terre. Ce n'est pas pourtant que je prétende qu'on entreprenne cette recherche de la maniére que je viens de dire. Cela demanderoit trop de subtilité dans les observations. Mon intention n'est donc pas de déterminer, mais seulement de vérifier cette figure & ces dimensions, & cela d'une maniére assés sensible, comme il paroîtra par la méthode que je vais desormais expliquer.

Je propose donc que l'on choisisse deux lieux pour y faire de concert pendant quelque temps des observations de la Lune, les parallaxes de cet astre étant beaucoup plus sensibles que celles de tout autre. Soit l'un des lieux *(Fig. 5.)* par exemple Paris au point A, & l'autre, que nous supposerons d'abord, pour une plus grande facilité, sous le Cercle équinoctial, & sous le même Méridien de Paris, au point X. On observera à Paris les Parallaxes horaires de la Lune aux jours qu'on aura concertés, par la comparaison de son passage par un même cercle horaire avec une Etoile fixe, & on en déduira la parallaxe horisontale suivant la méthode de M. *Cassini*. Cette parallaxe sera celle qui convient pour lors au demi-diametre imaginaire de la Terre AE. On observera aussi sa distance apparente au Zénith ZAL, au temps de son passage par le Méridien, & par le moyen de la parallaxe horisontale qu'on aura trouvée, on calculera l'angle de parallaxe

Fig. 5.

abſoluë *ALE* qui convient à cette diſtance apparente. Enfin on déterminera éxactement par le Micrometre, ou par les filets horaires & obliques, la différence apparente des paralleles entre la Lune & cette même Etoile fixe, ou bien un autre quelconque *H*, pour le temps du paſſage de la Lune par le Méridien, ce qui donnera l'angle *MAL*, dans le plan du Méridien, qui meſure la diſtance de ces paralleles.

L'autre obſervateur en *X* déterminera auſſi au même temps par ſes obſervations la parallaxe horiſontale de la Lune qui convient au demi-diametre *CX*, & obſervera de même la diſtance apparente de la Lune à ſon Zénith *YXL*, lorſqu'elle paſſera par le Méridien, pour calculer par ce moyen la parallaxe *XLC*, au temps de ce paſſage. Enfin il meſurera exactement l'angle *LXN*, qui ſera pour ce temps, la différence des paralleles de la Lune, & de la même fixe *H*, qu'on aura obſervée en *A*.

Par la comparaiſon des obſervations faites dans les deux lieux, on connoîtra auſſi-tôt l'angle *ALX*, car il ſera toûjours égal à la différence des angles obſervés *MAL*, *NXL*, ſi la fixe dans les deux lieux a paru de même côté par rapport à la Lune, ou bien à leur ſomme, ſi elle a été vûë de divers côtés, ce qui eſt facile à démontrer par le paralleliſme des lignes *AM*, *XN*, qui vont ſenſiblement à un même point infiniment éloigné, où le parallele de la fixe coupe le Méridien.

Les trois angles *ALE*, *CLX*, *ALX*, étant donc connus, il ſera facile de voir s'il y a une parallaxe ſenſible des centres *ELC*, c'eſt-à-dire, ſi le point *E* eſt différent du point *C*. Car lorſque la ſomme des parallaxes *ALE*, *XLC*, ſe trouvera égale à l'angle *ALX*, la Lune paſſant entre les deux Zéniths *Z*, *Y*, ou bien lorſque la différence de ces parallaxes ſera auſſi égale à l'angle *ALX*, la Lune étant au de-là de *Y*, dans l'hémiſphere méridional, il eſt clair que les deux lignes *EL*, *EC*, n'en feront qu'une, le point *E* tombant ſur *C*, & la figure de la Terre ſera ſphérique.

Si la ſomme des parallaxes dans le premier cas, ou bien

leur différence dans le second n'égale pas l'angle *ALX*, il y aura une parallaxe des centres *ELC*. Alors la différence des angles connus *ALX*, *CLX*, si la Lune est entre les Zéniths *Z*, *Y*, ou leur somme si elle est au-de-là de *Y*, donnera l'angle *ALC*. En l'un & l'autre cas, si cet angle est plus grand que la parallaxe *ALE*, le point *E* tombera au de-çà du centre *C*, vers le pole *P*, le plus proche du lieu *A*, & la Terre sera un Sphéroïde allongé; mais si *ALC* est plus petit que *ALE*, le point *E*, tombera au de-là de *C*, vers l'autre pole *S*, & la figure de la Terre sera un sphéroïde applati.

Je n'ai pas mis à compte le cas où la Lune se trouve au de-çà du Zénith Z vers le pole *V*, car cela n'est pas possible, le lieu *A* étant à Paris; & il ne seroit pas même avantageux de prendre pour le point *A* un lieu où ce cas pourroit arriver, c'est-à-dire, entre les Tropiques de la Lune, parce que l'angle *CLE* ne pourroit alors être que fort petit, quand même la Terre auroit assés sensiblement la figure sphéroïde.

On pourroit aussi s'appercevoir de la figure de la Terre par la seule comparaison des parallaxes horisontales trouvées en *A*, & en *X*, la parallaxe horisontale en *X*, devant se trouver égale à celle en *A*, si la Terre est sphérique, ou plus grande, si elle est allongée, & plus petite, si elle est applatie. Mais il est plus sûr de la déduire des angles parallactiques qui se font en *L*, de la maniére qu'on a dit, parce que la différence des parallaxes horisontales en *A*, & en *X*, ne peut pas être aussi sensible ni aussi évidente que la parallaxe des centres *LEC* le doit être, quelle que soit la figure de la Terre.

On a supposé d'abord les lieux *A*, *X*, sous un même Méridien, mais il est facile de voir que cela n'est pas nécessaire, quoiqu'il soit à propos que la différence des Méridiens ne soit pas trop grande; car en observant dans l'un des lieux le changement horaire de la Lune en déclinaison apparente, ce qu'on peut faire avec le Micrometre par rapport à la même fixe *H*, & la différence des Méridiens étant connuë, on trouvera la réduction qu'il y aura à faire aux observations de ce lieu, tant de la distance apparente au

Zénith, pour lui assigner sa parallaxe *ALE*, que de la différence des paralleles de la Lune, & de la fixe, pour la réduire au Méridien de l'autre lieu.

On a aussi supposé, pour faciliter l'explication de la méthode, que l'un des deux lieux est placé sous le cercle équinoctial ; mais on peut dans la pratique s'épargner la peine de chercher un tel lieu, non seulement sans préjudice de l'exactitude, mais avec avantage, comme l'on verra bien-tôt.

Mais parce qu'en fait de méthodes astronomiques il est important de sçavoir les limites de précision, & de certitude que l'on peut esperer d'atteindre en les pratiquant ; ce qui dépend d'une estimation exacte des petites erreurs qui sont inévitables dans les observations, voyons si par la méthode que j'ai exposée, on pourra au moins s'appercevoir évidemment de la figure de la Terre, en cas qu'elle soit telle que M. *Cassini* le fils l'a déduite des mesures qu'on a prises actuellement.

Ayant calculé la longueur de la ligne *CE* pour la latitude de Paris, sur les dimensions des axes du Sphéroïde allongé qu'il a données dans son excellent ouvrage de la grandeur & de la figure de la Terre, je la trouve de 50 parties, dont le demi-diametre de l'Equateur *CX* est 3255. C'est pourquoi l'angle *CEL* étant droit, ce qui arrivera lorsque la Lune se trouvera à peu-près dans le cercle équinoctial, la parallaxe des centres *ELC*, doit être à peu-près la 65.me partie de la parallaxe horisontale qui convient au demi-diametre de l'équinoctial *CX*. En supposant cette parallaxe de 61 minutes, comme elle l'est quelquefois, on trouvera l'angle *ELC* de 57 secondes, qui est un angle assés sensible pour être apperçû par des Astronomes éxacts. Si l'angle *LEC* est de 120 degrés, c'est-à-dire, si la Lune est dans sa plus grande déclinaison septentrionale, l'angle *ELC* sera un peu moindre, c'est-à-dire, de 50 secondes ; & si dans cette supposition la parallaxe horisontale n'étoit que de 54 minutes, l'on trouveroit encore l'angle *ELC* de 42 secondes, & c'est le moindre qu'on le puisse trouver, la Lune étant

dans l'hémisphere septentrional, si la Terre a la figure qu'on suppose. Si la Lune étoit au de-là de l'Equateur, cet angle pourroit être plus petit; d'où l'on voit qu'il est avantageux d'avoir la Lune le plus proche de l'Equateur, & le plus proche aussi de la Terre qu'il est possible.

Si au lieu de choisir Paris pour l'un des deux lieux *A*, pour y faire ces observations, on les faisoit dans un autre lieu qui eût une plus grande latitude, en supposant toûjours l'autre observateur sous le cercle équinoctial en *X*, cet angle devroit encore se rendre plus sensible. Je trouve qu'en prenant tout l'avantage des circonstances ci-dessus marquées, dans la latitude de 60 degrés, la parallaxe des centres *ELC* seroit d'une minute 7 secondes, & dans la latitude de 75 degrés, d'une minute 15 secondes. Si l'on pouvoit faire ces observations sous le pole *P*, on trouveroit *CE* de 68 des mêmes parties, dont *CX* est 3255, & la parallaxe des centres d'une minute 17 secondes.

Mais si en prenant pour le point *A* tel lieu qu'on voudra dans l'hémisphere septentrional, on ne choisit pas pour le point *X*, un lieu placé sous l'équinoctial, mais au de-là de l'équinoctial vers le midi, la détermination & le calcul des angles parallactiques, qui se font dans le centre de la Lune *L*, iront tout de même que ci-devant, & cependant on pourra gagner beaucoup dans la grandeur de la base *CE*, le point *C* n'étant plus pour lors le centre de la Terre, mais le centre imaginaire du lieu méridional où l'on fera les observations, ce qui rendra plus grand l'angle *ELC*, que l'on pourra encore, si l'on veut, appeller *parallaxe des centres*. Je ne m'arrêterai point à en dire davantage, parce qu'il est évident qu'on peut par ce moyen doubler cet angle, en choisissant le point *X*, avec autant de latitude australe que le point *A* en aura de boréale, & par-là rendre cette détermination plus sensible, & plus sûre.

Les découvertes des Terres Australes n'ayant pas encore été poussées aussi loin que celles des Boréales, on pourra néantmoins trouver une base *EC*, assés grande pour soûtendre,

dans les circonſtances qu'on a dit être les plus avantageuſes, une parallaxe des centres *ELC*, d'environ deux minutes. Comme ſi l'on prenoit pour le point *A*, Upſal, ou Petersbourg, ou Archangel, & pour *X*, le Cap de Bonne-Eſperance, dont la longitude n'eſt pas même fort différente de celle de ces lieux; où bien ſi en choiſiſſant pour *A*, Quebec, l'on prenoit pour *X*, le Détroit de Magellan, ces deux lieux étant dans les Cartes de M. Deliſle preſque ſous un même Méridien.

Examinons donc ſi la ſomme des erreurs qu'on peut craindre dans les obſervations néceſſaires à cette détermination, peut aller aſſés loin pour rendre douteuſe toute cette différence de deux minutes, qu'on doit trouver dans cette hypotheſe, & dans ces circonſtances, pour parallaxe des centres; ou bien ſi, toutes les erreurs étant évaluées, il doit reſter encore quelque choſe de ſenſible qui rende évidente cette parallaxe. On s'aſſûrera de cela, en cherchant les plus grandes mépriſes où un obſervateur éxact pourroit tomber dans les meſures des angles *ALX*, *ALE*, *CLX*, qui ſont les ſeuls qu'on employe immédiatement pour trouver la parallaxe des centres *ELC*.

En commençant par l'angle *ALX*; comme il réſulte de la ſomme ou de la différence des deux *MAL*, *NXL*, qui ſont les différences de déclinaiſon de la fixe *H*, & de la Lune, au temps de ſon paſſage par le Méridien, on n'y peut ſoupçonner qu'autant d'erreur qu'on pourroit en commettre dans la détermination qu'on feroit de ces différences avec le Micrometre. Or il eſt certain que les Aſtronomes déterminent par cet inſtrument les différences apparentes de déclinaiſon à 5 ſecondes près; & quand même on prétendroit qu'on ne pourroit s'en aſſûrer qu'à 10 ſecondes, ayant égard au diametre de la Lune, qu'il faut obſerver au même temps, pour réduire cette différence au centre, & qu'outre cela on voudroit ſuppoſer que la ſomme de ces erreurs reſteroit toute entiére dans la meſure qu'on déduiroit des obſervations de l'angle *ALX*, les erreurs ne ſe compenſant point l'une l'autre,

cet

cet angle ne seroit douteux que de 20 secondes tout au plus.

Il est vrai que les deux lieux *A, X,* n'étant pas exactement sous un même Méridien, il faudroit dans l'un des lieux donner à cette différence une correction pour la réduire au Méridien de l'autre lieu ; ce qui demande que la différence des Méridiens soit connuë, & que le mouvement apparent de la Lune en déclinaison le soit aussi. Mais en observant plusieurs fois la Lune, & la fixe pendant une ou deux heures, on peut s'assûrer de ce mouvement, & de ses inégalités, en sorte qu'on ne se méprendra que de fort peu, & d'une quantité presque insensible dans la réduction qui convient à la différence supposée des Méridiens, pourvû qu'elle soit assés petite ; & le doute qu'on peut avoir sur la véritable mesure de cette différence n'allant pas d'ordinaire à une minute d'heure, le changement de déclinaison apparente dans ce petit temps ne sera aussi que fort petit, & je crois qu'on ne doit mettre en compte pour tout cela que 10 secondes d'erreur dans la réduction, qui font en tout 30 secondes d'incertitude dans l'angle *ALX.*

Pour l'angle *ALE,* qui est la parallaxe absoluë de la Lune au Méridien dans le lieu *A,* sa mesure dépend premiérement de la distance apparente au Zénith *ZAL,* qu'on aura observée. Cette observation étant faite avec soin, ne peut être douteuse tout au plus que d'une minute, & une minute de doute dans la distance au Zénith n'en coûte jamais qu'un d'une seconde dans la parallaxe de hauteur, en supposant connuë la parallaxe horisontale ; mais on peut compter deux secondes, à cause de l'incertitude d'une autre minute qu'on pourroit soupçonner dans l'angle *ZAL,* pour les irrégularités des réfractions.

La parallaxe *ALE* dépend outre cela de la parallaxe horisontale qu'on aura trouvée par les observations des parallaxes horaires faites dans le lieu *A.* Dans la détermination de cette parallaxe horisontale on prend pour un des éléments du calcul la hauteur du pole du lieu ; mais quand même on

ſe tromperoit dans cette hauteur de 2 minutes (ce qui n'arrive jamais en faiſant l'obſervation avec ſoin) cela ne feroit rien de ſenſible dans les parallaxes. On employe encore dans ce calcul la déclinaiſon apparente de la Lune qui eſt donnée par la différence qu'on en obſerve à celle d'une fixe, & dans cela même deux ou trois minutes d'erreur (qu'on ne peut commettre que par négligence) ne changeroient de rien la parallaxe horiſontale qu'on cherche. Enfin il entre dans ce calcul la différence de temps qu'on obſerve à diverſes heures d'une même nuit, entre les paſſages de la Lune & d'une fixe par les mêmes cercles horaires à quelque diſtance au Méridien, & la différence de ce temps, qu'on devroit obſerver dans les mêmes cercles, ſi la Lune n'avoit point de parallaxe, ce qui dépend du mouvement véritable de la Lune en aſcenſion droite, qu'on déduit de ſes paſſages par le Méridien, obſervés deux ou trois jours de ſuite. J'avouë que cette détermination eſt fort délicate, & que c'eſt-là où il eſt plus facile de ſe méprendre qu'ailleurs. Je crois pourtant que les Aſtronomes m'accorderont qu'on peut après tout cela s'aſſûrer de la parallaxe horiſontale qui en réſulte, dans une demi-minute de cercle; & je remarque de plus qu'une demi-minute d'erreur dans la parallaxe horiſontale trouvée au lieu *A*, ne doit pas reſter toute entiére dans la parallaxe *ALE*, qui répond à la diſtance au Zénith dans le Méridien, mais qu'elle doit devenir moindre en raiſon du ſinus de cette diſtance au rayon; c'eſt-à-dire, que ſi la diſtance méridienne de la Lune au Zénith du lieu *A* ne paſſe pas 60 degrés (diſtance au de-là de laquelle il ne ſeroit pas ſûr d'entreprendre la recherche de la parallaxe horiſontale, l'irrégularité des réfractions dans les cercles horaires pouvant altérer l'effet des parallaxes) cette demi-minute d'incertitude dans la parallaxe horiſontale n'en donnera tout au plus que 26 ſecondes dans l'angle *ALE*: & y adjoûtant les deux ſecondes trouvées ci-deſſus, on conclura que cet angle ne ſçauroit être douteux que de 28

ſecondes tout au plus ; mais on peut le ſuppoſer de 30.

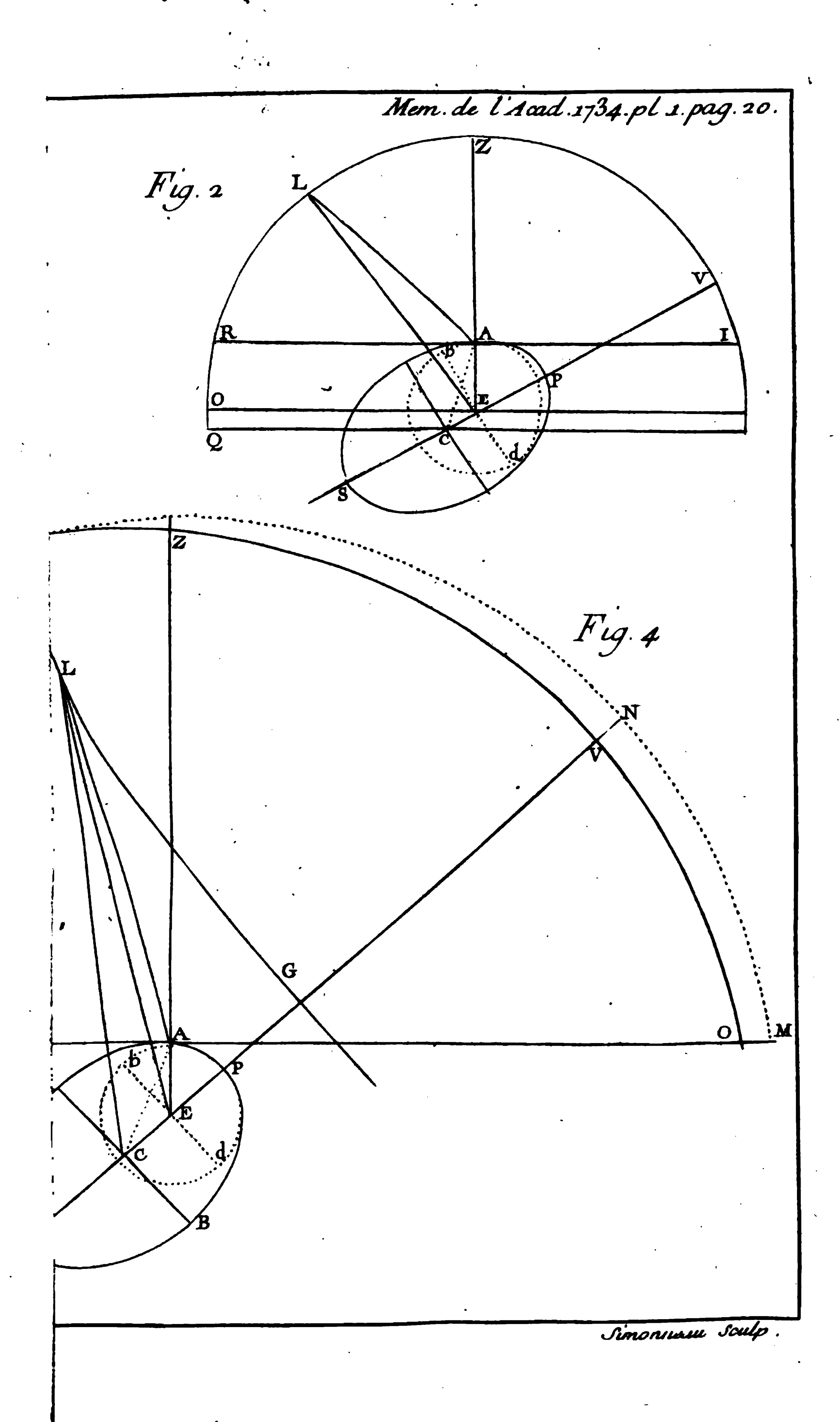
Enfin pour l'angle *CLX*, on fera le même raiſonnement qu'on vient de faire pour l'angle *ALE*, & l'on trouvera auſſi la même limite d'incertitude d'environ 30 ſecondes, la Lune n'étant éloignée du Zénith du lieu *X*, que de 60 degrés. Où il eſt à remarquer que la diſtance de la Lune au Zénith étant dans l'un des lieux de 60 degrés, elle ne peut être qu'au deſſous de cette quantité dans l'autre, qui eſt dans l'hémiſphere oppoſé, à moins que les deux lieux ne ſoient éloignés entr'eux de 120 degrés ou environ, & qu'ainſi il ſeroit fort difficile que l'un & l'autre de ces angles à la fois fuſſent fautifs de toute cette quantité de 30 ſecondes.

Ce ſeroient donc enfin les limites de certitude entre leſquelles des Aſtronomes habiles & exercés pourroient ſe promettre de déterminer leurs meſures des trois angles *ALX, ALE, CLX;* & comme il y a la même facilité de tomber dans chacune de ces erreurs par excès, ou par défaut, il ſeroit difficile d'y tomber dans toutes à la fois en tel ſens qu'il ſeroit néceſſaire, pour qu'en faiſant les ſommes ou les différences de ces trois angles de la maniére qu'on a vû, la faute de l'un ne compenſât pas en partie celle de l'autre, & que la ſomme des trois erreurs dût ſe trouver toute entiére dans l'angle *ELC*, qui doit réſulter de ces ſommes & de ces différences. Néantmoins en ſuppoſant que cela arrive, l'on voit que cette ſomme ne va qu'à une minute 30 ſecondes, c'eſt-à-dire, à une demi-minute pour chacun des trois angles. Or l'on a trouvé que ſuivant les dimenſions de la Terre de M. *Caſſini*, l'angle *ELC*, en choiſiſſant des lieux connus & acceſſibles, peut monter à 2 minutes, donc il reſte toûjours une demi-minute qui doit ſe manifeſter dans l'angle *ELC*, & rendre par-là ſenſible la figure de ſphéroïde allongé qu'il a trouvée à la Terre ; & cela d'autant plus, que ſi au contraire cette figure eſt applatie, comme de grands Géometres le prétendent, cet angle *ELC*, bien-loin de ſe trouver dans ces circonſtances d'une demi-minute, doit être, pour ainſi dire,

négatif, le point *E* tombant au de-là du point *C*, vers le pole *S*.

Il ſeroit de l'induſtrie des Aſtronomes qui entreprendroient cette recherche, de concerter les temps propres à ces obſervations, en cherchant les poſitions de la Lune les plus favorables, & qui devroient rendre plus ſenſible l'effet de la figure de la Terre dans les Parallaxes. Il ſemble qu'en pratiquant cette méthode pluſieurs fois, par exemple, à tous les retours de la Lune viſibles, pendant une année ou deux, à une même fixe qu'on auroit choiſie, on pourroit mettre la choſe dans une entiére évidence.



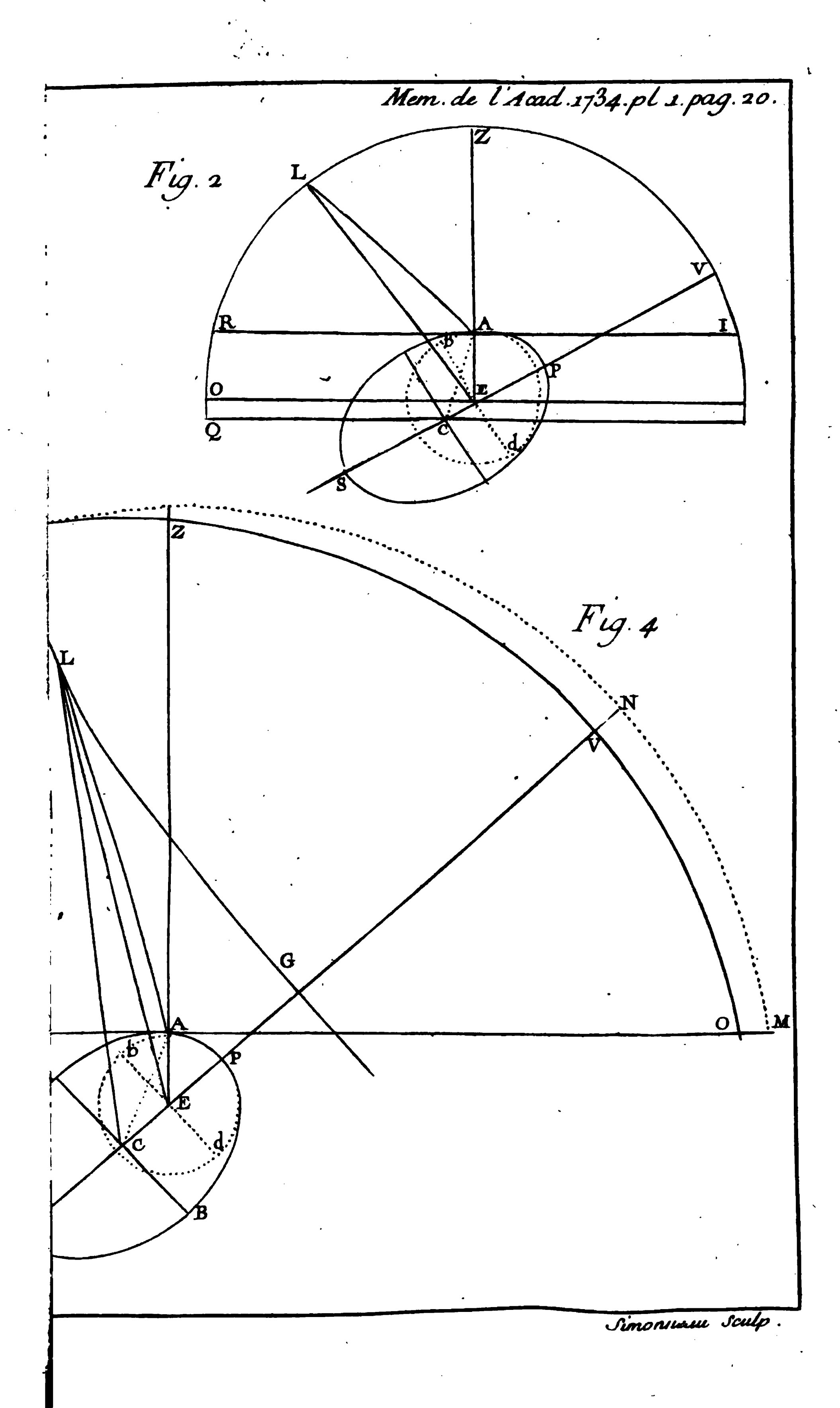


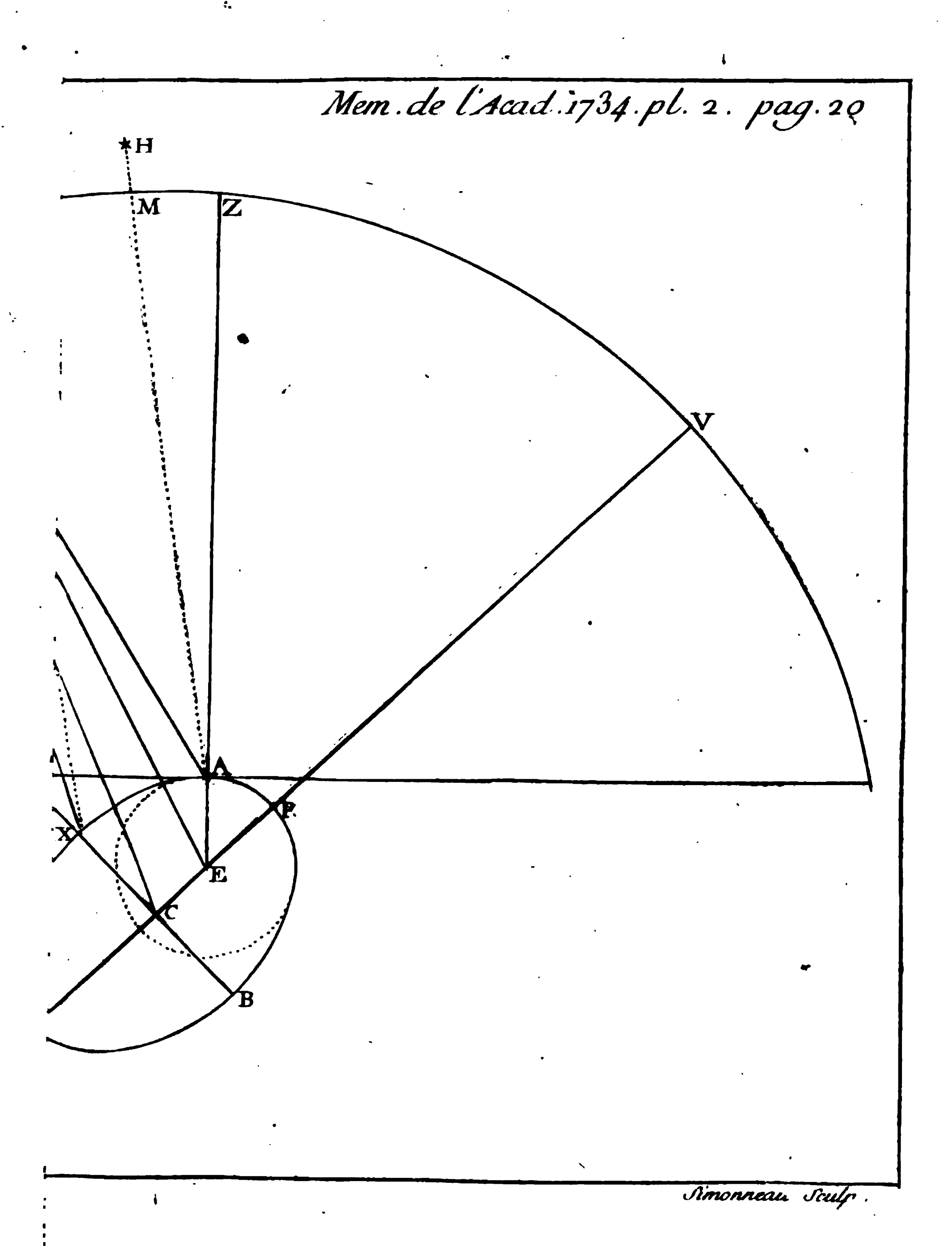
Simonneau sculp.

négatif, le point *E* tombant au de-là du point *C*, vers le pole *S*.

Il ſeroit de l'induſtrie des Aſtronomes qui entreprendroient cette recherche, de concerter les temps propres à ces obſervations, en cherchant les poſitions de la Lune les plus favorables, & qui devroient rendre plus ſenſible l'effet de la figure de la Terre dans les Parallaxes. Il ſemble qu'en pratiquant cette méthode pluſieurs fois, par exemple, à tous les retours de la Lune viſibles, pendant une année ou deux, à une même fixe qu'on auroit choiſie, on pourroit mettre la choſe dans une entiére évidence.




Mem. de l'Acad. 1734. pl. 1. pag. 20.
Fig. 2
Z
L
V
R
A
I
b
P
O
E
Q
C
d
S
Fig. 4
Z
L
N
V
G
A
O
M
b
P
E
C
d
B
Simonneau Sculp.



Simonneau Sculp.

COMPARAISON

Des deux Loix que la Terre & les autres Planetes doivent observer dans la figure que la pesanteur leur fait prendre.

Par M. BOUGUER.

UNE Planete considérée comme Fluide ne peut conserver constamment la même figure, que lorsque toutes les colomnes dont on peut supposer qu'elle est formée, & qui aboutissent à son centre, sont d'une égale pesanteur; sans cela, toutes ces colomnes ne se contrebalanceroient point, & les plus pesantes ne manqueroient pas de soûlever par embas celles qui le seroient moins. Mais il faut encore qu'une autre condition soit remplie, il faut que les directions de la pesanteur soient exactement perpendiculaires dans tous les points de la surface; afin que les molecules du Fluide n'ayent aucune pente à couler vers un côté ou vers un autre. L'observation de ces deux loix est également nécessaire, l'une assûre, en quelque façon, le repos dans l'intérieur, pendant que l'autre l'établit au dehors, & ce n'est que le concours des deux qui rend l'état de la Planete toûjours permanent. Entre plusieurs Mathématiciens d'un grand nom qui ont tourné leur vûë vers cette matiére, M. Huguens & M. Herman sont les seuls qui ont appliqué en même temps les deux loix; ils ont trouvé qu'elles s'accordoient à donner à la Terre une même figure dans les suppositions particuliéres d'une pesanteur originairement constante, & d'une pesanteur proportionnelle aux distances au centre. Personne, que je sçache, n'a poussé depuis l'examen plus loin, sur le concert des deux principes dont il s'agit, & il se peut faire qu'on ait crû qu'ils étoient sécrettement les mêmes, ou que l'observation de l'un renfermoit toûjours implicitement l'observation

31 Mars 1734.

de l'autre. Cependant, en les confidérant avec attention, on s'apperçoit qu'ils ne peuvent guéres se concilier que par quelque espece de hasard; car le premier, ou l'équilibre entre les colomnes, dépend principalement de la pesanteur des parties intérieures, & de la pesanteur de toutes ces parties; au lieu qu'il ne s'agit dans l'application de l'autre, que de la pesanteur actuelle qu'ont les seules parties situées vers la surface. Il reste donc à examiner d'où peut naître la convenance parfaite qui se trouve dans les cas considérés par les Auteurs que nous venons de citer. L'exercice des deux loix tombe sur des sujets trop différents, pour qu'elles puissent s'accorder toûjours, & elles ne le doivent faire que dans certaines circonstances particuliéres qu'il est, sans doute, curieux de découvrir. D'ailleurs si, malgré les tentatives des Philosophes, nous ne connoissons pas encore le vrai système de la Pesanteur, il est toûjours avantageux pour nous, de mieux connoître au moins toutes les propriétés qu'ont les Hypotheses que nous embrassons ordinairement.

Recherches sur l'observation du premier principe, ou sur l'équilibre entre les Colomnes.

I.

Fig. 1. Il n'est pas fort difficile de trouver la forme *AKBL* (*Fig. 1.*) que doit prendre une Planete considérée comme fluide, pour qu'il y ait un parfait équilibre entre toutes les colomnes dont on peut supposer qu'elle est formée. Nous allons chercher cette figure, & afin de donner une plus grande généralité à notre Solution, nous supposerons que les directions *KC, MG, mg,* &c. *de la pesanteur primitive,* au lieu de concourir dans un même point *C,* viennent se rendre en différents points de l'axe *AB* de la Planete *AKBL,* & que ces directions sont perpendiculaires à la superficie d'un Sphéroïde engendré par une ovale quelconque *ADBE,* dont *C* est le centre, & *AB* l'axe. Il faut remarquer que nous disons que *MG* & *mg* sont les directions de *la pesanteur*

primitive, afin de distinguer cette pesanteur de *la pesanteur actuelle*, qui est celle qu'on éprouve toûjours, & qui n'est autre chose que la pesanteur primitive, altérée par la force centrifuge que produit le mouvement de la Planete sur son axe. Si la Planete *AKBL* étoit dans un parfait repos, on n'expérimenteroit que la pesanteur primitive sur sa surface, & un corps pesant situé en *M* ne tendroit à tomber que selon *MG*, & qu'à proportion qu'il seroit poussé par la pesanteur primitive. Mais la Planete ne peut pas tourner sur son axe, sans que toutes ses parties ne fassent un effort continuel pour s'en éloigner; & quelque foible que soit cet effort centrifuge, il doit non-seulement diminuer toûjours un peu la pesanteur primitive, il doit changer encore un peu ses directions. Fig. 1.

Je nomme t les parties *FG*, *fg*, des directions *MG*, *mg*, qui sont interceptées entre l'axe *AB*, & la courbe *ADFBE*, à laquelle elles sont perpendiculaires, z marquera les ordonnées *FI* de cette courbe, & u les parties *GB* de l'axe. La courbe *ADBE* étant indéterminée, les valeurs de t, de z & de u le sont aussi, & nos Recherches s'appliqueront par conséquent à toutes les diverses situations qu'on pourra attribuer aux directions de la pesanteur. Nous nommons de plus p la pesanteur primitive, variable ou constante qui s'exerce sur chaque direction *MG*; ou plûtôt, comme il peut arriver que cette pesanteur ne soit pas égale sur toutes les directions, & qu'il se peut faire qu'elle soit plus ou moins forte vers l'Equateur, ou vers les poles, indépendamment même de la force centrifuge, nous la désignerons par ζp; expression dans laquelle ζ sera quelque puissance ou quelque fonction du sinus de l'angle *MGB*, formé par la direction & par l'axe de la Planete; ou, si l'on veut, ζ sera quelque fonction de $FI = z$. La force centrifuge qui résulte du mouvement de révolution à la distance a de l'axe, sera marquée par f. Enfin y sera la longueur des directions *MG* de la pesanteur, depuis la surface *AKBL* de la Planete jusqu'à l'axe, & s les ordonnées *OP*. Ainsi il n'est question que de déterminer la valeur

Fig. 1. de y ou de s, par rapport aux autres quantités que nous venons de ſpécifier, & nous ſçaurons la figure $AKBL$ que doit prendre la Planete dans chaque hypotheſe particuliére de peſanteur.

Si nous faiſons maintenant attention à l'équilibre qui doit ſe trouver entre les colomnes dont la Planete peut être ſuppoſée formée, nous reconnoîtrons que la colomne mg doit ſe contrebalancer exactement avec la partie Bg de la colomne qui eſt couchée dans l'axe, puiſque mg & Bg aboutiſſent dans le même point g. La colomne MG doit ſe contrebalancer par la même raiſon avec BG, de même que KC le doit faire avec la colomne entiére BC. Il eſt évident d'un autre côté que la peſanteur des parties de BC n'eſt point altérée par la force centrifuge. Ainſi pdu étant la peſanteur des parties infiniment petites Gg $(=du)$ qui ſervent d'éléments à cette colomne, nous aurons $\int pdu$ pour le poids de ſes parties ſenſibles Bg ou BG. Mais ce n'eſt pas la même choſe de la peſanteur des colomnes mg ou MG; dy déſignant les parties infiniment petites dont eſt formée la hauteur y de chaque colomne, & ζp déſignant la peſanteur primitive dans chaque point, nous aurons ζpdy pour le poids de chaque petite partie, & $\int \zeta pdy$ pour le poids d'une colomne entiére, ou plûtôt $\zeta \int pdy$, parce que ζ eſt conſtante dans chaque direction. Mais il faut remarquer, conformément à ce que nous avons dit, que cette intégrale $\zeta \int pdy$ n'exprime la peſanteur actuelle que lorſque la Planete eſt dans un parfait repos, & que ſes parties n'ont aucune force centrifuge qui ſe complique avec la peſanteur primitive. Ainſi il nous faut chercher l'effort que fait la colomne GM pour s'éloigner de l'axe AB, & voir quelle eſt la partie de cet effort qui s'exerce ſelon GM en ſens directement contraire à la peſanteur.

Mais nous pouvons trouver immédiatement cette partie, en conſidérant, avec M. Huguens, qu'elle eſt égale à la force centrifuge abſoluë qu'auroit une colomne MP de même groſſeur, qui ſeroit perpendiculaire à l'axe. Il eſt vrai qu'il

qu'il y a plus de matiére en GM qu'en PM dans le rapport de GM à PM, & que GM a par conséquent plus de force centrifuge que PM dans le même rapport. Mais il se fait ici une compensation : car comme la force centrifuge absoluë des parties de GM tend à les faire s'éloigner de l'axe AB selon des perpendiculaires à cet axe, il n'y a qu'une portion de cette force qui s'exerce selon GM, & qui est contraire à la pesanteur, & cette portion est plus petite que la force absoluë, précisément dans le même rapport de GM à PM; ce qui la rend parfaitement égale à la force centrifuge de PM. Or f désignant la force centrifuge à la distance a de l'axe AB, nous aurons $\frac{fs}{a}$ pour la force centrifuge en M à la distance $MP = s$, puisque la force centrifuge est proportionnelle aux rayons des cercles tracés par les mobiles de même masse, aussi-tôt que ces cercles sont décrits dans un temps égal, comme ils le sont tous ici. Nous n'aurions donc qu'à multiplier MP par $\frac{fs}{a}$ pour avoir l'effort total, si la force centrifuge étoit la même tout le long de MP: mais comme elle est de plus petite en plus petite à mesure qu'on considere des points plus proches de l'axe AB, & qu'elle diminuë exactement en progression arithmétique, il ne faut multiplier MP que par la moitié de $\frac{fs}{a}$. Il nous vient de cette sorte $\frac{fs^2}{2a}$ pour la force centrifuge absoluë de toutes les parties de MP; force totale ou absoluë qui est égale, selon le Lemme de M. Huguens, à toute la force centrifuge relative de GM, qui agit de G vers M en sens exactement contraire à la pesanteur. Mais $\zeta\int p\,dy$ étant la pesanteur primitive de toute la colomne GM, & $\frac{fs^2}{2a}$ la force centrifuge qu'on en doit retrancher, on trouve $\zeta\int p\,dy - \frac{fs^2}{2a}$ pour la pesanteur actuelle de MG; & si nous l'égalons à la pesanteur $\int p\,du$ de BG, nous aurons l'équation $\zeta\int p\,dy - \frac{fs^2}{2a} = \int p\,du$, dans Fig. 1.

Fig. 1. laquelle les variables ſont ſéparées, & qui marque d'une maniére très-générale la relation qu'a la courbe *AKBL* ou la figure de la Planete, avec la courbe *ADBE* qui détermine la ſituation de toutes les directions de la peſanteur primitive.

Il eſt à propos de ſubſtituer dans cette équation, la valeur $\frac{zy}{t}$ de s, que donne l'analogie $GF = t : FI = z :: GM = y : MP = s$; on aura $\zeta \int p\,dy - \frac{fz^2y^2}{2at^2} = \int p\,du$, qu'on peut appliquer aiſément, comme on le voit, à toutes les hypotheſes poſſibles. Il n'importe en effet, que les peſanteurs ſoient proportionnelles à quelque puiſſance ou à quelque fonction de y, l'équation ſera prête à être conſtruite, & ne contiendra que deux ſeules variables, puiſque la nature de la courbe *ADBE* fournit toûjours la relation que t, z & u ont entr'elles. Or auſſi-tôt qu'on aura découvert la valeur de y, il n'y aura qu'à la porter depuis *G* juſqu'en *M*, & de cette ſorte, on trouvera autant de points *M* de la ſurface de la Planete, qu'on cherchera de diverſes valeurs de y.

Si l'on ſuppoſe que la peſanteur eſt par-tout abſolument conſtante, qu'elle eſt non-ſeulement la même dans tous les points de chaque direction, mais qu'elle ne ſouffre auſſi aucun changement d'une direction à une autre; il n'y aura qu'à mettre l'unité à la place de ζ, & l'équation générale $\zeta \int p\,dy - \frac{fz^2y^2}{2at^2} = \int p\,du$ ſe réduira à $py - \frac{fz^2y^2}{2at^2} = pu$; qui donne $y = \frac{apt^2 \pm t\sqrt{a^2p^2t^2 - 2afpuz^2}}{fz^2}$. On a donc ici, en termes connus, la valeur que doit avoir *GM*, afin que toutes les colomnes ſoient exactement en équilibre, & cela pour toutes les diverſes diſpoſitions que peuvent avoir les directions auſſi-tôt que la peſanteur eſt conſtante.

Recherches sur l'observation du second principe, ou sur le niveau que toutes les parties de la surface doivent prendre. Fig. 1.

I I.

Il nous faut maintenant examiner le second principe, & voir la figure que doit prendre la Planete, pour que toutes les parties de sa surface soient exactement de niveau; ou, ce qui revient au même, pour qu'elles soient exactement perpendiculaires aux directions de la pesanteur. Il ne s'agit plus ici du poids entier des colomnes, mais seulement de la pesanteur actuelle d'un grave situé à la surface. Cette pesanteur résulte, ainsi que nous l'avons déja dit, de la complication de la pesanteur primitive & de la force centrifuge. Comme la Planete est censée tourner continuellement sur son axe, le grave placé en M, en même temps qu'il est sollicité par sa pesanteur primitive à tomber selon MG, il est sollicité par sa force centrifuge à s'écarter selon MR, & ces deux efforts joints ensemble, forment par leur composition, la pesanteur actuelle selon MT. Il suit de là que MG & MR, représentant les deux premiers efforts, la diagonale MS du parallelogramme $RMGS$, représentera non-seulement la pesanteur actuelle, mais encore sa direction, & c'est par conséquent MS qu'on doit regarder comme exactement verticale, & qui seroit indiquée par un fil à plomb appliqué en M. Afin donc que la petite partie Mm de la surface de la Planete soit parfaitement de niveau, il faut qu'elle fasse un angle droit avec MS; & pour cela, si MT est perpendiculaire au point M de la surface de la Planete, & que de l'extrémité G de la direction de la pesanteur primitive, on éleve la perpendiculaire GS à l'axe jusqu'à la rencontre de MT, il faut qu'il y ait même rapport entre la pesanteur primitive & la force centrifuge, qu'entre MG & GS. Ainsi il nous reste à chercher la relation qu'il y a entre ces deux derniéres lignes.

Fig. 1. Mais on pourroit aiſément s'engager dans un aſſés long calcul, pour trouver une expreſſion ſimple de ce rapport; au lieu qu'une conſidération un peu attentive de la figure, nous donnera cette expreſſion preſque tout d'un coup, & nous fournira en même temps un Lemme qui ſera quelquefois d'uſage dans les Problemes qui appartiennent à l'inverſe des tangentes. Du point m, j'abbaiſſe les petites perpendiculaires mO & mN, ſur PM & ſur GM. L'angle MmO ſera égal à l'angle GST, puiſqu'ils ſont égaux l'un & l'autre à l'angle PMT; & d'un autre côté, l'angle MmN ſera égal à l'angle GMT, puiſque les deux côtés de l'un ſont perpendiculaires aux deux côtés de l'autre. Ainſi dans le triangle GMS où les côtés GM & GS, ſont entr'eux comme les ſinus des angles oppoſés GST & GMS, ces mêmes côtés ſont en même raiſon que les ſinus des angles MmO & MmN, & ils ſont, par conſéquent, auſſi en même raiſon que les petites lignes MO & MN, qui repréſentent les ſinus de ces deux derniers angles, pendant que la petite partie Mm de la courbe ſert de ſinus total. (On démontreroit de la même maniére, s'il en étoit beſoin, que MG eſt toûjours à la partie TG de l'axe, interceptée entre MG & la perpendiculaire MT à la courbe, comme mO eſt à MN.) Mais puiſqu'il y a même rapport entre MG & GS, qu'entre les petites lignes MO & MN; au lieu de comparer la peſanteur primitive & la force centrifuge à MG & à GS, nous n'avons qu'à comparer ces deux puiſſances aux deux petites lignes MO & MN, qui ſont toûjours en même raiſon.

La petite ligne MO eſt exprimée par ds, puiſqu'elle eſt la différentielle des ordonnées $PM = s$, & la petite ligne MN eſt la différentielle des $FM (= GM - GF) = y - t$; de ſorte que $MN = dy - dt$. Nous avons d'un autre côté ζp pour l'expreſſion de la peſanteur primitive, & nous avons déja vû ci-devant que $\frac{fs}{a}$ eſt la force centrifuge en M, à la diſtance $MP(s)$ de l'axe AB. Nous avons donc, en

termes analytiques, $\zeta p : \frac{fs}{a} :: ds : dy - dt$, dont nous tirons $\frac{fsds}{a} = \zeta p dy - \zeta p dt$. C'eſt-là l'équation en premiéres différences de la courbe ou de la figure *AKBL*, qui rend toutes les parties de la ſurface de la Planete parfaitement horiſontales. Fig. 1.

Si l'on ſuppoſe la peſanteur primitive abſolument conſtante, & qu'on mette, comme ci-devant, l'unité à la place de ζ, on trouvera, en intégrant $\frac{fs^2}{2a} = py - pt$; & introduiſant à la place de s, ſa valeur $\frac{zy}{t}$ tirée, comme nous l'avons déja vû, de la reſſemblance des triangles *GFI* & *GMP*, il viendra $\frac{fz^2y^2}{2at^2} = py - pt$, dont on déduira $y = \frac{apt^2 \pm t\sqrt{a^2p^2t^2 - 2apftz^2}}{fz^2}$. Cette valeur de *GM* étant ainſi déterminée, on ne peut guére manquer de la rapprocher de celle de $y = \frac{apt^2 \pm t\sqrt{a^2p^2t^2 - 2apfuz^2}}{fz^2}$ que nous a fourni l'autre principe. On verra qu'elles ſont différentes, & qu'ainſi il faut toûjours abſolument qu'il y ait au moins un des deux principes que nous examinons, qui ſoit violé dans la rencontre préſente.

Comparaiſon des deux principes.

III.

Mais ce n'eſt pas dans cet unique cas, ce n'eſt pas ſimplement lorſque la peſanteur primitive eſt abſolument conſtante, qu'il ſe trouve une pareille incompatibilité entre les deux loix dont il s'agit : elles dépendent ſi peu l'une de l'autre, qu'elles ſont preſque toûjours en contradiction ; elles ſe donnent l'excluſion mutuellement, & il ſuffit le plus ſouvent que l'une ſoit obſervée pour que l'autre ne le ſoit pas. Pour le dire en un mot, les circonſtances ſont ſi rares dans leſquelles elles s'accordent à donner une même figure à la

Fig. 1. Planete, que c'eſt ſouvent un Probleme difficile à réſoudre, que de déterminer quelqu'une de ces circonſtances. Nous avons trouvé dans le premier article l'équation générale $\zeta\int p\,dy - \frac{f\zeta^2 y^2}{2at^2} = \int p\,du$, ou $\zeta\int p\,dy - \frac{fs^2}{2a} = \int p\,du$, en prenant pour principe l'équilibre des colomnes. Nous la différentions cette équation, en faiſant attention que ζ doit être regardée comme variable, parce qu'il s'agit ici des changements qui ſe font d'une direction à une autre : il vient $d\zeta\int p\,dy + \zeta p\,dy - \frac{fs\,ds}{a} = p\,du$, & nous lui donnons cette forme $\frac{fs\,ds}{a} = d\zeta\int p\,dy + \zeta p\,dy - p\,du$, afin de pouvoir la comparer plus aiſément à l'autre équation générale $\frac{fs\,ds}{a} = \zeta p\,dy - \zeta p\,dt$ que nous venons de trouver en employant le ſecond principe. Or pour que ces deux équations primordiales $\frac{fs\,ds}{a} = d\zeta\int p\,dy + \zeta p\,dy = p\,du$ & $\frac{fs\,ds}{a} = \zeta p\,dy - \zeta p\,dt$ ſoient identiques, ou pour qu'elles puiſſent donner la même courbe $AKBL$; il faut, puiſque les deux premiers membres ſont égaux entre eux, que les deux ſeconds le ſoient auſſi, c'eſt-à-dire, qu'il faut qu'on ait $d\zeta\int p\,dy + \zeta p\,dy - p\,du = \zeta p\,dy - \zeta p\,dt$, ou $d\zeta\int p\,dy + \zeta p\,dt = p\,du$. Ainſi nous pourrons nous ſervir toûjours de cette derniere équation, pour reconnoître ſi les deux équations primordiales ſont les mêmes, ou pour juger de l'accord qui peut ſe trouver entre les deux principes qui influent ſur la figure de la Planete.

Nous voyons déja, en effaçant dans cette formule le terme qui contient $d\zeta$, & en mettant l'unité à la place de ζ, que ſi la peſanteur eſt abſolument conſtante, il faut que $dt = du$, & par conſéquent $t = u$. Mais $t\,(GF)$ ne peut pas être continuellement égale à $u\,(GB)$ à moins que la courbe $ADBE$ qui ſert à déterminer la ſituation des directions primitives de la peſanteur, ne ſoit un cercle comme dans la Figure 2, & que toutes ces directions ne concourent

dans un même point qui ſera le centre du cercle. Il eſt donc démontré qu'auſſi-tôt que la peſanteur primitive eſt tout-à-fait conſtante, il faut qu'elle n'ait qu'un unique point de tendance, ou qu'un point central, pour que l'obſervation d'un de nos deux principes entraîne néceſſairement l'obſervation de l'autre. Car ſi t n'étoit pas égale à u, ou ſi les directions tendoient dans différents points, l'équation $d\zeta \int p dy + \zeta p dt = p du$, qui ſe réduit à $p dt = p du$, lorſque ζ eſt conſtante, ne ſubſiſteroit plus, & il ſuivroit de-là que les deux équations primordiales ſeroient différentes. C'eſt ce qu'on éprouve auſſi, lorſqu'on compare entr'elles les deux valeurs de GM que nous avons trouvées dans les deux articles précédents, en admettant cette hypotheſe particuliére de peſanteur. Ces valeurs $\frac{apt^2 \pm t\sqrt{a^2p^2t^2 - 2afpu\zeta^2}}{f\zeta^2}$ & $\frac{apt^2 \pm t\sqrt{a^2p^2t^2 - 2afpt\zeta^2}}{f\zeta^2}$ ne ſont jamais les mêmes que dans le cas où $\zeta = t$. Fig. 1.

On peut auſſi réſoudre divers Problemes, en ſuppoſant connuës quelques-unes des quantités qui ſont contenuës dans l'équation $d\zeta \int p dy + \zeta p dt = p du$, & en tâchant de découvrir la valeur des autres, valeur qui rendra toûjours compatibles les deux principes que nous examinons. Parmi tous ces Problemes, nous nous contenterons d'en réſoudre un ſeul : nous regarderons comme donnée la ſituation des directions, de même que la maniére dont la peſanteur s'exerce ſur chacune, & nous chercherons la valeur de ζ, ou le changement que la peſanteur doit recevoir d'une direction à une autre. Pour rendre notre Solution plus générale, nous ſuppoſerons que la peſanteur primitive p, au lieu d'être conſtante ſur chaque direction MG, eſt proportionnelle à une puiſſance quelconque m des diſtances GF, GM, &c. à l'axe. Nous aurons de cette ſorte $p = y^m$, ou plûtôt $p = \frac{gy^m}{a^m}$, en obſervant la loi des Homogenes, & en prenant une quantité conſtante g pour marquer la peſanteur

Fig. 1. à la diſtance a du point G. Si l'on conçoit après cela une direction bV infiniment proche de l'axe, laquelle doit être comme toutes les autres, perpendiculaire à la courbe $ADBE$, il eſt évident que conformément à l'hypotheſe préſente, il n'y aura que les parties qui ſeront compriſes depuis B ou depuis b juſqu'en V, qui auront de la peſanteur, & une peſanteur réglée ſur les diſtances au point V. Toutes les autres parties qui ſont ſituées ſur VC ſeront ſans poids ; par la même raiſon que la peſanteur ſelon MG ne s'exerce que ſur la ligne MG, & non pas ſur ſon prolongement de l'autre côté de AB. Ainſi pdu qui déſigne le poids des petites parties Gg de l'axe, ſera nulle dans cette rencontre, & l'équation $d\zeta\int pdy + \zeta pdt = pdu$, dont dépend l'identité des deux figures ou des deux équations primordiales, ſe réduira par conſéquent à $d\zeta\int pdy = -\zeta pdt$. Je ſubſtituë maintenant $\frac{gy^m}{a^m}$ à la place de p, dans cette derniére équation, & il me vient $d\zeta\int\frac{gy^m dy}{a^m} = -\frac{\zeta gy^m dt}{a^m}$ ou $\frac{gy^{m+1}d\zeta}{\overline{m+1}\times a^m} = -\frac{\zeta gy^m dt}{a^m}$, dont je tire $y = -\frac{\overline{m-1}\times\zeta dt}{d\zeta}$.

En ſubſtituant pareillement $\frac{gy^m}{a^m}$ à la place de p dans une de nos deux équations générales, dans celle, par exemple $\zeta\int pdy - \frac{fs^2}{2a} = \int pdu$, ou $\zeta\int pdy - \frac{f\zeta^2y^2}{2at^2} = \int pdu$; que nous a fourni l'équilibre des colomnes, nous la changerons en $\frac{g\zeta y^{m+1}}{\overline{m+1}\times a^m} - \frac{f\zeta^2y^2}{2at^2} = \int pdu$, que nous pouvons encore changer en $\frac{g\zeta y^{m+1}}{\overline{m+1}\times a^m} - \frac{f\zeta^2y^2}{2at^2} = \frac{gb^{m+1}}{\overline{m+1}\times a^m}$, en mettant une quantité conſtante $\frac{gb^{m+1}}{\overline{m+1}\times a^m}$ à la place de l'intégrale $\int pdu$, parce que cette intégrale ne déſigne ici que la peſanteur conſtante de la portion BV de colomne. Or il ſuffit à préſent d'introduire dans cette équation $\frac{g\zeta y^{m+1}}{\overline{m+1}\times a^m}$

$-\frac{fz^2y^2}{2at^2} = \frac{gb^{m+1}}{\overline{m+1}\times a^m}$ la valeur $-\frac{\overline{m-1}\times\zeta dt}{d\zeta}$ de y *Fig. 1.* trouvée il n'y a qu'un moment, & nous aurons l'équation

$$-\frac{\overline{m-1}^{m+1}\times g\zeta^{m+2}dt^{m+1}}{\overline{m+1}\times a^m d\zeta^{m+1}} - \frac{\overline{m+1}^2\times fz^2\zeta^2 dt^2}{2at^2 d\zeta^2} = \frac{gb^{m+1}}{\overline{m+1}\times a^m},$$

ou $-\overline{m-1}^{m-1}\times g\zeta^{m+2}dt^{m+1} - \frac{\overline{m-1}\times a^{m-1}fz^2\zeta^2dt^2d\zeta^{m-1}}{2t^2}$ $= \frac{gb^{m+1}d\zeta^{m+1}}{\overline{m+1}^2}$, qu'on peut regarder comme ne contenant que deux variables ζ & t, puisqu'aussi-tôt que nous connoissons la nature de la courbe *ADB*, nous avons la relation des t $(=GF)$ & des z $(=FI)$. Il ne reste donc plus qu'à résoudre cette équation par approximation ou autrement, & on aura la valeur particuliére de ζ qu'on vouloit découvrir : on sçaura selon quelle loi la pesanteur primitive doit changer d'une direction *MG* à une autre.

On voit que, généralement parlant, la quantité ζ doit être variable, & qu'ainsi il faut que la pesanteur primitive soit différente sur toutes les directions, pour que l'observation d'un de nos deux principes renferme implicitement l'observation de l'autre. Mais si l'on veut déterminer dans quel cas particulier la pesanteur doit être la même sur toutes les lignes *MG*, on n'a qu'à effacer les termes qui contiennent la différentielle $d\zeta$ de ζ supposée constante. On trouve $-\overline{m-1}^{m-1}\times g\zeta^{m+2}dt^{m+1} = 0$, & on en tire $m = -1$; ce qui montre que parmi la multitude infinie d'Hypotheses différentes représentées par $p = \frac{gy^m}{a^m}$, il n'y a uniquement que celle $p = \frac{gy^{-1}}{a^{-1}}$, ou celle d'une pesanteur en raison inverse des distances au point de concours G; dans laquelle ζ doit être constante, ou dans laquelle la pesanteur doit s'exercer précisément de la même maniére sur toutes les directions.

Fig. 1. Au ſurplus l'équation $-\overline{m-1}^{\,m-1}\times g\zeta^{m+2}\,dt^{m+1}$ $-\frac{\overline{m-1}\times a^{m-1}fz^2\zeta^2dt^2d\zeta^{m-1}}{2t^2}=\frac{gb^{m+1}\,d\zeta^{m+1}}{\overline{m+1}^{\,2}}$ devient beaucoup plus ſimple, auſſi-tôt que le rayon BV du cercle oſculateur de la courbe ADB eſt nul ou infiniment petit en A & en B, comme il l'eſt aux deux extrémités de la cycloïde & d'une infinité d'autres lignes courbes. La peſanteur de BV étant alors nulle, on doit effacer le terme où ſe trouve b, & on a $-\overline{m-1}^{\,m-1}\times g\zeta^{m+2}\,dt^{m+1}$ $=\frac{\overline{m+1}\times a^{m-1}fz^2\zeta^2dt^2d\zeta^{m-1}}{2t^2}$, qui ſe réduit à $-\overline{m-1}^{\,m-1}$ $\times\frac{2gt^2\,dt^{m-1}}{z^2}=\frac{\overline{m+1}\times a^{m-1}\,fd\zeta^{m-1}}{\zeta^m}$ & à $-\overline{m-1}$ $\times\,dt\left(\frac{2gt^2}{\overline{m+1}\times fz^2}\right)^{\frac{1}{m-1}}=\frac{ad\zeta}{\zeta^{\frac{m}{m-1}}}$. Or comme les variables ſont ici ſéparées, & qu'on peut intégrer, on a

$$\overline{1-m}\times a\zeta^{\frac{1}{1-m}}=-\overline{m-1}\int dt\left(\frac{2gt^2}{\overline{m+1}\times fz^2}\right)^{\frac{1}{m-1}},$$

$$\&\ \zeta=\overline{-\frac{m-1}{\overline{1-m}\times a}\int dt\left(\frac{2gt^2}{\overline{m+1}\times fz^2}\right)^{\frac{1}{m-1}}}^{\,1-m}\ ;$$

formule qui nous fera connoître ζ, lorſque nous introduirons dans le ſecond membre la valeur de z exprimée en t, après que nous l'aurons tirée de l'équation de la courbe $ADBE$, qui ſert à déterminer la ſituation des directions de la peſanteur. On voit que ζ n'a qu'une valeur déterminée, & il faut remarquer toûjours que ſi les affections que ſouffre la peſanteur ne répondent pas exactement à cette valeur, les deux principes, de l'équilibre des colomnes & du niveau de la ſurface, au lieu de concourir à donner à la Planete une même figure, tendront néceſſairement à lui en donner de différentes.

Examen du cas particulier dans lequel toutes les directions de la pesanteur primitive tendent à un même point.

IV.

Enfin comme nous avons rendu les recherches précédentes assés générales, il est clair qu'elles comprennent le cas particulier que représente la Figure 2, dans lequel toutes les directions de la pesanteur concourent dans un même point. La courbe *ADBE* qui est perpendiculaire à toutes ces directions, étant alors un cercle, toutes les lignes *GB(u)* & *GF(t)* seront égales entr'elles : nous pourrons les indiquer par la constante *a*, & il est évident que leur différentielle *dt* & *du* seront nulles. Nous ne nous arrêtons pas à examiner les équations plus simples auxquelles se réduisent dans cette circonstance nos deux équations primordiales $\zeta\int p\,dy - \frac{fs^2}{2a} = \int p\,du$ & $\zeta p\,dy - \zeta p\,dt = \frac{fs\,ds}{a}$: mais si nous considérons d'abord la formule $d\zeta\int p\,dy + \zeta p\,dt = p\,du$ qui résulte de leur comparaison, & qui se réduit à $d\zeta\int p\,dy = 0$, nous reconnoîtrons que les deux premiéres équations ne se trouvent maintenant identiques que lorsque la quantité différentielle $d\zeta\int p\,dy$ est nulle.

Mais il est évident que $d\zeta\int p\,dy$ ne peut être égale à zero que lorsque $d\zeta$ l'est déja, & que lorsque par conséquent ζ est constante. Ainsi on voit que contre ce qui arrive presque toûjours, lorsque les directions de la pesanteur n'ont pas un même point de concours, les deux loix de l'équilibre des colomnes & du niveau de la surface ne contribuënt ici à donner une même forme à la Planete que lorsque la pesanteur primitive s'exerce exactement de la même maniére sur toutes les lignes *MG*, ou qu'elle est la même vers l'Equateur & vers les poles. On voit aussi maintenant la raison pour laquelle M.rs Huguens & Herman ont trouvé un parfait accord entre les deux loix dans les cas particuliers qu'ils ont examinés, & pourquoi ces mêmes loix doivent se concilier encore dans toutes les Hypotheses renfermées

Fig. 2.

Fig. 2.

* Dans son Discours sur la figure des Astres.

dans la Solution que M. de Maupertuis vient de donner*. Il n'importe en effet que la pesanteur soit constante ou variable, qu'elle soit proportionnelle à quelque puissance, ou même à quelque fonction des distances au centre, aussi-tôt que ζ est constante, ou, pour parler d'une maniére moins limitée, aussi-tôt que les pesanteurs primitives de deux colomnes voisines CM & Cm ne différent que par la petite partie NM, ou aussi-tôt que Cm & CN, qui sont de même longueur, ont précisément la même pesanteur primitive $\zeta\int p\,dy$. Mais dans tous les autres cas la quantité $d\zeta\int p\,dy + \zeta p\,dt$ n'est pas égale à $p\,du$, ou en particulier $d\zeta\int p\,dy$ n'est pas égale à zero, & les deux équations primordiales $\zeta\int p\,dy - \frac{fz^2y^2}{2at^2} = \int p\,du$, & $\frac{fs\,ds}{a} = \zeta p\,dy - \zeta p\,dt$, qui marquent la nature de la figure de la Planete, donnent diverses courbes.

Il ne nous reste plus maintenant qu'à voir dans quelque exemple particulier jusqu'où peut aller la différence des figures. Nous feindrons pour cela que la pesanteur suit sur chaque direction le rapport des puissances m des distances au centre, & qu'elle change d'une direction à une autre selon la puissance n du sinus $FI\,(z)$ de l'angle MCB que forme chaque direction avec l'axe AB. Nous aurons de cette sorte $z^n y^m$ pour l'expression de la pesanteur ζp; mais au lieu de $z^n y^m$, nous prendrons $\frac{gz^n y^m}{a^{m+n}}$, afin de conserver l'Homogénéïté. Si nous introduisons ensuite cette valeur dans l'équation $\zeta\int p\,dy - \frac{fz^2y^2}{2at^2} = \int p\,du$ que nous a fourni le premier principe, & qu'à la place de t nous y substituïons a, & à celle de $\int p\,du$ une grandeur constante $\frac{ga}{m+1} - \frac{1}{2}af$, ou, si l'on veut, simplement b^2, on aura $\frac{gz^n y^{m+1}}{\overline{m+1} \times a^{m+n}} - \frac{fz^2y^2}{2a^3} = b^2$ qui marque pour une infinité d'Hypotheses la relation des sinus $FI\,(z)$ & des longueurs y que doivent avoir les directions CM.

Cette équation se réduit à $\frac{gzy^2}{2a^2} - \frac{fz^2y^2}{2a^3} = b^2$, lorsque les exposans m & n sont égaux à l'unité, ou lorsque la pesanteur primitive suit la raison composée des distances au centre C, & des sinus des angles *MCB* que font les directions avec l'axe; & on en déduira $y^2 = \frac{2a^3b^2}{agz - fz^2}$ qui nous apprend que la Planete a dans ce cas la figure d'un Sphéroïde infiniment long *(Fig. 3.)* engendré par la révolution d'une courbe conchoïdale *AKMB* autour de son asymptote *AB*. Nous n'examinons pas les symptomes de cette courbe, mais il est évident qu'elle a l'axe de la Planete pour asymptote; car si l'on suppose que le sinus *FI* (z) devienne infiniment petit, alors *CM* (y) deviendra infinie. Il est d'ailleurs facile de voir que la chose doit être ainsi, à la considérer physiquement : car la colomne qui est dans l'axe, ne peut faire équilibre avec les autres, que lorsqu'elle est infiniment longue, puisqu'elle est sujette à une pesanteur qui dépendant du sinus *FI* se trouve infiniment petite sur l'axe. Fig. 3.

Mais ce n'est encore là que la figure que doit prendre la Planete en conséquence du premier principe. Pour trouver maintenant la figure qu'exige l'observation du second, nous n'avons qu'à nous servir de l'équation $\frac{fsds}{a} = \zeta p\,dy - \zeta p\,dt$, qui se réduit ici à $\frac{fsds}{a} = \zeta p\,dy$, parce que dt est nulle, & qui se change en $\frac{fy^2zdz + fz^2ydy}{a^3} = \zeta p\,dy$, lorsqu'on substituë à la place de s sa valeur $\frac{zy}{a}$ $\left(= \frac{FI \times CM}{CF}\right)$. Or si l'on met $\frac{gz^ny^m}{a^{m+n}}$ à la place de ζp dans cette équation, on aura $\frac{fy^2zdz + fz^2ydy}{a^3} = \frac{gz^ny^mdy}{a^{m+n}}$ qui étant divisée par z^ny^n se change en $\frac{fy^{2-n}z^{1-n}dz + fz^{2-n}y^{1-n}dy}{a^3} = \frac{gy^{m-n}dy}{a^{m+n}}$, dont le premier membre est toûjours intégrable, & dont le second qui ne l'étoit pas, le devient. On trouve, en rendant les intégrales complettes $\frac{fy^{2-n}z^{2-n}}{2-n \times a^3} - \frac{fa^{1-2n}}{2-n}$ $= \frac{gy^{m-n+1}}{m-n+1 \times a^{m+n}} - \frac{ga^{1-2n}}{m-n+1}$.

Fig. 3. Cette équation qui marque la nature de la figure que doit prendre la Planete, pour que toutes les parties de la ſurface ſoient de niveau, eſt, comme on le voit, fort différente de l'autre. Auſſi arrive-t-il que lorſque les expoſans *m* & *n* ſont égaux à l'unité, ou que les peſanteurs ſuivent le rapport des diſtances au centre & des ſinus des angles *MCB*, cette équation ſe réduit à $fyz - a^2f = agy - a^2g$, & à $y = \frac{a^2g - a^2f}{ag - fz}$; qui nous montre que la Planete doit être formée par la révolution d'une portion de Section conique, dont le foyer *C*

Fig. 4. ſert de point central. C'eſt une portion *AKB* d'ellipſe *(Fig. 4.)* tant que $g > f$, le grand axe *KX* de cette ellipſe eſt à l'intervalle qu'il y a entre les deux foyers *C* & *Y* comme *g* eſt à *f*; & le diametre *KL* de la Planete meſuré dans le ſens de l'Equateur eſt à ſon axe *AB* meſuré d'un pole à l'autre, comme *g* eſt à $g - f$. Ainſi lorſque *g* (la peſanteur) eſt fort grande, par rapport à la force centrifuge *f*, les deux diametres *KL* & *AB*, approchent beaucoup d'être égaux; au lieu que dans la Figure 3, l'axe *AB* eſt encore alors infiniment long par rapport au diametre *KL*.

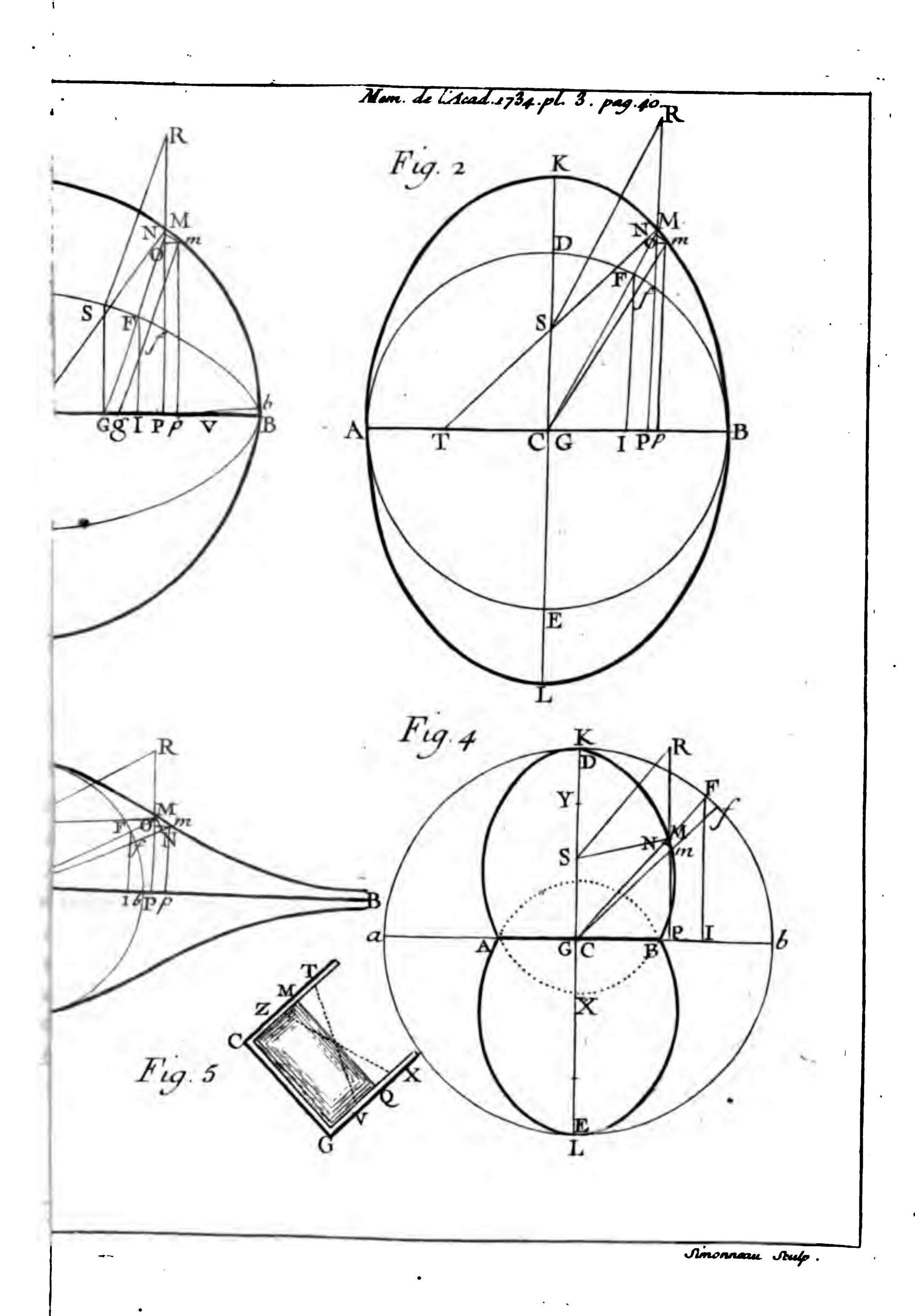
Fig. 3. & 4. Après cela la différence des figures eſt aſſés conſtatée: mais nous devons ſatisfaire enfin à une queſtion qui s'eſt ſans doute déja préſentée pluſieurs fois à l'eſprit. Qu'arriveroit-il ſi la peſanteur étoit réellement telle que nous la ſuppoſons; ſi au lieu d'être égale par-tout, elle étoit originairement plus grande ou plus petite vers l'Equateur que vers les poles? La Planete ne pourroit pas prendre la forme repréſentée dans la Figure 3: car pendant que l'équilibre entre les colomnes ſeroit exactement obſervé, la ſurface ne ſeroit pas horiſontale, ou elle ne ſeroit pas perpendiculaire aux directions *MS* de la peſanteur actuelle, les parties fluides de la Planete couleroient ici des poles vers l'Equateur, & la figure changeroit ſans ceſſe. D'un autre côté la forme repréſentée dans la Figure 4 ne ſeroit pas plus permanente, puiſqu'il n'y auroit aucun équilibre entre les colomnes, & que celles qui ſont voiſines de l'axe ne ſeroient pas aſſés

pesantes pour contrebalancer celles qui sont proche de l'Equateur. De cette sorte aucune des deux loix ne pourroit être observée, parce qu'elle en seroit continuellement empêchée par l'autre, & cependant chacune, comme cause Méchanique ou Physique, feroit sans cesse effort pour regner seule. La Planete ne pourroit donc embrasser aucune figure déterminée, elle en prendroit alternativement de plus ou de moins approchantes de l'une ou de l'autre extrême représentée dans les Figures 3 & 4, & toutes ses parties fluides seroient, non pas dans une simple agitation, mais dans un bouleversement continuel.

Ce ne seroient pas seulement les Mers étenduës comme notre Ocean, ou les Atmospheres qui peuvent environner les Planetes qui seroient exposées à ce mouvement, ce seroient aussi les liqueurs contenuës dans les plus petits vaisseaux. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à supposer le Vase de la Figure 5 appliqué dans l'endroit *M* de la Planete, & concevoir la ligne *XZ* parallele à la petite partie *Mm* de la Figure 3, & *VT* parallele à la petite partie *Mm* de la Figure 4, il est évident que *QM* étant inclinée du côté de *M* par rapport à *VT*, la liqueur coulera de *Q* vers *M*, pour rétablir le niveau, & prendre une situation plus approchante de *VT*, en même temps que les colomnes de liqueur qui sont proche de *CM*, & qui sont trop pesantes par rapport à celles qui sont proche de *GQ*, feront soûlever celles-ci, & tendront à donner à la surface *QM* la situation *XZ*. Ainsi on voit que la liqueur sera sans cesse agitée, qu'il y aura une circulation continuellement établie selon *Q*, *M*, *C*, *G*, *Q*, & cela toûjours simplement, en conséquence d'une pesanteur originaire qui n'est pas égale par-tout. Fig. 5.

Il est vrai que ces effets ne doivent être très-marqués que lorsque l'inégalité dans la pesanteur est considérable. Mais si la gravité de nos corps pesants est produite par la force centrifuge du Tourbillon qui nous environne, comme le veulent les Cartésiens, ou si elle a quelqu'autre cause méchanique qui soit une suite des seules loix ordinaires de la

communication des mouvements, il eſt bien difficile qu'elle puiſſe être préciſément la même vers les poles & vers l'Equateur. Le Tourbillon ne ſera pas exactement ſphérique, il ſera plus preſſé, & il pouſſera auſſi plus vers un côté que vers un autre, & la force centrifuge qui réſultera de ſon mouvement, & qui ne ſera pas égale par-tout, n'influera pas ſeulement ſur l'effet de la peſanteur, elle influëra auſſi ſur la cauſe, & l'altérera différemment. Or il ſuffit toûjours, comme nous l'avons démontré, qu'il y ait la moindre inégalité dans la gravité primitive, pour qu'il naiſſe auſſi-tôt entre les deux principes une incompatibilité aſſés grande pour produire l'agitation dont nous parlons. Les parties ſolides, les Terres, les Rochers, &c. conſerveront leur même ſituation à cauſe de leur adhérence : mais les molécules des fluides n'ont qu'à avoir une grande facilité à être mûës par la maniére dont elles ſont détachées les unes des autres, elles ne manqueront pas de ſentir la plus petite pente, qui les déterminera à avancer vers un certain côté, pendant qu'il ſe fera toûjours un autre mouvement pour rétablir l'équilibre des colomnes, qui détruira encore le niveau de la ſurface. C'eſt aſſés pour tout cela que les deux figures différent ſeulement dans la poſition de leurs ſurfaces de quelques ſcrupules de ſecondes, ou qu'elles ſoient inclinées l'une par rapport à l'autre, de quelques parties de pouce ſur une étenduë de chaque lieuë. Nous n'ignorons pas qu'on aſſigne pluſieurs cauſes au mouvement de liquidité des liqueurs ; cependant il ſe pourroit faire que celle-ci, quoiqu'elle dépende d'un principe très-ſimple, & qu'on n'en avoit pas ſoupçonné, y eût auſſi quelque part. Il eſt toûjours vrai qu'outre les effets extérieurs qu'elle eſt capable de produire, & que nous avons conſidérés, elle eſt capable d'en produire encore d'intérieurs & d'inteſtins que nous pourrons examiner dans la ſuite.



Simonneau Sculp.

RECHERCHE CHIMIQUE
SUR LA COMPOSITION D'UNE LIQUEUR TRES-VOLATILE,
*Connuë sous le nom d'*ETHER.

Par M.rs DU HAMEL & GROSSE.

IL y a environ cinq ans que cette liqueur est connuë en Angleterre, & quelques années auparavant elle avoit déja fait du bruit en Boheme & à Mayence, car les effets singuliers qu'elle produit, suivant différentes circonstances, l'ont renduë recommandable dans tous les pays où il se trouve des Physiciens. 5 Mai 1734.

A l'égard du nom d'*Ether* ou de *Liqueur éthérée* sous lequel on la connoît, il lui a été donné par son Auteur, sans doute à cause de sa grande volatilité qui surpasse de beaucoup celle des Huiles, qu'on appelle en Chimie *Huiles essentielles* ou *éthérées*, telles que l'huile de Romarin, celle de Sauge, d'Aspic, & autres qui se tirent par la distillation avec l'eau.

M. Frobenius, Chimiste Allemand, à qui l'invention de cette liqueur paroît être dûë, en envoya plusieurs petits flacons il y a environ quatre ans à feu M. Geoffroy, & peu de temps après M. Grosse en reçut deux pareils de M. Godfrey Hanckwitz, aussi Chimiste Allemand, établi à Londres depuis le temps de l'illustre Boyle. Ces flacons étoient accompagnés de deux feuilles manuscrites dans lesquelles l'auteur de l'Ether indique les différentes propriétés de cette liqueur, comme, par exemple, son extrême légereté, sa grande inflammabilité, la propriété qu'elle a de ne se point mêler avec l'eau ni avec la plûpart des liqueurs tant acides qu'alkalines, celle de tirer la teinture des Végétaux,

& plusieurs autres propriétés encore plus intéressantes pour la Physique. A la fin de ce Manuscrit, M. Frobenius semble désigner en peu de lignes la composition de l'Ether, mais ce qu'il en dit nous a paru jusqu'à présent si énigmatique, qu'il n'a pû nous conduire à la découverte de la composition de cette liqueur. Voici les propres paroles de M. Frobenius: *Paratur ex sale volatili urinoso, plantarum phlogisto, aceto valdè subtili, per summam fermentationem cunctis subtilissimè resolutis & unitis.* Ainsi, suivant le Manuscrit, l'*Ether* est composé d'un sel volatil urineux, du phlogistique des végétaux & d'un acide extrêmement subtilisé, le tout résous & réuni par une grande fermentation.

Pour rapporter exactement tout ce qui est venu à notre connoissance au sujet de l'Ether, il conviendroit d'adjoûter ici la traduction de ce que M. Godfrey Hanckwitz a fait insérer dans les Transactions Philosophiques, à la suite du Mémoire concernant les expériences faites avec la Liqueur éthérée de M. Frobenius, en Mai 1730. N.° 413. p. 288.

» Que cette Liqueur éthérée ait été autrefois très-estimée » & recherchée, cela paroît par une expérience que j'ai faite » autrefois pour M. Boyle, mon cher maître, par le moyen » d'une solution métallique, nommément par la dissolution » de Mercure crud, uni au phlogistique du Vin ou de quelque » autre végétal, & j'ai séparé cet Ether par l'entonnoir, de » dessus la solution qu'il surnageoit. M. le Chevalier Isaac » Newton connoissoit aussi très-bien cette liqueur, mais sa » mort a empêché qu'elle ne fût portée à sa perfection, & » ne lui a pas permis d'en faire une certaine quantité. Quand » M. Frobenius vint dans mon Laboratoire pour en faire la » quantité dont il avoit besoin pour ses expériences, il voulut » consulter ce que M. Newton en avoit dit dans ses ouvrages, » & nous trouvâmes qu'il l'avoit fait avec l'huile de Vitriol & » l'esprit de Vin.

» Cette liqueur du Chevalier Newton est un esprit de Vin » éthéré, elle différe seulement de celle de M. Frobenius par » le procédé : la Liqueur éthérée (je crois qu'il veut parler

de celle de Frobenius) est faite avec partie égale en mesure «
& non en poids, la liqueur jaune qui surnage est séparée «
de la sulfureuse non-ardente par l'entonnoir ; la liqueur «
inférieure est rejettée, & la supérieure jaune est mise dans «
une cornuë pour être distillée par une chaleur très-douce, «
& on continuë la distillation de ce liquide éthéré jusqu'à ce «
que l'hémisphere supérieur soit devenu froid, & la cornuë «
étant frappée dans la main, on trouve dans le récipient un «
(gas) ou résidence vinosulfureuse très-éthérée : faites préci- «
piter le soufre, en adjoûtant un alkali qu'il faut jetter dedans «
petit à petit jusqu'à ce que toute ébullition cesse, & la «
liqueur ne frappera plus elle-même contre la main, mais «
elle l'attirera violemment; alors l'alkali tombera au fond de «
lui-même, & se précipitera dans l'eau commune. «

Ce procédé est très-obscur; aussi M. Hellot, qui a beaucoup travaillé sur cette matiére, a suivi scrupuleusement ce procédé des Transactions sans aucun succès.

Les grandes propriétés que M. Frobenius attribuë à sa Liqueur éthérée dans le Mémoire manuscrit dont nous avons parlé, & la réputation qu'elle a dans les différents pays où M. Frobenius en avoit envoyé, étoient des motifs suffisants pour nous engager à faire tous nos efforts pour en découvrir la composition, vû qu'on en a fait jusqu'à présent un mystere, & que je crois qu'il n'y a qu'un seul homme en Angleterre qui la sçache bien précisément; aussi avons-nous été plusieurs qui avons fait chacun en notre particulier différentes tentatives à ce sujet, mais le succès étoit réservé à M. Grosse, qui, comme on le verra dans la suite de ce Mémoire, est le seul qui soit enfin parvenu à avoir l'Ether dans toute sa perfection.

L'odeur aromatique de cette liqueur, sa grande inflammabilité, sa légereté, sa non-miscibilité avec l'eau, & la définition énigmatique que M. Frobenius en donne, firent d'abord penser à feu M. Geoffroy, & depuis j'ai cru comme lui, que l'Ether étoit une huile essentielle extrêmement atténuée par quelque fermentation, & convertie par-là en

un esprit ardent d'une nature très-singuliére ; M. Geoffroy avoit soupçonné que cette huile essentielle pouvoit être celle de Romarin. Suivant ces idées, nous avons séparément travaillé sur les Huiles essentielles ; j'ignore quel a été le travail de feu M. Geoffroy, mais en apportant les précautions nécessaires pour prévenir l'inflammation des huiles, sur-tout quand j'employois de l'esprit de Nitre, j'ai mêlé différentes huiles essentielles avec différents acides, dans le dessein d'atténuer les huiles par l'action des acides que j'employois, & j'ai ensuite tenté de retirer ces huiles, ou simplement par la distillation, en y adjoûtant de l'eau, ou en les incorporant, tantôt avec le sel de Tartre, & tantôt avec la Chaux, avant que de les distiller, tant pour consommer une partie de l'huile grossiére qui avoit été comme brûlée par les acides, que pour absorber les acides que j'avois employés, & avoir ainsi les huiles entiérement dégagées de leur partie la plus grossiére. Mais toutes ces expériences que j'ai suivies assés loin, & qui m'ont offert plusieurs phénomenes singuliers, ne m'ont rien donné qui approchât de la Liqueur éthérée que je cherchois : ainsi il seroit inutile de m'y arrêter davantage. M. Grosse s'est proposé de chercher la composition de cette liqueur par d'autres voyes, car en réfléchissant sur les effets & les propriétés de cette liqueur rapportées dans le Manuscrit de M. Frobenius, & après avoir fait différentes expériences avec l'Ether qui lui avoit été envoyé d'Angleterre par M. Hanckwitz, il s'est enfin arrêté aux propriétés suivantes qui l'ont conduit insensiblement à la découverte de sa composition. Ces propriétés sont,

1.° D'être si volatile, & de s'évaporer si vîte, qu'il semble qu'elle ne mouille pas le doigt qu'on y a trempé. 2.° De s'enflammer très-aisément, & de prendre feu, quoiqu'assés éloignée d'une lumiére. 3.° De ressembler par son odeur à l'eau de Rabel bien faite, long-temps gardée, & devenuë rouge ; aussi M. Grosse avoit-il remarqué qu'en distillant de l'esprit de Vin sur une légere dissolution d'Alun, il en venoit une liqueur d'une odeur suave, douce, aromatique,

approchante de celle de l'Ether. Ces obſervations le perſuadérent qu'il falloit chercher cette liqueur dans le mêlange de l'eſprit de Vin avec l'huile de Vitriol, & en 1731 il pria M. Geoffroy le cadet de communiquer cette idée de ſa part à l'Académie.

Le même M. Geoffroy m'a fait voir depuis quelques jours une feuille manuſcrite de la main de M. ſon Frere, par laquelle il paroît que feu M. Geoffroy avoit auſſi tourné ſes vûës du côté de l'huile de Vitriol & de l'eſprit de Vin: quoi qu'il en ſoit, cet avis de M. Groſſe renouvella l'impatience que j'avois de connoître une liqueur qui me paroiſſoit ſi précieuſe pour la Phyſique; je fis différents mêlanges d'huile de Vitriol & d'eſprit de Vin, je les diſtillai tantôt ſeuls & tantôt ſur des ſels alkalis, ou ſur de la Chaux, mais ſans ſuccès.

M. Hellot, dont nous avons déja parlé, a ſuivi encore plus loin ſes expériences, ce qui lui a fourni pluſieurs obſervations ſinguliéres; il a même eu une liqueur fort approchante de l'Ether, mais il étoit réſervé à M. Groſſe d'avoir cette liqueur auſſi parfaite que l'Ether de M. Frobenius, & même beaucoup meilleure que celle de pluſieurs flacons qui ont été envoyés d'Angleterre; car M. Geoffroy le cadet m'a fait voir chés lui qu'il y en avoit qui ſe décompoſoit avec l'eau, & qui s'y mêloit enfin entiérement, au lieu que celui de M. Groſſe s'en ſépare totalement, & même fort promptement: mais ſans m'écarter davantage, je vais commencer par rapporter les procédés de M. Groſſe, tels qu'il me les a dictés lui-même; je rendrai compte enſuite du travail du Chimiſte que j'ai cité, après quoi je ferai part à l'Académie de pluſieurs expériences curieuſes que nous avons faites M. Groſſe & moi avec cette liqueur, ce qui nous mettra en état de former quelques conjectures ſur la théorie de cette opération.

Mais avant que de parler du travail de M. Groſſe, il eſt bon qu'on ne ſe prévienne pas à l'occaſion de la ſimplicité de ſes procédés, car on auroit peut-être de la peine à lui

sçavoir gré des soins qu'il s'est donnés pour avoir une liqueur qui paroît maintenant si aisée à obtenir. Le peu de succès de notre travail commun, & le grand nombre de tentatives que M. Grosse a faites inutilement en particulier, paroîtroient suffire pour prouver combien cette découverte étoit difficile. Cependant ceux qui voudront suivre les procédés que je vais décrire, seront encore bien mieux convaincus de cette difficulté, puisque l'exactitude dans les proportions, dans le choix des matiéres & dans l'execution, sont de la derniére conséquence pour la réussite; je suis même persuadé que quoique M. Grosse le déclare ici avec toute la sincérité & l'exactitude possible, plusieurs bons Artistes le tenteront sans y réussir, faute d'en observer toutes les circonstances.

Voici donc différents procédés par lesquels M. Grosse est parvenu à faire l'Ether.

Comme j'étois presque certain (c'est lui-même qui parle) ainsi que je l'avois fait annoncer à l'Académie en 1731, qu'il falloit chercher l'Ether dans le mélange de l'huile de Vitriol & de l'esprit de Vin, je commençai alors à faire différentes combinaisons de ces deux liqueurs, qu'il est inutile de rapporter, il suffit de dire que quand j'ai mêlé trois parties d'huile de Vitriol sur une d'esprit de Vin, c'est-à-dire, six onces de cet acide sur deux onces d'esprit de Vin, j'en ai retiré par une distillation bien conduite, plusieurs liqueurs qui ne ressemblent pas à l'Ether; mais en même temps il est monté une huile quelquefois rouge, quelquefois verte, & quelquefois assés blanche: c'est cette huile que plusieurs Auteurs, depuis Paracelse, ont appellée *Huile de Vitriol douce*, & dont je me propose de parler dans une autre occasion, ainsi je reviens à l'Ether.

Après plusieurs tentatives qui rouloient toûjours sur les différentes proportions de l'huile de Vitriol & de l'esprit de Vin, je n'en ai pas trouvé qui m'ait mieux réussi que celle qui suit.

1.re Maniére de faire l'Ether.

J'ai pris une partie d'huile de Vitriol bien rectifiée & très-blanche, par exemple, une livre, & deux parties, ou

deux livres d'esprit de Vin aussi très-rectifié, je les ai mêlés petit à petit dans une cornuë, versant l'esprit de Vin sur l'huile de Vitriol pour ménager le vaisseau qui, sans cela, seroit en risque de se casser, à-cause de la grande chaleur qui s'excite dans ce mêlange quand les liqueurs sont bien concentrées, comme elles le doivent être pour la réussite de l'opération; j'ai ensuite bouché la cornuë, j'ai laissé ces liqueurs en digestion pendant deux jours ou environ: ordinairement ce mêlange prend peu à peu une couleur rouge, ce qui est un indice avantageux pour le succès de l'opération; après cette digestion, j'ai distillé le mêlange au feu de sable; dans le commencement, il monte un peu d'esprit de Vin très-odorant; à cet esprit de Vin succede une liqueur en vapeurs blanches; puis, en continuant la distillation, il en vient une autre très-sulfureuse & volatile qui frappe vivement l'odorat, & suffoque même la respiration; enfin il monte un flegme acidule, & dans la cornuë il reste une masse très-noire pareille à la résidence que feu M. Homberg a trouvée après la distillation & la résolution du soufre par l'huile de Therebentine, & que Kunckel a aussi eue après la distillation de l'huile de Vitriol mêlée avec l'esprit de Vin.

J'étois bien persuadé que l'Ether existoit dans les liqueurs que j'avois distillées, leur odeur, & quelques autres circonstances ne me permettoient pas d'en douter. Je me proposai donc de l'en retirer, & j'employai pour cela différents moyens; quelquefois je me servois de la solution de sel ammoniac, pour substituer l'acide du sel marin, que l'on sçait être très-bon pour la rectification des huiles, à celui du Vitriol, auquel je presentois un alkali volatil. Mais cette tentative n'eut pas tout le succès que je m'en étois promis. Enfin entre les différents essais que j'ai tentés, la plûpart inutilement, je me suis imaginé d'employer l'eau commune comme un moyen des plus simples d'affoiblir l'acide sulfureux, & l'esprit de Vin, que je regardois comme les seuls obstacles à la séparation de l'Ether, me fondant sur une des propriétés de cette liqueur, qui est de ne se mêler jamais avec l'eau, mais

de ſe mêler très-vîte à l'eſprit de Vin : je verſai donc beaucoup d'eau ſur les liqueurs dont j'ai parlé, & preſque dans le moment je vis la ſéparation de la Liqueur éthérée, qui, par ſa grande légereté, ſe portoit vivement à la ſurface ; ainſi une ſimple addition d'eau commune me réuſſit mieux que tout ce que j'avois tenté par beaucoup d'autres moyens.

Voilà donc l'Ether en partie ſéparé des autres liqueurs, auxquelles il étoit joint. Je dis en partie, car il n'étoit pas encore auſſi ſec & auſſi volatil qu'il le doit être ; ce qui marque qu'il étoit encore un peu allié avec les ſubſtances dont nous venons de parler ; cela m'a engagé à verſer de nouveau de l'eau deſſus, pour en emporter une partie ; mais ce qui me réuſſit beaucoup mieux, ce fut d'employer une ſolution de ſel de Tartre qui, abſorbant le reſte de l'acide volatil ſulfureux, acheve d'en dégager l'Ether, & par ce moyen je l'ai eu fort ſec & auſſi volatil que celui qui m'a été envoyé d'Angleterre.

Cependant, en refléchiſſant ſur les différentes liqueurs qui m'étoient venuës par la diſtillation, je me propoſai de les examiner plus particuliérement, pour connoître celle qui contenoit l'Ether, ce qui devoit me donner encore plus de facilité pour en faire la ſéparation. Afin de ſuivre cette idée, & exécuter ce deſſein, il falloit ſéparer chaque liqueur à meſure qu'elle paſſoit par la diſtillation ; pour cela je m'aviſai de piquer avec une épingle, la veſſie qui lutte le récipient au bec de la cornuë, afin de *diſcerner par l'odorat*, les différentes liqueurs, à meſure qu'elles ſe ſuccéderoient.

La premiére, comme je l'ai dit, ne ſentoit preſque que l'eſprit de Vin, & ç'en eſt un très-rectifié qui cependant a quelque choſe qui approche de l'eau de Rabel.

La ſeconde paſſe en vapeurs blanches, & ſent beaucoup l'Ether, ce qui me fit juger qu'elle étoit la ſeule qui le contenoit, & que les autres ne ſervoient qu'à l'abſorber.

La troiſiéme avoit une odeur de ſoufre des plus pénétrantes, & en ayant une fois reſpiré un peu trop, je penſai être ſuffoqué.

Ces

Ces différentes obſervations m'ont conduit à faire l'Ether de la maniére ſuivante.

2.de Maniére de faire l'Ether.

Obſervant les mêmes proportions que j'ai rapportées ci-deſſus, je diſtillai juſqu'à ce que j'apperçûs à la voûte de la cornuë les vapeurs blanches dont j'ai parlé, alors je ceſſai le feu, car il reſte aſſés de chaleur pour faire paſſer le reſte de cette liqueur qui ſeule contient l'Ether, qui eſt, comme l'on ſçait, très-volatil, & la liqueur ſulfureuſe reſte en bonne partie dans la cornuë; ainſi l'on a par ce moyen la liqueur qui contient l'Ether, ſeulement un peu mêlé d'eſprit de Vin qui paſſe d'abord, & quelquefois d'un peu d'eſprit ſulfureux qui vient enſuite malgré la ceſſation du feu. En ce cas, pour avoir l'Ether ſeul, il faut employer l'eau commune pour le ſéparer, comme nous l'avons dit dans le premier procédé; mais ſi l'on ne trouve pas encore cet Ether aſſés ſec, on peut le rectifier par une lente diſtillation, & alors l'Ether monte avant l'eſprit de Vin, qui cependant paſſoit toûjours le premier dans les premiéres opérations (circonſtances ſinguliéres dont nous eſſayerons de rendre raiſon dans la ſuite).

Ces méthodes de faire l'Ether ſont très-promptes, mais elles ne réuſſiſſent pas toûjours: elles m'ont quelquefois manqué, ſans que j'en aye pû attribuer la cauſe qu'aux qualités différentes de l'acide vitriolique, ou encore plus à celles des eſprits de Vin que j'ai employés, quoique très-rectifiés, & très-bons pour d'autres uſages. C'eſt ce qui m'engage à rapporter ici un troiſiéme procédé qui m'a toûjours réuſſi.

3.me Maniére de faire l'Ether.

Par ce procédé on peut avoir l'Ether très-ſec, ſans employer pour le rectifier, aucun mélange d'eau ni de ſels alkalis. Pour cela, quand on a ceſſé bien à propos la diſtillation, c'eſt-à-dire, lorſque les vapeurs blanches commencent à paroître, il faut mettre dans une cornuë ce qui eſt paſſé dans le récipient, & diſtiller très-lentement à un feu de lampe: l'Ether, qui eſt ici dégagé de la liqueur ſulfureuſe, paſſe le premier dans la diſtillation & avant l'eſprit de Vin, de même qu'avant le peu de liqueur ſulfureuſe qui y eſt

restée, & quand on a distillé la moitié de la liqueur, ou tout au plus les deux tiers, il faut cesser l'opération, sans quoi il se feroit un nouveau mélange. Cette derniére méthode a cela d'avantageux que, comme je l'ai dit ci-devant, elle m'a toûjours réussi, au lieu que les deux autres m'ont quelquefois manqué.

Outre les trois maniéres de faire l'Ether dont je viens de parler, je suis persuadé qu'on peut encore l'obtenir par d'autres moyens, peut-être même plus courts, & j'ai encore sur cela des vûës que je communiquerai à l'Académie si elles réussissent.

Ce seroit ici le lieu de rapporter les expériences que j'ai faites avec mon Ether, pour prouver sa conformité avec celui de M. Frobenius, mais je réserve ce détail pour un autre Mémoire : je me contenterai de dire pour le présent, que jusqu'ici je n'ai pas reconnu dans cette liqueur des propriétés bien avérées pour la Médecine, quoiqu'un étranger, qui est depuis quelques années à Paris, attribuë de grandes vertus à un *Ether rouge* dont quelques malades assûrent même s'être bien trouvés.

Cette liqueur rouge ressemble beaucoup à l'Ether tant par son odeur que par son inflammabilité, & sa non-miscibilité avec beaucoup de liqueurs, j'en ai retiré l'Ether par la distillation, & il m'est resté une matiére rouge d'un goût & d'une odeur assés agréable, mais j'ignore quel est ce mélange, qui d'ailleurs me paroît très-curieux, n'ayant encore pû parvenir à colorer mon Ether, quoique je l'aye tenté de différentes maniéres.

Pour suivre le plan que je me suis proposé dans ce Mémoire, après avoir fait la lecture des différents procédés par lesquels M. Grosse est parvenu à avoir l'Ether, je vais rendre un compte abrégé de ce qu'a fait à ce sujet M. Hellot, qui a travaillé à cette recherche de concert avec nous. Voici l'extrait d'une Lettre qu'il m'a écrite à ce sujet.

» J'ai fait différents mélanges d'un esprit de Vin très-rectifié, » & d'huile de Vitriol blanche très-concentrée. Tous mes

essais ont été du poids de 3 onces d'huile de Vitriol, mais le poids de l'esprit de Vin a été tantôt de 9, de 12, de 15 onces, quelquefois de 6 onces, une seule fois de 3 onc. c'est-à-dire, de poids égal; & enfin je l'ai fait selon le Mémoire de M. Godfrey, de Londres, à mesure égale d'esprit de Vin & d'huile de Vitriol. J'ai observé qu'en versant l'huile de Vitriol, sur l'esprit de Vin, il s'éleve des vapeurs, par la chaleur du mêlange, & que ces vapeurs condensées donnent un esprit de Vin véritable très-subtil, que j'ai reversé toûjours au bout de deux jours de digestion à froid, dans l'alambic de verre tubulé & bouché d'un bouchon de cristal, dont je me suis servi pour tous mes essais, parce qu'on voit mieux ce qui se passe dans le chapiteau, qu'on ne le voit dans la voûte d'une cornuë. J'observerai aussi que pendant la digestion de tous ces mêlanges, il se dépose une poudre blanche, & c'est apparemment de cette poudre dont Kunckel a parlé dans son *Laboratorium Chymicum*, & par le moyen de laquelle il a dit qu'il pouvoit faire voir que l'huile de Vitriol contenoit du Mercure coulant, en l'amalgamant avec de la chaux d'Or, ce qui ne m'a jamais réüssi; car j'ai filtré un de mes mêlanges après le dépôt formé de cette poudre blanche, & l'ayant lavé, je l'ai triturée dans un mortier de verre échauffé avec une portion de Chaux d'or des Affineurs, mais je n'ai pû parvenir à faire cet amalgame; aussi cette poudre me paroît n'être qu'une simple terre, car en ayant mis depuis sur un charbon allumé que j'ai soufflé avec un chalumeau, elle s'y est calcinée sans aucune vapeur, & est restée fixe comme une pure terre.

J'ai distillé tous mes mêlanges à feu de lampe, me servant des lampes que vous me connoissés, & par le moyen desquelles je suis le maître de la chaleur pendant 12 ou 15 heures. Les mêlanges où il y avoit trois, quatre ou cinq parties d'esprit de Vin contre une d'huile de Vitriol ont toûjours donné des stries perpendiculaires dans le chapiteau. Ceux dont le poids des deux liqueurs approchoit davantage de l'égalité, donnoient moins de ces stries, & lorsque le

» récipient étoit exactement uni au bec du chapiteau par le
» moyen de la membrane intérieure détachée du gros lobe
» des vessies de carpe, je n'y appercevois aucune strie, pas
» même la moindre marque d'humidité, parce que l'air exté-
» rieur n'avoit aucune communication avec les vapeurs sub-
» tiles qui s'élevoient. A l'occasion de cette netteté du cha-
» piteau (que je regarde comme la marque certaine que l'Ether
» monte actuellement) je crois que M. Grosse, à qui la dé-
» couverte de la composition de l'Ether est dûë, ne trou-
» vera pas mauvais que je vous fasse observer que sans la pi-
» quûre d'épingle qu'il fait à ses vessies, je crois qu'il n'auroit
» pas vû les vapeurs ou tourbillons blancs dont il parle. Car
» depuis que de son consentement vous m'avés communiqué
» son procédé, j'ai fait une rectification d'Ether avec les pré-
» cautions qu'il prescrit. Je me suis servi d'une cornuë de
» cristal de Londres, dont le col a été usé avec l'embouchure
» de son récipient par le moyen de l'Emeril, de sorte qu'elle
» ferme très-exactement. A un feu de lampe extrêmement
» doux, j'ai vû distiller l'Ether assés vîte, mais sans vapeurs
» blanches; j'ai desserré le récipient, en le tournant un peu
» sur le col de la cornuë, en sorte que l'air extérieur pût s'y
» introduire, aussi-tôt les vapeurs blanches ont paru; j'ai res-
» serré le récipient, ces vapeurs ont disparu. Enfin j'ai répété
» cela cinq fois de demi-heure en demi-heure, & j'ai toûjours
» fait paroître & disparoître alternativement les vapeurs en
» question. J'offre à M. Grosse de lui prêter ce vaisseau pour
» vérifier mes expériences. Si elles lui réussissent, comme je
» n'en doute pas, vous sçaurés bien rendre raison de ce phé-
» nomene qui me paroît assés singulier. Je crois que j'aurois
» eû l'Ether dès le mois de Novembre 1731, si j'avois eû les
» yeux de M. Grosse pour l'appercevoir. J'avois distillé une
» assés bonne quantité de cette premiére liqueur qui contient
» l'Ether; & croyant que je pouvois la rectifier sans feu, je
» la versai sur des cendres gravelées bien séches que j'avois
» mises dans une bouteille cylindrique de verre blanc, je l'y
» laissai pendant huit jours en digestion, la liqueur spiritueuse

y prit une belle couleur de jonquille, & il se fit une séparation du flegme; je survuidai la liqueur jaune dans une autre fiole, & je versai dessus une demi-once d'huile de Vitriol, il se fit une fermentation très-vive, une partie de la liqueur se coagula en une matiére saline formée en flocons qui se précipiterent. La liqueur prit le goût acide d'une eau de Rabel, mais beaucoup plus aromatique. J'en mis dans une cuillere d'argent; toute acide qu'elle étoit, elle y brûla sans laisser de résidu aqueux. Enfin je la distillai de nouveau, les gouttes se succéderent presque sans intervalle entr'elles. Ayant éteint le feu, quand les stries commencerent à se former, je trouvai dans le récipient une liqueur qui n'étoit plus acide, qui avoit la vraye odeur de l'Ether, comme vous en avés jugé vous-même, mais qui n'étoit pas séche comme le véritable Ether; faute d'avoir imaginé le véritable tour de main, il étoit resté dans la cucurbite une liqueur rouge extrêmement acide. « « « « « « « « « « « « « « « « « «

Quant aux flocons salins dont j'ai parlé ci-devant, les ayant dissous dans de l'eau chaude, je les laissai en repos pendant quatre heures, au bout desquelles j'apperçûs deux liqueurs très-distinctes : celle qui surnageoit l'autre, étoit plus diaphane; elle étoit encore acide, elle brûla comme la première sans résidu. J'ai laissé cristalliser la liqueur d'au-dessus, & un mois après je trouvai des cristaux figurés comme le Tartre vitriolé, sur lesquels je n'ai rien à dire de plus. « « « « « « « « « «

J'ai tenté la rectification de la même liqueur que je jugeois qui contenoit l'Ether, sur du colcothar, mais elle s'y décompose tellement, qu'on n'en retire qu'un véritable esprit de Vin. « « « «

Par le sel de Glauber calciné, j'ai approché davantage de la véritable rectification. « «

Par les fleurs de Zinck, encore davantage. «

Enfin ne pouvant obtenir une liqueur éthérée qui ne se mêlât point à l'eau, nous crûmes, comme vous sçavés, Monsieur, qu'il falloit y introduire la liqueur huileuse qui « « «

» vient de la même source, & qu'on nomme l'*oleum Vitrioli* » *dulce Paracelsi*, ainsi ayant rassemblé de cette huile environ » une demi-once, & rectifié trois onces de liqueur spiritueuse » par les fleurs de Zinck, je mêlai les deux liqueurs ensemble, » l'union parfaite en fut faite dans l'instant, je versai dessus » de l'eau commune, & je vis aussi-tôt une séparation de deux » liqueurs : j'agitai le mêlange, & les deux liqueurs se sépa- » rerent de nouveau; j'aurois juré que je tenois l'Ether, & » d'autres l'auroient cru comme moi, d'autant plus que la » liqueur surnageante faisoit sur les dissolutions métalliques » presque les mêmes effets que l'Ether. Au bout d'onze jours » je fus détrompé, & obligé d'avouer que je n'avois plus » l'Ether. En voici la raison : entre mes deux liqueurs il y » avoit une pellicule argentée extrêmement déliée : toute dé- » licate qu'elle étoit d'abord, elle devenoit plus fine de jour » en jour, & le dixiéme jour on ne l'appercevoit plus, elle » s'étoit déposée au fond du flacon en forme d'un sédiment » un peu feuilleté. La séparation des deux liqueurs se voyoit » encore en les regardant avec attention, mais les ayant agitées, » elles se mêlerent si parfaitement, que je n'ai pû les séparer » depuis. Il paroît par cette expérience, que cette huile douce » ne doit pas entrer dans l'Ether. J'aurois quelques observa- » tions à vous communiquer sur l'extrême élasticité de cette » huile, mais comme cette propriété regarde la physique de » l'Ether, & qu'il n'est question ici que de sa composition, je » me réserve à vous en entretenir dans une autre occasion.

» J'ai l'honneur d'être, Monsieur, &c.



SUR LES FIGURES DES CORPS CÉLESTES.

Par M. DE MAUPERTUIS.

I. J'AI donné dans le Discours sur la figure des Astres, quelques propositions générales sur les figures que doivent prendre des amas de matiére fluide qui circulent autour d'un axe. Je ne me proposois dans cet ouvrage que de faire voir en général, qu'il pouvoit y avoir dans les Cieux, des Fixes ou des Planetes fort applaties, & autour de quelques-unes, des Anneaux fort minces; je tentois par-là d'expliquer quelques phénomenes qui n'avoient point encore été expliqués d'une maniére satisfaisante.

II. Non-seulement il doit y avoir dans les Cieux, des Fixes & des Planetes applaties, mais tous les Corps célestes généralement doivent être applatis, s'ils sont ou ont été fluides, s'ils sont formés d'une matiére homogéne, si leurs parties pesent vers un centre, ou les unes vers les autres, & si enfin ils ont un mouvement de révolution autour d'un axe.

III. Quant à la Planete que nous habitons, personne n'ignore qu'on dispute encore aujourd'hui, si la Terre est un Sphéroïde applati ou allongé. Si elle s'est trouvée dans les circonstances dont nous venons de parler, elle devroit être applatie; mais les mesures actuelles de différents arcs d'un Méridien, comparées aux différences de latitude, paroissent lui donner la figure d'un Sphéroïde allongé vers les poles. Je n'examine point ici cette maniére de déterminer la figure de la Terre par les mesures géographiques & astronomiques, qui est peut-être la plus sûre, & qui l'est certainement, si la différence de la Terre à une Sphere est assés grande pour surpasser tout ce qui peut résulter des erreurs qu'on peut commettre dans les observations.

Je reviens à examiner les figures que les loix de la Statique & de l'Hydroſtatique doivent donner aux Corps céleſtes, & j'entrerai ſur cette matiére dans un plus grand détail que je n'ai fait dans le Diſcours ſur la figure des Aſtres.

IV. Pour qu'une Planete formée d'une matiére fluide & peſante, conſerve une figure permanente, pour que toutes ſes parties ſoient les unes par rapport aux autres, dans un état de repos, il faut que toutes les colonnes du fluide ſe ſoûtiennent les unes les autres, & ſoient en équilibre. Il faut auſſi que la ligne ſelon laquelle chaque partie de la Planete peſe, ſoit perpendiculaire au plan tangent de la Planete en ce point. Le premier de ces principes eſt clair de ſoi-même; le ſecond ſe démontre auſſi facilement; car ſi les Corps peſoient obliquement ſur ce plan tangent, un Corps flotant ſur le fluide de la Planete, ou une partie du fluide même, ſeroit entraîné dans le ſens de la direction de ſa peſanteur, & le fluide ne ſeroit plus dans l'état de repos où on le ſuppoſe.

Ces deux principes doivent déterminer la figure de la Planete, qui doit être telle que l'un & l'autre y ſoient obſervés en même temps, il faut donc qu'ils s'accordent l'un avec l'autre; ſans cet accord, l'un changeroit continuellement la figure que l'autre donneroit à la Planete, & ſes parties ſeroient dans un flux & reflux continuel.

V. M. Huygens, lorſqu'il détermina la figure de la Terre, ſe ſervit d'abord du ſecond principe, de celui de la perpendicularité des directions des Corps à la ſurface; mais comme il eut beſoin de la Méthode inverſe des tangentes, peu connuë dans ce temps-là, il prit, pour achever ſa Solution, le premier principe, celui de l'équilibre des colomnes dont M. Newton s'étoit déja ſervi. En effet, conſidérant la peſanteur comme la conſidere M. Huygens & pluſieurs autres Philoſophes, c'eſt-à-dire, comme uniforme & ſe faiſant vers un centre; il eſt indifférent de ſe ſervir de l'un ou de l'autre principe, & l'on trouvera toûjours la même figure pour la Planete.

VI.

VI. Enfin dans toutes les Hypotheſes de peſanteur qui ont été propoſées dans le Diſcours ſur la Figure des Aſtres, les deux principes reviennent encore au même, & ſe trouvent d'accord dans les figures que nous avons déterminées, non-ſeulement pour les Planetes & les Etoiles, mais encore pour les Anneaux.

VII. Cet accord des deux principes ne ſubſiſteroit pas dans toutes les hypotheſes qu'on pourroit faire. M. Bouguer lut il y a quelque temps, dans nos Aſſemblées, un Mémoire dans lequel il recherchoit ce qui arriveroit ſi l'on faiſoit d'autres hypotheſes ſur la peſanteur. On peut faire une infinité de ces hypotheſes dans leſquelles les deux principes ſeroient en contradiction, la figure d'une Planete qu'on trouveroit par l'un, toûjours détruite par l'autre, & où les parties de la Planete ſeroient dans un déſordre & dans un mouvement continuel.

VIII. Mais par-là même on voit que pour déterminer la figure d'une Planete; ſi l'on ſçait que ſes parties ſont actuellement en repos, l'examen de l'accord des deux principes eſt inutile, l'un d'eux ſuffit, puiſque le repos des parties eſt un fait qui aſſûre de l'autre, quelle que ſoit la maniére dont la peſanteur agit.

IX. Cependant comme la recherche des cas où les deux principes s'accordent, & de ceux où ils ne s'accordent pas, eſt curieuſe, je la ferai encore ici d'une maniére différente de celle de M. Bouguer.

Ce Mémoire contiendra quatre parties.

Dans la premiére, j'examinerai ce qui arrive ſi l'on ſuppoſe que les parties du Sphéroïde peſent vers différents points de l'axe, & que leur peſanteur varie de colomne en colomne, & varie encore dans la même colomne ſuivant quelques loix données.

Dans la ſeconde, je m'attacherai en particulier aux hypotheſes de peſanteur vers un centre. On m'a ſouvent objecté contre l'applatiſſement des Planetes, que ſi la force centrifuge les avoit applaties, cette même force ayant auſſi applati

le Soleil, qui a comme elles une révolution ſur ſon axe, nous devrions voir ſon Diſque ovale, car nous ſommes preſque dans le plan de l'Equateur de ſa révolution (ce plan ne faiſant avec l'Ecliptique qu'un angle d'environ 7 degrés), cependant le Diſque du Soleil nous paroît circulaire. Comme cette objection m'a été faite par des perſonnes que je reſpecte beaucoup, j'examinerai dans cette ſeconde partie juſqu'où doit aller l'applatiſſement du Soleil, & s'il eſt aſſés grand pour pouvoir être ſenſible aux obſervateurs.

Dans la troiſiéme partie, j'examinerai les figures que peuvent avoir en général les Corps céleſtes; j'examinerai quelques découvertes qu'on a faites dans le Ciel, & l'on verra combien elles ſont conformes à ma théorie, & combien elles paroiſſent la confirmer.

Enfin pour ne rien omettre de ce que j'ai à dire ſur cette matiére, j'examinerai dans la quatriéme partie, la figure de la Terre & des autres Aſtres, réſultante de la peſanteur univerſelle des parties de la matiére les unes vers les autres, & je tâcherai d'éclaircir ce que M. Newton a dit ſur cela, qui n'eſt ni un des moins beaux endroits de ſon Livre, ni un des plus faciles à entendre.

PREMIERE PARTIE,

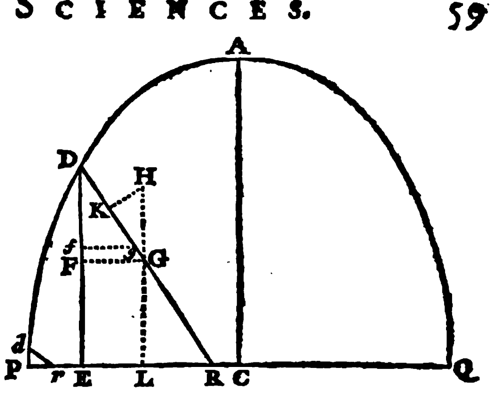
Dans laquelle on examine ce qui arrive, ſi l'on ſuppoſe que les parties d'un Sphéroïde formé d'une matiére fluide peſent vers différents points de l'Axe, & que leur peſanteur varie de colonne en colonne, & varie encore dans la même colonne ſuivant quelques loix données.

X. Soit le Sphéroïde formé par la révolution de la courbe PAQ autour de l'axe PQ.

La peſanteur vers R dans toute la colonne DR dépendante de la diſtance PR au pole, & cette dépendance donnée par une fonction de PR.

Et par rapport aux différentes parties d'une même colonne DR, ſoit la peſanteur appellée p, de ſorte que la

pesanteur en général soit représentée par $[PR]p$.

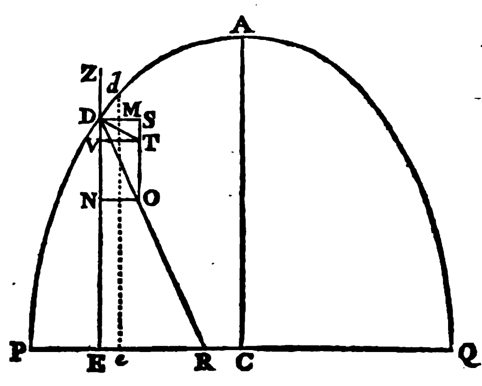


Soit le rapport du sinus de l'angle DRP au rayon :: h : 1 ; soit la force centrifuge donnée en A, & $=f$, on aura la force centrifuge en G, en disant $f.f' :: CA.LG =$ (à cause de $LG.RG :: h.1$) hRG; d'où l'on tire la force centrifuge en G ou $f' = \frac{fh.RG}{CA}$. Mais cette force agissant suivant GH, ne diminuë la force suivant GR que de ce qu'elle agit dans la direction opposée GD : pour trouver donc la force suivant GD, on a $GH.GK$, ou $1.h :: \frac{fh.RG}{CA}.f'' = \frac{fhh.RG}{CA}$; c'est la force qui tire le petit cylindre Gg ou dRG suivant GD.

On aura donc pour le poids vers R de la colomne DR $[PR]\int p.dRG - \int \frac{fhh.RG.dRG}{CA}$ (la fonction $[PR]$ précédant le signe $\int$, parce qu'elle doit demeurer constante pendant l'intégration) ; & si l'on fait ce poids égal à celui de la colomne PR, on aura $[PR]\int p.dRG - \int \frac{fhh.RG.dRG}{CA} = \int p.dPR$, ou (faisant $CA = a$, $PR = z$, $DR = r$, & observant que h doit demeurer constant pendant l'intégration) $[z]\int p dr - \frac{fhhrr}{2a} = \int p dz$. C'est l'équation que donne le principe de l'équilibre des colomnes. Il ne faut plus que connoître l'inclinaison des colomnes DR par rapport à leur distance du pole, ce qui doit être donné par la relation entre z & h, & connoître encore la valeur de p par quelque équation entre p & z, h, r, pour chasser z & p de cette équation, & l'on aura la courbe qui est le Méridien du Sphéroïde donnée par une équation entre r & h. *C.Q.F.T.*

XI. Cherchons maintenant le Sphéroïde par l'autre principe, par la perpendicularité de la ligne des Tendances à la surface.

Soient encore les mêmes lignes nommées de la même maniére ; soit la pesanteur en D vers R $= [z]\, p$, & représentée par DO, & la force centrifuge en D, représentée par $DZ = \frac{fhr}{a}$.



Je décompose la force DO en deux autres DS & DN, dont l'une tire dans le sens de l'axe, & l'autre lui est perpendiculaire, & j'ai $DR . RE :: DO . DS$, ou $1 . \sqrt{1-hh} :: [z]\, p . DS = [z]\, p\sqrt{1-hh}$; j'ai de même $DN = [z]\, ph$.

Retranchant de la force DN la force centrifuge DZ qui lui est opposée, la force suivant DE se réduit à $DV = [z]\, ph - \frac{fhr}{a}$. Quant à la force DS, elle demeure dans son entier $= [z]\, p\sqrt{1-hh}$.

C'est donc maintenant comme si chaque particule du Sphéroïde étoit poussée par les deux forces DV & DS, & qu'elle tendît à tomber par la diagonale DT de ces forces.

Or puisque cette tendance DT doit être perpendiculaire à la courbe PD au point D, les $\Delta\, DST$, DMd, doivent être semblables, & on doit avoir $DV . DS :: dM . MD$, ou $[z]\, ph - \frac{fhr}{a} . [z]\, p\sqrt{1-hh} :: d(PE) . d(DE)$, ou $:: d(z - r\sqrt{1-hh}) . d(hr)$, ou $:: dz - dr\sqrt{1-hh} + \frac{hrdh}{\sqrt{1-hh}} . hdr + rdh$, ou $::$

$dz\sqrt{1-hh}-dr+hhdr+hrdh.(hdr+rdh)\times\sqrt{1-hh}$; & faiſant la multiplication, on a $[z]phhdr+[z]phrdh-\frac{fhhrdr}{a}-\frac{fhrrdh}{a}=[z]pdz\sqrt{1-hh}-[z]pdr+[z]phhdr+[z]phrdh$; ou $[z]pdr-[z]pdz\sqrt{1-hh}=\frac{fhhrdr}{a}+\frac{fhrrdh}{a}$. C'eſt l'équation que donne le principe de la perpendicularité des Tendances.

XII. En comparant cette équation avec celle que nous avons trouvée art. précéd. on voit d'abord qu'elles ſont différentes; cependant pour bien juger de leur différence, il faut avoir égard à ce qu'elles ne ſont pas actuellement dans le même état. Cette derniére eſt une équation différentielle, & l'autre eſt cenſée intégrée. Il faut donc différentier la premiére $[z]\int pdr-\frac{fhhrr}{2a}=\int pdz$, & l'on a $d[z]\int pdr+[z]pdr-pdz=\frac{fhhrdr}{a}+\frac{fhrrdh}{a}$. Comparant alors les équations qui viennent de l'un & de l'autre principe, on voit qu'elles ont pluſieurs termes communs, & qu'afin que l'une & l'autre ſoient la même, il faut que $d[z]\int pdr-pdz=-[z]pdz\sqrt{1-hh}$. Cette derniére équation preſcrit toutes les relations qui doivent être entre z, r, h & p, pour que les deux principes s'accordent à donner la même forme aux Sphéroïdes.

XIII. Si l'on veut que les peſanteurs ſe faſſent vers différents points de l'axe, & ſoient par-tout uniformes tant dans la même colomne que de colomne en colomne, $[z]$ & p deviennent des quantités conſtantes $d[z]=0$, & l'équation qui exprime les relations entre z, r, h & p, devient $adz=bdz\sqrt{1-hh}$, d'où l'on tire $h=\frac{1}{b}\sqrt{bb-aa}$; c'eſt-à-dire, l'angle DRP conſtant, ce qui exclut le Sphéroïde, & fait voir que la peſanteur étant uniforme dans la même

colomne, & de colomne en colomne vers différents points de l'axe, les deux principes ne ſçauroient s'accorder.

XIV. Si l'on veut que toutes les parties du Sphéroïde peſent vers le même point ; on a z conſtant, $dz = 0$, & $d[z] = 0$; & l'équation qui exprime la relation entre z, r, h & p, a tous ſes termes détruits ; d'où l'on voit qu'alors les deux principes s'accordent à donner la même forme aux Sphéroïdes, quelle que ſoit la loi ſelon laquelle la peſanteur varie dans chaque colomne.

XV. Si l'on veut que la peſanteur ſe faſſe vers différents points de l'axe, & ſoit proportionnelle à une puiſſance m de la diſtance à ces points ; & qu'on cherche comment elle doit varier de colomne en colomne pour que les deux principes s'accordent ; ſoit conçûë une colomne dr infiniment proche de l'axe, il n'y aura que les parties de l'axe compriſes entre P & r qui auront de la peſanteur ; cette peſanteur ſera meſurée par la puiſſance m de leur diſtance au point r, & elle ne s'exercera point ſur le reſte de la colomne rC, comme la peſanteur ſur DR ne s'exerce point ſur ſon prolongement par de-là R ; ainſi le terme pdz qui exprimoit le poids de chaque partie de la colomne qui répond à l'axe, ſera nul dans l'équation qui exprime les relations néceſſaires pour l'accord des deux principes, & cette équation ſera $d[z]\int pdr = -[z]\,pdz\sqrt{1-hh}$, ou (mettant pour p ſa valeur r^m) $\frac{1}{m+1}\,d[z]\,r^{m+1} = -[z]\,r^m dz\sqrt{1-hh}$; d'où l'on tire $r = \overline{m+1} \times \frac{-[z]\,dz\sqrt{1-hh}}{d[z]}$. Si maintenant on met cette valeur de r dans l'une ou l'autre des équations trouvées pour le Sphéroïde, art. 10 & 11, on aura une équation qui ne contiendra que $[z]$ $d[z]$, h, dh & dz. Si maintenant on a la direction des Tendances des colomnes, c'eſt-à-dire, la relation entre h & z, on chaſſera dz de cette équation, & on la réduira à une équation entre $[z]$, $d[z]$, h & dh, qui déterminera la valeur de $[z]$, c'eſt-à-dire, la loi de la variation de la peſanteur de colomne en colomne.

Figure de la page 59.

Mais ſi l'on veut que la peſanteur ne varie point de colomne en colomne, & qu'on cherche ſelon quelle puiſſance m de la diſtance des parties aux points centraux, la peſanteur doit varier dans chaque colomne ; on a $[z]$ conſtant, $d[z] = 0$, & l'équation $d[z]\int p\,dr = -[z]\,p\,dz\sqrt{1-hh}$, ou $d[z] = -\overline{m+1}\,[z]\,\frac{dz\sqrt{1-hh}}{r} = 0$ donne $m = -1$; d'où l'on voit qu'alors pour que les deux principes s'accordent, il faut que la peſanteur dans chaque colomne ſoit en raiſon ſimple inverſe de la diſtance à ſon point central.

XVI. On pourroit parcourir une infinité d'autres hypotheſes, qui deviennent ſi faciles à examiner par la méthode que j'ai ſuivie, que j'aime mieux paſſer à d'autres choſes. Je ferai ſeulement une remarque ſur l'hypotheſe que nous avons ſuivie d'une peſanteur tendante à différents points de l'axe, variant de colomne en colomne, par rapport aux diſtances PR d'un point donné aux points centraux, & variant encore dans la même colomne, par rapport aux diſtances GR des parties de chaque colomne à ſon point central. Nous avons ſuppoſé tout le poids de la colomne qui répond à l'axe, réuni en P, de ſorte que les parties compriſes dans le reſte de l'axe depuis r ne peſent plus ; c'eſt ce qui a le plus d'analogie avec la ſuppoſition qu'on fait des peſanteurs des colomnes vers les points R, meſurées par les puiſſances des diſtances à ces points. Ce n'eſt cependant qu'une fiction géométrique, qui eſt hors de toute apparence d'avoir lieu dans la Nature.

SECONDE PARTIE,

Dans laquelle on examine différents Syſtemes de peſanteur, & où l'on détermine les figures des Corps céleſtes qui réſultent de ces Syſtemes.

XVII. Après avoir examiné quelles ſont les conditions néceſſaires pour que les deux principes, celui de l'équilibre

des colomnes, & celui de la perpendicularité des Tendances s'accordent dans la formation d'un Sphéroïde, je vais dans cette seconde partie, considérer la pesanteur selon les systemes les plus généralement suivis. La plûpart des Philosophes la considerent comme une force toûjours dirigée vers un centre, soit qu'on la suppose uniforme, & par-tout la même à quelque distance que ce soit, comme a fait M. Huygens; soit qu'on la suppose variable, & suivant la proportion de quelque puissance de la distance au centre.

Les autres, avec M. Newton, la considerent comme une force répanduë dans la matiére, dont nous avons donné les Loix dans un Mémoire qu'on trouve dans le recueil de 1732.

XVIII. Au reste M. Newton n'est point l'auteur de cette maniére de considérer la pesanteur; mais il est le premier qui ait déduit l'Attraction des Phénomenes, & qui en ait calculé les effets.

Sans parler des opinions des anciens philosophes sur l'Attraction, sans parler de Képler, précurseur de M. Newton, qui a trouvé les deux loix de la Nature qui devoient servir de fondement au systeme du monde, deux hommes illustres du siécle passé, paroissent ne s'être pas écartés de l'idée d'une Attraction tout-à-fait la même que celle de M. Newton. Voici comme ils parlent des différents systemes sur la Pesanteur.

Fermat, Var. oper. Mathem. pag. 124. Lettre de M. de Pascal, & de Roberval, à M. de Fermat.

La commune opinion est que la pesanteur est une qualité qui réside dans le corps même qui tombe.

D'autres sont d'avis que la descente des corps procede de l'Attraction d'un autre corps qui attire celui qui descend, comme la Terre.

Il y a une troisiéme opinion qui n'est pas hors de vrai-semblance; Que c'est une Attraction mutuelle entre les corps causée par un desir naturel que les corps ont de s'unir ensemble, comme il est évident au Fer & à l'Aimant, lesquels sont tels que si l'Aimant est arrêté, le Fer ne l'étant pas, l'ira trouver; & si le Fer est arrêté, l'Aimant ira vers lui; & si tous deux sont libres, ils s'approcheront réciproquement l'un de l'autre, en sorte toutefois que le plus fort des deux fera le moins de chemin, &c.

Ceux

Ceux que le mot d'*Attraction* blesse, & qui reprochent à M. Newton d'avoir ramené les qualités occultes, & d'avoir replongé la Philosophie dans les ténébres, verront que le terme dont on se sert ici, de *desir naturel*, par lequel cependant on n'entend que *Tendance*, est plus fort & plus dur que tout ce que M. Newton a jamais dit sur cette matiére.

On ne s'en tient pas là dans l'endroit que nous venons de citer, on y examine la maniére dont les corps doivent tomber dans l'intérieur d'une Sphere en vertu de cette pesanteur ; on fait voir qu'ils seroient tirés par des forces d'autant moindres qu'ils approcheroient plus du centre, parce que les parties de la Sphere supérieures au corps, l'attirent dans le sens opposé, & détruisent une partie de l'Attraction des autres, & c'est précisément ce qui résulte de la théorie de M. Newton. Cependant lorsqu'on traitoit cette opinion sur la pesanteur de vrai-semblable, on ne sçavoit point encore combien elle se trouvoit conforme à tous les autres phénomenes de la Nature.

On dira peut-être que lorsqu'on parloit ainsi, les Systemes de M.rs Descartes & Huygens, sur la pesanteur, n'avoient pas paru ; mais lorsqu'on rejette l'Attraction, ce n'est pas parce qu'on a sans elle des explications satisfaisantes des phénomenes, c'est qu'on trouve absurde d'attribuer cette force à la matiére. J'ai dit sur cela ce que je pensois dans le Discours sur la Figure des Astres.

XIX. De tout temps les Philosophes ont cherché la cause de la pesanteur ; si nous la connoissions, nous sçaurions si les corps terrestres tendent vers un point unique ou vers plusieurs points différents ; ou si la pesanteur n'est produite que par une Tendance des parties de la matiére les unes vers les autres. Je crois qu'après tant de siécles écoulés, & après les efforts de tant de grands hommes, si l'on ne doit pas desespérer de trouver la cause de la pesanteur, il est toûjours plus raisonnable de s'appliquer à en connoître les effets ; car connoissant bien quels sont ses effets dans une occasion, on peut déterminer quels effets elle aura dans une

autre; on peut même, par le moyen des expériences, découvrir ſelon quelles loix elle agit, & c'eſt-là, ce me ſemble, tout ce qu'il y a à deſirer en Phyſique; c'eſt du moins, à ce que je crois, tout ce qu'il y a à eſpérer.

XX. De ce que la Terre eſt à peu-près ſphérique, & que par-tout les corps tombent par des lignes perpendiculaires à ſa ſurface, on voit que la force qui les fait tomber, la force que nous appellons *peſanteur*, eſt par-tout dirigée vers le centre, ou à peu-près vers le centre.

Par la maniére dont tombent les corps vers la Terre, par le temps qu'ils employent, les eſpaces qu'ils parcourent, & les accélérations qu'ils éprouvent, on voit que la force qui les ſollicite à tomber, eſt toûjours la même pendant tout le temps de leur chûte (du moins à toutes les diſtances où il nous eſt permis de faire des expériences).

Et ſi l'on ſuppoſe qu'à quelque diſtance que ce ſoit du centre de la Terre, les choſes ſe paſſent de la même maniére que là où nous ſommes en état de faire des expériences, on pourroit conclurre que la peſanteur des corps vers la Terre ſeroit par-tout uniforme; & ſi elle étoit uniforme vers la Terre, on pourroit croire qu'elle le ſeroit auſſi vers les autres Planetes, ou vers les autres amas de matiére qui circulent autour d'un axe comme notre Terre.

Cette hypotheſe d'une peſanteur uniforme eſt celle qu'a ſuivie M. Huygens, & celle qu'on conclut par ce qui arrive aux petites diſtances où nous pouvons faire nos expériences.

XXI. Mais on peut pouſſer la vûë plus loin, & chercher ce que paroît être la peſanteur, par ce qui arrive à des diſtances plus grandes.

Le mouvement de la Lune autour de la Terre, comparé à la chûte des corps vers la Terre, nous fait voir que ſi la Lune eſt retenuë dans ſon orbite par la même force de la peſanteur qui fait tomber les corps, cette force depuis la Terre juſqu'à la Lune décroît dans le même rapport que le quarré de la diſtance à la Terre augmente, c'eſt-à-dire, que la peſanteur vers la Terre eſt en raiſon inverſe du quarré de la diſtance.

Nous ne pouvons point expérimenter comment les corps tomberoient vers la ſurface des autres Planetes, mais nous pouvons déterminer la loi de leur peſanteur par le mouvement des Satellites de celles qui en ont; & ces mouvements comparés entre eux, nous font voir une même loi de peſanteur vers leur Planete principale, que celle que nous avons trouvée vers la Terre.

Enfin les mouvements de toutes les Planetes autour du Soleil donnent encore la même loi de peſanteur vers le Soleil.

Si donc on ne regarde point la peſanteur comme produite par la Tendance mutuelle des parties de la matiére, & qu'on la regarde comme ſe faiſant vers les centres autour deſquels elle s'exerce indépendamment de la matiére des corps centraux, & ſuivant au dedans de ces corps la même loi qu'on lui voit obſerver au dehors, on pourroit conclurre qu'elle ſe fait par-tout en raiſon inverſe du quarré de la diſtance au centre.

XXII. Ces deux hypotheſes doivent paſſer pour les plus vrai-ſemblables, lorſqu'on n'admet point l'attraction mutuelle des parties de la matiére.

Si l'on prend la premiére, qu'on ne détermine point la peſanteur par ce qui arrive dans le mouvement des corps céleſtes, qu'on n'en juge que par ce que nous voyons arriver dans la chûte des corps vers la Terre, & qu'on la prenne pour uniforme, il n'eſt pas difficile de déterminer la figure des Planetes & des Soleils, ou plûtôt il n'eſt pas difficile de juſtifier les figures qu'on voit qu'ils ont.

Quoiqu'ils doivent être tous applatis, cet applatiſſement dépend du rapport qui eſt entre la peſanteur & la force centrifuge de leurs parties; & ce rapport (même dans les Planetes dont on connoît le temps de la révolution ſur l'axe, excepté la Terre) demeure à notre choix. Nous pouvons ſuppoſer la quantité de la peſanteur telle qu'il nous plaît, car on ne peut pas exiger qu'on la croye ſur les autres Planetes, la même que ſur notre Terre. Nous la pouvons ſuppoſer

si grande par rapport à la force centrifuge, que les Planetes & le Soleil différeroient aussi peu qu'on voudroit de la Sphere. Nous sommes alors les maîtres de déterminer ce rapport dans chaque Astre par la figure actuelle que nous voyons qu'il a. Si la différence des deux diametres perpendiculaires du disque du Soleil est insensible dans les observations, nous pouvons déterminer facilement quelle doit être la grandeur de la pesanteur par rapport à la force centrifuge des parties du Soleil dans son équateur pour que cette différence soit insensible. Si Jupiter nous paroît sensiblement applati, & que son axe soit au diametre de son équateur, comme 14 à 15, nous sommes en état de déterminer quelle est la pesanteur dans cette Planete par rapport à sa force centrifuge, afin qu'elle ait une telle figure. Enfin il n'y a que pour la Terre que nous ne puissions pas disposer de ce rapport, car nous sçavons par des expériences certaines que la pesanteur y est environ 289 fois plus grande que la force centrifuge.

XXIII. Nous avons trouvé dans le Discours sur la figure des Astres, p. 53. Que nommant le rayon de l'équateur $CA = a$, le rayon variable $CD = r$, le sinus de l'angle $DCP = h$ pour le rayon $= 1$, la pesanteur en $A = p$, & la force centrifuge au même point $= f$, & supposant que la pesanteur vers le centre C étoit proportionnelle à une puissance n de la distance; nous avons trouvé, dis-je, pour l'équation qui exprime la nature du Méridien des Sphéroïdes $2pr^{n+1} - (n+1) fhha^{n-1} rr = (2p - nf - f) a^{n+1}$.

La même équation se peut déduire aussi facilement des

équations que nous avons trouvées dans la 1.re partie de ce Mémoire, art. 10. & 11. Ces équations étoient $[z] \int p dr - \frac{fhhrr}{2a} = \int p dz$; & $[z] p dr - [z] p dz \sqrt{1 - hh} = \frac{fhhrdr}{a} + \frac{fhrrdh}{a}$.

Dans ces équations $[z]$ représente ici la quantité constante p; $p dr$ représente $\frac{r^n dr}{a^n}$; $\int p dz$ le poids constant de la colomne CP qui est $\frac{2p - nf - f}{2.(n+1)} a$; & $[z] p dz \sqrt{1 - hh}$ est zero, à cause de z constant.

Si l'on substituë ces valeurs dans ces deux équations, on aura (après avoir intégré la seconde) la même équation $2pr^{n+1} - (n+1) fhh a^{n-1} rr = (2p - nf - f) a^{n+1}$.

De cette équation, on tire aisément le rapport de l'axe au diametre de l'équateur; car faisant $h = 0$, le rayon r devient alors CP, & l'on a $2pr^{n+1} = (2p - nf - f) a^{n+1}$, ou $CA . CP :: (2p)^{\frac{1}{n+1}} . (2p - nf - f)^{\frac{1}{n+1}}$.

XXIV. Dans l'hypothese particuliére dont il s'agit ici d'une pesanteur uniforme, on a $CA . CP :: 2p . (2p - f)$. D'où l'on voit que si notre Sphéroïde représente le Soleil, on peut augmenter la pesanteur p par rapport à la force centrifuge jusqu'à ce que la différence entre CA & CP soit insensible, eu égard aux moyens dont les Astronomes se servent pour la mesurer.

S'il est question de Jupiter, & qu'on ait observé que son axe est au diametre de son équateur, comme 14 à 15, on a $15 . 14 :: 2p . 2p - f$, ou $30p - 15f = 28p$, ou $2p = 15f$, & l'on concluroit que sur cette Planete la pesanteur seroit sept fois & demie plus grande que la force centrifuge.

Quant à la Terre, il ne dépend pas de nous de supposer le rapport de la pesanteur à la force centrifuge, tel que nous le voulons. On sçait, par des expériences, que la pesanteur

est 289 fois plus grande que la force centrifuge, d'où il suit que $CA . CP :: 578 . 577$, comme M. Huygens l'a trouvé.

XXV. Si l'on prend maintenant l'autre hypothese sur la pesanteur, si on lui attribuë le mouvement des Corps célestes, ou plûtôt la détention de ces Corps dans leurs orbites, & qu'on juge de ce qu'elle est par ces effets ; les phénomenes nous font voir qu'autour du Soleil, & autour de chaque Planete qui a des Satellites, elle est en raison inverse du quarré de la distance au centre de la révolution.

Ces mouvements ne nous donnent pas seulement la loi que suit la pesanteur selon les diverses distances des centres, ils nous mettent en état de comparer les unes avec les autres, les pesanteurs vers différentes Planetes.

Nous connoissons les distances & les temps des révolutions des Planetes; nous connoissons les arcs que chacune parcourt dans un temps donné; nous connoissons les fléches de ces arcs : Or si c'est la pesanteur qui retient les Planetes dans leurs orbites, ces fléches sont les quantités dont elle les fait tomber vers le centre; & dans de petits arcs décrits en même temps par différentes Planetes autour du Soleil, ou par des Satellites autour de leur Planete principale, les pesanteurs vers le Soleil, ou vers les Planetes principales sont proportionnelles aux fléches des arcs décrits. On a donc par-là le rapport de la pesanteur que chaque Planete éprouve dans le lieu où elle est vers le centre autour duquel elle se meut; on a, par exemple, le rapport de la pesanteur de Venus ou de la Terre vers le centre du Soleil, à la pesanteur de la Lune, ou d'un Satellite de Jupiter, ou de Saturne vers le centre de sa révolution : Et comme on sçait que les pesanteurs croissent comme les quarrés des distances diminuënt, on a le rapport de la pesanteur que Venus éprouve là où elle est, vers le centre du Soleil, à la pesanteur qu'elle éprouveroit sur la superficie; on a le rapport de la pesanteur qu'un Satellite éprouve là où il est, vers le centre de sa Planete à la pesanteur qu'il éprouveroit sur la superficie.

XXVI. Tout ce que nous venons de dire de la pesanteur

peut s'appliquer à la force centrifuge d'un corps placé sur l'équateur de quelque Astre qui a une révolution autour de son axe. Les forces centrifuges dans différents Astres sont proportionnelles aux fléches des petits arcs décrits dans le même temps par un point de leur équateur.

Or on sçait par les Théoremes de M. Huygens, que la force centripete ou centrifuge d'un corps qui décrit un cercle est en raison directe du rayon, & en raison inverse du quarré du temps périodique. Si l'on appelle donc la distance d'une Planete au centre du Soleil, ou d'un Satellite au centre de sa Planete $= D$, le temps de sa révolution périodique $= T$, le rayon de l'Astre autour duquel elle fait sa révolution $= R$, la pesanteur qu'elle éprouve vers le centre de la révolution dans le lieu où elle est, sera comme $\frac{D}{TT}$; & cette pesanteur augmentant en s'approchant du centre de la révolution comme le quarré de la distance diminuë, on a la pesanteur que la Planete éprouve dans le lieu où elle est, à la pesanteur qu'elle éprouveroit sur la superficie de l'Astre qui est au centre de sa révolution, comme RR à DD; d'où l'on a pour la pesanteur que la Planete ou tout autre corps éprouveroit sur la superficie de l'Astre central P comme $\frac{D^3}{RRTT}$. Et l'on a par-là les différents poids de corps égaux, placés sur le Soleil, ou sur différentes Planetes.

XXVII. Maintenant la force centrifuge qu'un corps éprouve, placé dans l'équateur d'un Astre, étant en raison directe du rayon de l'Astre, & en raison inverse du quarré du temps périodique de la révolution de l'Astre autour de son axe : si l'on nomme le temps de la révolution autour de l'axe $= G$, on a F comme $\frac{R}{GG}$. D'où l'on tire ce Théoreme général pour le rapport de la pesanteur dans chaque Astre à la force centrifuge sur l'équateur $P : F :: D^3GG : R^3TT$.

Si l'on prend pour la distance moyenne de Venus au Soleil

$D = 15906$ demi-diametres de la Terre; pour le temps de la révolution de Venus autour de lui $T = 224^j\ 7^h$; pour le demi-diametre du Soleil $R = 100$ demi-diametres de la Terre, & pour le temps de la révolution du Soleil autour de ſon axe $G = 25\frac{1}{2}{}^j$, on trouvera $P : F$ ou $D^3GG : R^3TT :: 52016 : 1$, c'eſt-à-dire, la peſanteur ſur la ſurface du Soleil plus de 50000 fois plus grande que la force centrifuge ſur ſon équateur.

Si l'on prend pour la diſtance du 4.me Satellite à Jupiter, $D = 23$ demi-diametres de Jupiter, telle que M. Caſſini l'a trouvée; pour le temps de la révolution de ce Satellite autour de lui $T = 16^j\ 16\frac{8}{15}{}^h$; pour le demi-diametre de Jupiter $R = 1$; & pour le temps de la révolution de Jupiter autour de ſon axe $G = 9^h\ 56'$, on trouvera $P : F :: 7,48 : 1$; c'eſt-à-dire, la peſanteur ſeulement environ $7\frac{1}{2}$ fois plus grande que la force centrifuge ſur l'équateur de Jupiter.

Si l'on prend pour la moyenne diſtance de la Lune à la Terre $D = 60$ demi-diametres de la Terre; pour le temps de la révolution de la Lune autour d'elle $T = 27^j\ 7^h\ 43'$; pour le demi-diametre de la Terre $R = 1$; & pour le temps de la révolution de la Terre autour de ſon axe $G = 23^h\ 56'\ 4''$, on trouvera la peſanteur environ 288 fois plus grande que la force centrifuge ſur l'équateur.

Ce rapport ne differe preſque pas de celui que M. Huygens a trouvé de 289 : 1, & qu'il a déterminé par des principes différents, s'étant ſervi du temps de la chûte des corps, ou, ce qui revient au même, de la longueur du pendule à ſecondes; ſur quoi cependant il eſt facile de commettre quelque erreur.

XXVIII. Pour déterminer maintenant la figure du Soleil, de Jupiter, & de la Terre, il faut reprendre notre équation $2pr^{n+1} - (n+1)fhha^{n-1}rr = (2p - nf - f)a^{n+1}$, ou ſimplement la proportion du diametre de l'équateur à l'axe $CA : CP :: (2p)^{\frac{1}{n+1}} : (2p - nf - f)^{\frac{1}{n+1}}$ qui dans l'hypotheſe

l'hypothese présente de $n = -2$, est $CA : CP :: 2p + f : 2p$, ou $CA - CP : CP :: f : 2p$, ou $CA - CP : CP :: R^3 TT : 2D^3 GG$.

Si donc on prend pour chaque Astre les rapports que nous venons de trouver de la pesanteur à la force centrifuge, on trouvera pour le Soleil $CA - CP : CP :: 1 : 104032$; d'où l'on voit que le diametre de l'équateur du Soleil ne doit pas surpasser l'axe de $\frac{1}{100000}$.e partie, différence bien éloignée d'être perceptible par aucune observation.

Pour Jupiter on a $CA - CP : CP :: 1 : 14,96$, ce qui donne la différence du rayon de l'équateur de Jupiter à son demi-axe, si approchante de celle que M. Cassini le pere a observée de 1 : 15, & qui a été confirmée par M. de la Hire, que cet accord doit paroître singulier dans des choses qui dépendent d'un si grand nombre d'éléments; car l'axe de Jupiter étant presque perpendiculaire au plan de l'Ecliptique, les grandeurs apparentes des deux diametres de son disque doivent être vûës de la Terre dans le même rapport que son axe est au diametre de son équateur.

Hist. de l'Ac. Royale des Sc. an. 1691.

M. Newton considérant Jupiter comme formé d'une matiére uniforme, trouve que la différence du diametre de son équateur & de son axe devroit être à son axe comme $1 : 9\frac{1}{3}$; & comme ce rapport s'éloigne assés de celui que M. Cassini a observé, & même de celui qui résulte des observations de M. Pound, dont les termes moyens feroient le diametre de l'équateur de Jupiter à son axe comme $13\frac{11}{48} : 12\frac{11}{48}$, (ce qui approche bien plus de notre rapport que de celui de M. Newton) M. Newton a recours à une densité inégale dans Jupiter plus grande vers le plan de l'équateur que vers les poles; d'où s'ensuivroit une figure moins applatie que celle que lui avoit d'abord donné sa théorie, & plus approchante de la figure observée.

Enfin pour la Terre on a $CA - CP : CP :: 1 : 576$; d'où résulte que la Terre seroit moins applatie que ne la fait M. Newton, mais un peu plus que ne la fait M. Huygens.

XXX. Quant aux autres Planetes, Mercure, Venus, Mars & Saturne, & toutes les Planetes ſecondaires, nous ne pouvons pas déterminer leur figure par cette théorie, n'ayant pas le rapport de la force centrifuge des parties ſur leur équateur à la peſanteur.

Nous ne connoiſſons point le temps de la révolution de Mercure autour de ſon axe, & cette Planete n'ayant point de Satellites, nous ne connoiſſons point non plus la peſanteur des corps vers elle.

Nous avons bien le temps de la révolution de Venus & de Mars autour de leur axe, ce qui, leurs diametres étant connus, nous donneroit le rapport de la force centrifuge ſur ces Planetes à la force centrifuge ſur la Terre; mais comme elles manquent auſſi de Satellites, nous ne ſçaurions avoir le rapport de la peſanteur qu'y ont les corps, avec la peſanteur qu'ils ont ſur la Terre.

C'eſt le contraire pour Saturne. Nous connoiſſons la peſanteur des corps ſur cette Planete par le mouvement de ſes Satellites; mais comme nous ne ſçavons point le temps de ſa révolution autour de ſon axe, nous ne ſçaurions déterminer la force centrifuge ſur ſon équateur.

Si nous avions par quelque obſervation le rapport du diametre de ſon équateur à ſon axe, nous pourrions déterminer la force centrifuge ſur ſon équateur, & par-là on découvriroit le temps de ſa révolution.

XXXI. Dans le Diſcours ſur la figure des Aſtres, j'ai déterminé la figure que doivent prendre les Anneaux qui ſe peuvent former autour des Planetes, en vertu d'une peſanteur vers le centre, en raiſon de quelque puiſſance au centre, & d'une autre peſanteur encore des parties vers des centres pris dans l'Anneau. Suppoſant, comme dans ce Livre, que $ADPadQA$ ſoit la ſection de l'Anneau faite par un plan perpendiculaire à la révolution qui paſſe par le centre γ. Nommant la peſanteur des parties en A vers le centre de la Planete, π, la peſanteur en A vers un autre point C pris dans l'Anneau p, la force centrifuge en A, f; AC, a; $C\gamma, b$;

CG, r; le ſinus de l'angle DCP, h, pour le rayon 1. Nous avons trouvé pour l'équation de la courbe $ADPadQA$,

$$\frac{\pi (bb + 2bhr + rr)^{\frac{m+1}{2}}}{m+1\,(a+b)^m} + \frac{pr^{n+1}}{(n+1)\,a^n} - \frac{fbhr}{a+b} - \frac{fhhrr}{2(a+b)} = \frac{\pi (a+b)}{m+1} + \frac{pa}{n+1} - \frac{fab}{a+b} - \frac{faa}{2(a+b)},$$

ou, dans le cas préſent, que $p = 0$, & $m = -2$,

$$\frac{\pi (a+b)^2}{\sqrt{(bb+2bhr+rr)}} + \frac{fbhr}{a+b} + \frac{fhhrr}{2(a+b)} = \frac{\pi (a+b)}{1} + \frac{fab}{a+b} + \frac{faa}{2(a+b)}.$$

Cette équation détermine la figure des Anneaux en général dans notre hypotheſe. On a par obſervation la longueur Aa de la coupe de l'Anneau de Saturne, & la diſtance $a\gamma$ du bord le plus proche au centre. Si l'on avoit l'épaiſſeur de l'Anneau par quelque obſervation ſuffiſante, en cherchant dans la courbe $ADPadQA$ ſa plus grande largeur, & la faiſant égale à l'épaiſſeur de l'Anneau, on détermineroit le rapport entre π & f, c'eſt-à-dire, entre la peſanteur & la force centrifuge, & l'on découvriroit par-là le temps de la révolution de l'Anneau autour de Saturne. Au reſte l'épaiſſeur de l'Anneau n'eſt pas tout-à-fait inconnuë, Hevelius la fait de 600 milles d'Allemagne; du moins peut-on ſe flater de la connoître un jour plus exactement, en l'obſervant avec de grandes Lunettes.

Cette révolution de l'Anneau auſſi-bien que celle du corps de Saturne, ſont des choſes ſi éloignées de notre

portée, qu'il semble qu'on ne les pourra découvrir que par des moyens aussi extraordinaires que ceux-ci.

TROISIÉME PARTIE,

Où l'on examine quelques découvertes qu'on a faites dans le Ciel, qui paroissent confirmer cette théorie ; & où l'on tente d'expliquer quelques phénomenes.

XXXII. La loi de la pesanteur, suivant la proportion renversée du quarré de la distance au centre, paroît généralement observée dans tout notre systeme solaire; & si elle a lieu au dedans des corps célestes, comme nous croyons qu'elle l'a au dehors, & comme on peut le croire très-raisonnablement, lorsqu'on ne la regarde pas comme dépendante de l'Attraction des parties de la matiére, j'ai déterminé les figures des Astres de notre systeme solaire, dans lesquels nous avons pû connoître le rapport de la force centrifuge à la pesanteur.

Suivant cette loi tous les Astres sont applatis, quoique la Terre & sur-tout le Soleil le soient très-peu, le diametre de l'équateur de la Terre ne surpassant son axe que d'environ $\frac{1}{576}$.e partie; & le diametre de l'équateur du Soleil ne surpassant son axe que de $\frac{1}{104032}$.e partie. Cet applatissement peut diminuer à l'infini selon la petitesse de la force centrifuge, & les Astres toûjours approcher de plus en plus de la figure sphérique. Mais il ne peut pas augmenter sans bornes; le rapport de $CA : CP :: 2p + f : 2p$ nous fait voir qu'il sera le plus grand qu'il soit possible, lorsque le diametre de l'équateur sera à l'axe comme 3 à 2; car la force centrifuge ne sçauroit être plus grande que la pesanteur, autrement l'Astre seroit détruit.

Dans notre systeme solaire, il y a donc un terme à la diversité de figure des Astres, & nous observons que tous ceux qui nous sont connus sont encore fort éloignés d'approcher de ce terme.

XXXIII. Mais dans les autres systemes, autour des Etoiles

fixes, ou des autres Soleils, la même loi de pesanteur s'observe-t-elle ? nous n'avons rien qui puisse nous en assûrer. Dès qu'on ne regarde pas la pesanteur comme dépendante d'une propriété universelle de la matiére, & que sa cause nous est inconnuë, nous ne sçavons plus quelle loi elle peut observer dans d'autres régions de l'Univers.

Une infinité de ces loix donneroient aux Astres des figures beaucoup plus variées que celles que donne la pesanteur en raison inverse du quarré de la distance ; une infinité permettroit des Applatissements sans bornes.

XXXIV. Qu'il y ait des corps célestes d'une autre figure que sphérique, cette idée auroit déplû aux anciens Philosophes dans les temps où l'on manquoit de théorie & d'observations ; la perfection de la figure sphérique, & celle qui doit être dans l'Univers, étoient dans ces temps-là de trop fortes preuves pour qu'on eût osé croire que tous les Astres ne fussent pas des Globes.

Mais dans ces derniers temps, non seulement on a découvert que quelques Planetes de notre systeme solaire n'étoient pas des Globes parfaits. On a porté la vûë jusque dans le ciel des Etoiles fixes, & par le moyen des grandes Lunettes, on a trouvé dans ces régions éloignées des phénomenes qui semblent annoncer une aussi grande variété dans ce genre, qu'on en voit dans tout le reste de la Nature.

XXXV. J'avois expliqué dans le Discours sur la figure des Astres, comment il se pouvoit former dans les Cieux, des Astres fort applatis. Des amas de matiére fluide qui ont un mouvement de révolution autour d'un centre, doivent, selon une infinité de loix de pesanteur, former de ces Astres applatis en forme de Meules, qu'on rangera dans la classe des Soleils ou des Planetes, selon que la matiére qui les forme sera lumineuse par elle-même, ou opaque, & capable de réfléchir la lumiére ; soit que la matiére de ces Meules soit par-tout de même nature, soit que pesant vers quelque Astre d'une nature différente, elle l'inonde de toutes parts, & forme autour un Sphéroïde applati qui renferme l'Astre.

Qu'il y ait dans les Cieux des Amas de matiére lumineuse, ou capables de réfléchir la lumiére, qui forment des Sphéroïdes fort applatis ; outre qu'on en voit la possibilité en général, il semble que quelques découvertes qu'on a faites dans le Ciel nous apprennent qu'il y en a en effet de tels.

XXXVI. On trouve dans les Transactions Philosophiques de la Société Royale de Londres, N.° 428, un Mémoire curieux que M. Derham, Chanoine de Windsor, donna l'année passée : comme il contient des observations nouvelles & singuliéres, & qui doivent être fort exactes par l'habileté de celui qui a observé, & par l'espece & l'excellence du Telescope dont il s'est servi, & qu'il est écrit en Anglois, je crois qu'on sera bien aise que je le rapporte ici ; cela me dispensera de parler des observations à peu-près semblables, dont la premiére fut faite par M. Huygens dans la constellation d'Orion, & de quelques autres faites par M. Halley, qui sont citées dans ce Mémoire.

XXXVII. » Ayant l'Automne dernier, fait quelques » observations sûres sur ces apparences célestes qu'on appelle » *E'toiles nébuleuses,* avec mon Telescope catoptrique de 8 pieds, » je crois à propos d'en rendre compte à cette illustre Société, » afin d'exciter les autres à les observer davantage, parce que » je les crois beaucoup plus dignes de la recherche des Curieux » qu'on ne l'a imaginé jusqu'ici, & parce que je crains de ne » pouvoir poursuivre beaucoup plus loin mes observations, » mon miroir commençant à perdre son excellence & son » grand effet, & commençant à se ternir.

» Mais si quelqu'un veut bien voir ces Nébuleuses, il faut » absolument qu'il se serve d'excellents verres, autrement il » perdra sa peine, comme je l'ai appris par mon expérience.

» On a donné à ces apparences célestes le nom d'*E'toiles* » *nébuleuses ;* mais elles ne sont ni des E'toiles, ni des corps » qui répandent la lumiére & qui la réfléchissent, comme » sont le Soleil, la Lune & les E'toiles ; & elles ne sont pas » non plus des amas d'E'toiles, comme la *Voye lactée ;* mais ce » sont des Aires blancheâtres semblables à des amas de vapeurs » Nébuleuses, d'où elles tirent leur nom.

Il y en a plusieurs dispersées dans diverses parties du Ciel. «
Leur catalogue (que j'ai transcrit du Prodrome d'Astronomie «
d'Hevelius) peut être utile à ceux qui ont dessein de faire «
cette recherche. «

Les lieux des Nébuleuses. «

LIEUX DES NEBULEUSES.	Leur ascension droite pour l'an 1660.	Leur déclinaison pour l'an 1660.
Dans la ceinture d'Andromede.......	6ᵈ 4′ 45″	39ᵈ 27′ 57″ N.
Dans le front du Capricorne.........	300 2 53	20 1 53 S.
Une autre précédant l'œil du Capricorne.	301 59 55	19 11 30 S.
Une autre qui le suit..............	302 35 9	19 36 0 S.
Une au-dessus de celles-là, qui joint l'œil du Capricorne..............	302 25 31	18 48 58 S.
Celle qui précéde au dessus de la queuë du Cygne, & la derniére de son pied...	304 54 8	47 54 20 N.
Une qui est après une Etoile au-dessus de la queuë du Cygne, hors de la Constellation...................	312 10 5	53 5 20 N.
Au dehors du pied gauche d'Hercule...	264 52 46	48 9 10 N.
Dans la jambe gauche d'Hercule......	265 38 37	38 5 50 N.
Sur le sommet de la tête d'Hercule....	252 24 3	13 18 37 N.
A l'oreille de Pegase................	332 38 45	3 3 12 N.
Au bord occidental du bouclier de Sobieski.	272 32 34	14 23 35 S.
Sur le fleau de la Balance...........	219 26 15	9 16 27 S.
Au-dessus du dos de la grande Ourse...	183 32 41	60 20 33 N.
Sur la troisiéme jointure de la queuë du Scorpion.......................	12 43 00 ♐ long.	19 1 0 S. lat.
Entre la queuë du Scorpion, & l'arc du Sagittaire......................	24 32 00 ♐ long.	11 25 0 S. lat.

Outre celles-là, le Docteur Halley a fait mention d'une « *Phil. Transf. N.° 347.*
dans l'épée d'Orion ; d'une autre dans le Sagittaire ; d'une «
troisiéme dans le Centaure (qu'on n'a jamais vûë en Angleterre) ; «
d'une quatriéme qui précéde le pied droit d'Antinoüs ; d'une «

» cinquiéme dans Hercule, & de celle de la ceinture d'An-
» dromede.

» J'en ai observé cinq de ces six avec mon excellent Te-
» lescope catoptrique de 8 pieds, & elles m'ont toutes paru
» des phénomenes fort semblables; excepté celle qui précéde
» le pied droit d'Antinoüs, qui n'est pas une Nébuleuse, mais
» un amas d'Etoiles, & quelque chose de semblable à ce qui
» est dans la *Voye lactée.*

» Entre les quatre autres, je ne trouve point de différence
» essentielle, si ce n'est que les unes sont plus rondes, les autres
» d'une forme plus ovale, sans qu'il y ait dedans aucune Etoile
» fixe qui produise leur lumiére. Seulement dans celle d'Orion
» il se trouve quelques Etoiles qu'on ne voit qu'avec le Te-
» lescope, mais qui ne sont point capables de causer la lumiére
» de cette Nébuleuse. Ces Etoiles cependant m'ont servi à
» appercevoir d'abord que la distance de la Nébuleuse étoit
» plus grande que celle des Etoiles fixes, & à faire la même
» recherche sur les autres. J'ai pû visiblement & pleinement
» discerner que chacune d'elles est à une distance immense au
» de-là des Etoiles fixes qui paroissent auprès, soit de celles
» qu'on apperçoit à la simple vûë, soit de celles qu'on ne
» voit qu'avec le Telescope. Elles paroissent même être aussi
» loin par de-là les Etoiles fixes, qu'aucune de ces Etoiles est
» éloignée de la Terre. . . . .

» Et maintenant, par ce que je viens de rapporter de bonnes
» & fréquentes observations des Nébuleuses, je conclus cer-
» tainement qu'elles ne sont point des corps lumineux qui
» nous envoyent leur lumiére comme le Soleil & la Lune;
» qu'elles ne sont point aussi la lumiére combinée de quelques
» amas d'Etoiles comme la Voye lactée : mais je les regarde
» comme *de vastes Aires,* ou *régions de lumiére, infailliblement par
» de-là les Etoiles fixes, & qui ne renferment point d'Etoiles.*

» Je dis *des Régions*, entendant par-là des espaces d'une
» étenduë assés vaste, pour nous paroître de quelque grandeur,
» à une aussi grande distance qu'ils sont de nous.

» Et puisque ces espaces sont vuides d'Etoiles, & que
dans

dans Orion les Etoiles ont une très-petite proportion à sa « Nébuleuse, & que visiblement elles ne la peuvent causer, je « laisse à la grande sagacité & pénétration de cette illustre « Société, à juger si ces Nébuleuses sont des espaces particu- « liers de lumiére, ou plûtôt s'ils ne peuvent pas fort proba- « blement être des vuides ou des ouvertures à une région « immense de lumiére par de-là les Etoiles fixes; parce que je « trouve que dans tous les temps il y a eu plusieurs Sçavants « dans cette opinion (je puis ajoûter les Théologiens aux « Philosophes) qui jusqu'ici se sont accordés à penser qu'il y « a une région par de-là les Etoiles fixes. Ceux qui ont ima- « giné des Cristallins ou des Orbes solides, ont crû qu'il y a « un *Ciel empyrée* au de-là d'eux, & le *premier mobile :* & ceux « qui n'admettoient point ces Orbes, mais qui pensoient que « les corps célestes flottoient dans l'Air, imaginoient que la « région des Etoiles n'étoit point l'extrémité de l'Univers, « mais qu'il y avoit une région au de-là d'elle qu'ils ont « appellé la *troisiéme Région* & le *troisiéme Ciel*. «

Pour finir, il faut remarquer que dans les Nébuleuses « d'Hevelius, quelques-unes semblent être plus grandes & « plus remarquables que les autres : mais si elles le sont réel- « lement ou non, je confesse que je n'ai pas eu la commo- « dité de l'observer, excepté celle de la ceinture d'Andromede « qui est aussi considérable qu'aucune que j'aye vûë. Dans ses « Cartes, les constellations les plus remarquables sont les trois « vers l'œil du Capricorne, celle dans le pied d'Hercule, celle « dans le troisiéme nœud de la queuë du Scorpion, & celle « entre la queuë du Scorpion & l'arc du Sagittaire. Mais si « quelqu'un désire de bien voir ces Nébuleuses, ou quelques- « unes des autres, il faut absolument qu'il fasse usage d'excel- « lents Verres, autrement il perdroit sa peine, comme je l'ai « moi-même éprouvé, & comme je l'ai déja dit. «

XXXVIII. Je suis fort éloigné de révoquer en doute les observations de M. Derham, je les regarde comme les plus sûres, mais mes idées sont fort différentes des siennes sur la nature des phénomenes qu'il a observés.

Toutes ses observations font voir que si quelques Nébuleuses ne sont que des Amas d'Etoiles semblables à celles de la Voye lactée, dont la lumiére confonduë cause ces apparences, les autres Nébuleuses paroissent de grands espaces lumineux dont les uns sont ronds, les autres ovales. Des cinq Nébuleuses que M. Derham a observées, quatre étoient des phénomenes de cette derniére espece.

XXXIX. J'ai expliqué comment il pouvoit y avoir dans les Cieux des Masses de matiére soit lumineuse, soit réfléchissant la lumiére, dont les formes fussent des Sphéroïdes de toute espece, les uns approchants de la sphéricité, les autres fort applatis. De tels Astres doivent causer des apparences semblables à celles qu'a observées M. Derham. Ceux qui approchent de la sphéricité seront vûs comme des espaces circulaires, quelqu'angle que fasse l'axe de leur révolution avec le plan de l'Ecliptique; les autres, dont la figure est applatie, doivent paroître des espaces circulaires ou ovales, selon la maniére dont le plan de leur équateur se présente à l'Ecliptique. Ils peuvent même nous présenter des figures plus irréguliéres, si plusieurs de ces Masses, diversement inclinées & placées à différentes distances, ont quelques-unes de leurs parties dans une ligne droite qui passe par la Terre.

XL. Quant à la matiére dont sont formées ces Masses, il n'est guere permis de prononcer si elle est aussi lumineuse que celle des Etoiles, & si elles ne brillent moins que parce qu'elles sont plus éloignées.

Si ces Masses sont formées d'une matiére aussi lumineuse que les Etoiles, il faut que leur grosseur soit énorme par rapport à celle des Etoiles, pour que, malgré leur éloignement beaucoup plus grand que celui des Etoiles, que fait voir la diminution de leur lumiére, on les voye au Télescope avec grandeur & figure.

Et si on les suppose d'une grosseur égale à celle des Etoiles fixes, il faut que la matiére qui les forme soit moins lumineuse que celle des Etoiles, & qu'elles soient infiniment plus proches de nous que les Etoiles, pour que nous les

puissions voir au Telescope avec une grandeur sensible. On prétend cependant qu'elles n'ont aucune parallaxe, & c'est un fait qui mérite d'être observé avec soin.

XLI. Mais les Etoiles dont parle M. Derham, qu'on observe dans l'espace lumineux d'Orion, & qu'on observeroit peut-être dans plusieurs autres de ces espaces, ces Etoiles sont-elles au de-là ou en de-çà des corps dont nous parlons?

C'est ce que l'Optique nous apprend que nous ne sçaurions déterminer; & quoique M. Derham prétende qu'il a pû discerner que ces espaces lumineux étoient à une distance immense par de-là ces Fixes, il est sûr que passé un certain éloignement, qui n'est pas considérable, il n'est pas possible de décider sur la distance de deux objets qui n'ont ni l'un ni l'autre de parallaxe, à moins qu'on n'en juge par les diminutions de lumiére ou de couleur. Mais lorsque les degrés de lumiére des deux corps sont inconnus, il n'y a plus aucun moyen de juger lequel de deux objets qu'on voit est le plus éloigné. Si la matiére des Masses est diaphane ou de la même nature que sont les Queuës des Cometes, on pourra voir au travers des Etoiles, quoiqu'elles soient plus éloignées qu'elles.

Malgré toute la considération que j'ai pour M. Derham, & l'autorité des Philosophes & des Théologiens qu'il cite, je ne sçaurois m'empêcher de croire qu'il est plus vrai-semblable que ces espaces lumineux qu'il a découverts sont les Disques de quelques corps célestes, tels que ceux dont j'ai parlé, que de penser que ce soit réellement des trous ou des fenêtres par où l'on voit l'Empyrée.

XLII. Nous avons vû dans la seconde partie que la différence entre l'axe de notre Soleil & le diametre de son équateur étoit si peu considérable, qu'elle étoit fort éloignée de pouvoir nous être sensible. Mais nous avons vû aussi dans la seconde partie & dans celle-ci, que d'autres Soleils pourroient être fort applatis. Toutes ces figures s'accordent aussi-bien avec les loix de la Statique que celle d'un Sphéroïde plus approchant de la Sphere. Il n'y a que la sphéricité parfaite qui ne s'y accorde pas.

XLIII. On ne connoît jufqu'ici la figure des Etoiles fixes par aucune obfervation ; nous ne les voyons que comme des points lumineux dont l'éloignement immenfe nous empêche de difcerner les parties. On peut raifonnablement penfer que dans leur multitude il fe trouve des figures de toute efpece. Qu'il me foit permis de répéter ici une conjecture que j'ai donnée dans le Difcours fur la figure des Aftres, parce qu'elle appartient à cette théorie, qu'elle en eft une fuite néceffaire, que dans l'ouvrage que je viens de citer, elle n'a peut-être pas été affés approfondie, & que je ne penfois pas alors qu'elle dût être fi-tôt utile.

XLIV. Cette conjecture fert à expliquer comment quelques Etoiles ont parû s'allumer dans les Cieux, y durer pendant quelque temps, puis ceffer d'être apperçûës, & comment d'anciennes qu'on appercevoit ont ceffé de luire. Tout le monde fçait la difparition d'une des Pléïades. On obferva du temps de Tycho une nouvelle Etoile qui vint paroître dans la Caffiopée, qui l'emportoit en lumiére fur toutes les Etoiles du Ciel, & qui après avoir duré plus d'un an, difparut. On en avoit vû une dans la même conftellation en 945 fous l'empire d'Othon. Il eft fait mention d'une qui parut encore vers la même région du Ciel en 1264; & ces trois pourroient affés vrai-femblablement n'être que la même.

On obferve dans quelques conftellations, des Etoiles dont la lumiére paroît croître & diminuer alternativement ; il s'en trouve une dans le col de la Baleine qui femble avoir des périodes réglées d'augmentation & de diminution, & qui depuis plufieurs années occupe les obfervateurs. Le Ciel & les temps font remplis de ces phénomenes.

XLV. Je dis maintenant que fi parmi les Etoiles il s'en trouve d'une figure fort applatie, elles nous paroîtront comme feroient des Etoiles fphériques dont le diametre feroit le même que celui de leur équateur, lorfqu'elles nous préfenteront leur face; mais fi elles viennent à changer de fituation par rapport à nous, fi elles nous préfentent leur

tranchant, nous verrons leur lumiére diminuer plus ou moins ſelon la différente maniére dont elles ſe préſenteront, & nous les verrons tout-à-fait s'éteindre, ſi leur applatiſſement & leur diſtance ſont aſſés conſidérables.

De même des Etoiles que leur ſituation nous avoit empêché d'appercevoir, paroîtront, lorſqu'elles prendront une ſituation nouvelle, & ces alternatives ne dépendront que du changement de leur ſituation par rapport à nous.

XLVI. Il ne faut plus qu'expliquer comment il peut arriver du changement dans la ſituation de ces Etoiles applaties.

Tous les Philoſophes d'aujourd'hui regardent chaque Etoile fixe comme un Soleil à peu-près ſemblable au nôtre, qui a vrai-ſemblablement ſes Planetes & ſes Cometes, c'eſt-à-dire, qui a autour de lui des corps qui circulent avec différentes excentricités. Quelqu'une de ces Planetes qui circulent autour d'un Soleil applati, peut avoir une telle excentricité, & ſe trouver ſi près de ſon Soleil dans ſon périhélie, qu'elle dérangera ſa ſituation, ſoit par la peſanteur que chaque Planete porte pour ainſi dire avec elle, ſelon le ſyſteme de M. Newton, qui fait que dès qu'elle paſſe auprès de ſon Soleil, la peſanteur de ſon Soleil vers elle, & la peſanteur d'elle vers lui, ont un effet ſenſible; ſoit par la preſſion qu'une telle Planete cauſeroit alors au fluide qui ſe trouveroit reſſerré entre elle & ſon Soleil, ſelon le ſyſteme des Tourbillons.

XLVII. De quelque cauſe que vienne la peſanteur, on peut aſſûrément ſuppoſer qu'il y a autour de chaque Planete une force qui feroit tomber les corps vers elle comme celle que nous éprouvons ſur nôtre Terre. Une pareille force ſuffit pour changer la ſituation d'un Soleil, lorſqu'une Planete paſſe fort proche de lui, & cette ſituation changera ſelon la maniére dont le plan de l'orbite de la Planete coupera le plan de l'équateur de ſon Soleil.

XLVIII. Le paſſage des Planetes dans leur périhélie auprès des Soleils plats, doit non ſeulement leur faire préſenter des faces différentes de celles qu'ils préſentoient; il peut encore changer abſolument la ſituation de leur centre,

& les déplacer entiérement. Mais on voit assés que quand le centre de ces Soleils seroit avancé ou reculé de la distance d'un ou de plusieurs de leurs diametres, ce changement ne pourroit pas nous être sensible dans des Etoiles dont le diametre ne nous l'est pas. Ainsi quand on auroit observé avec exactitude que le lieu de ces Etoiles sujettes au changement a toûjours été le même dans le Ciel, il n'y auroit rien en cela qui fût contraire à notre théorie. On a prétendu cependant avoir remarqué quelque changement de situation dans quelques-unes.

Les Etoiles dont les alternatives, d'augmentation & de diminution de lumiére, sont plus fréquentes, comme l'Etoile du col de la Baleine, seront environnées de Planetes dont les révolutions seront plus courtes.

L'Etoile de Cassiopée, & celles dont on n'a point observé d'alternatives, ne seront dérangées que par des Planetes dont les révolutions durent plusieurs siécles.

Enfin dans des choses aussi inconnuës que nous le sont les Planetes qui circulent autour de ces Soleils, leurs nombres, leurs excentricités, les temps de leurs révolutions, les combinaisons des effets de plusieurs Planetes, on voit qu'il n'y aura que trop de quoi satisfaire à tous les phénomenes d'apparition & de disparition, d'augmentation & de diminution de lumiére.

QUATRIEME PARTIE,

Où l'on essaye de déterminer les figures des Astres dans le systeme d'une pesanteur dépendante de l'Attraction mutuelle des parties de la matiére les unes vers les autres; & où l'on explique ce qu'a dit M. Newton sur la figure de la Terre.

XLIX. Après avoir déterminé dans les Sections précédentes les figures des Astres en général, & en particulier la figure de la Terre, de Jupiter & du Soleil; en considérant la pesanteur à la maniére de M. Huygens, c'est-à-dire, comme uniforme & vers un centre; & après avoir déterminé

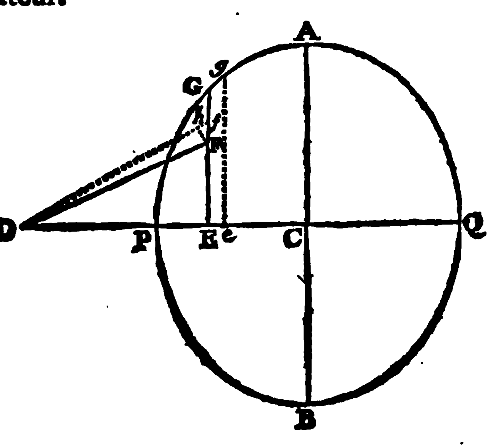
les mêmes choſes dans l'hypotheſe des autres Philoſophes plus modernes qui la conſidérent comme ſe faiſant vers un centre en raiſon inverſe du quarré de la diſtance au centre, ſans la faire dépendre de l'Attraction des parties de la matiére.

Afin de rendre cet ouvrage plus complet, je vais, dans cette quatriéme partie, examiner les figures que doivent avoir les Aſtres dans le ſyſteme de M. Newton, c'eſt-à-dire, ſi leurs figures dépendent de la Tendance mutuelle de leurs parties les unes vers les autres, & ſi la peſanteur que nous éprouvons n'eſt que l'effet de cette Tendance.

Je vais commencer par expliquer ce que M. Newton a donné ſur la figure de la Terre. Il s'eſt contenté de trouver le rapport entre ſon Axe & le Diametre de ſon Equateur, ſans déterminer ſa figure entiére, qu'il a regardée comme ſi elle étoit formée par la révolution d'une Ellipſe autour de ſon petit Axe, & la Terre en effet ne doit pas différer ſenſiblement de cette figure.

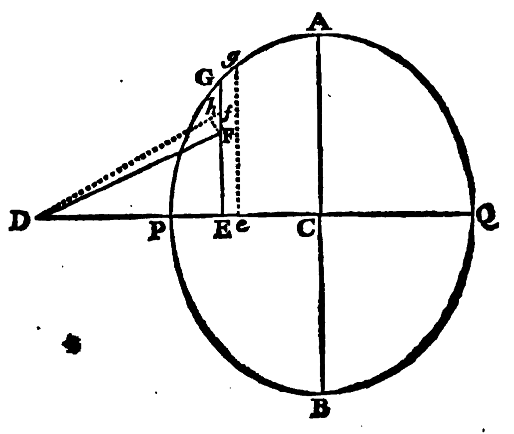
Dès qu'on regarde les parties de la matiére comme s'attirant les unes les autres, la figure d'un Sphéroïde dépend bien de l'Attraction de ſes parties, mais cette Attraction dépend elle-même de la figure qu'a le Sphéroïde, & c'eſt ce qui rend difficile la détermination du rapport de l'Axe au Diametre de l'Equateur.

L. Soit l'Ellipſoïde *APBQ* formé par la révolution de l'Ellipſe autour de ſon petit axe *PQ*.



Soit un Atome ou un très-petit corps placé en *D* ſur l'axe prolongé, & qu'il faille trouver l'Attraction que l'Ellipſoïde applati exerce ſur lui, en ſuppoſant que l'attraction répanduë dans les parties de la

matiére, ſe faſſe en raiſon renverſée du quarré de leur diſtance ?



Ayant tiré d'un point G l'ordonnée GE & l'ordonnée infiniment proche ge, & conçû l'Ellipſoïde compoſé des tranches ou des petits cylindres que terminent ces deux ordonnées pendant la révolution de l'Ellipſe autour de l'axe PQ, je cherche l'Attraction que chacun de ces cylindres exerce ſur le corpuſcule qui eſt en D.

Ayant tiré la ligne DF dans une ſituation quelconque, & la ligne Df infiniment proche, le corpuſcule eſt attiré par le petit anneau formé par la révolution de Ff; & cette attraction eſt en raiſon directe de la ſuperficie attirante, & en raiſon renverſée du quarré de la diſtance, c'eſt-à-dire, comme $\frac{Ff \times EF}{DF^2}$. Mais cette attraction ſe fait ſuivant DF, & on veut l'avoir ſuivant DC; il faut donc multiplier la quantité précédente par $\frac{DE}{DF}$, & l'on aura $\frac{Ff \times EF \times DE}{DF^3}$.

Les Δ ſemblables DEF, Fhf, donnent $Ff : fh :: DF : EF$, ou $Ff = \frac{DF \times fh}{EF}$; & ſubſtituant cette valeur de Ff dans l'attraction du petit anneau, on a $\frac{DE \times fh}{DF^2}$, ou (à cauſe que fh eſt la différentielle de DF) $\frac{DE \times d(DF)}{DF^2}$.

On aura l'attraction du plan circulaire formé par la révolution de l'ordonnée GE, en prenant l'attraction de la multitude des anneaux Ff, c'eſt-à-dire, en intégrant $\frac{DE \times d(DF)}{DF^2}$; en faiſant DE conſtante, ce ſera $1 - \frac{DG}{DF}$.

Faiſant

Faisant donc $DP = e$, $PE = x$, $EG = y$, l'attraction du plan circulaire formé par la révolution de GE sera $1 - \frac{(e+x)}{\sqrt{(\overline{e+x}^2 + yy)}}$.

Si maintenant on appelle le demi-axe de l'Ellipse PC, a; & l'autre demi-axe AC, b, l'équation de l'Ellipse sera $yy = \frac{bb}{aa}(2ax - xx)$; & mettant cette valeur de yy dans l'attraction du plan, on a $1 - \frac{(e+x)}{\sqrt{\overline{e+x}^2 + \frac{bb}{aa}(2ax-xx)}}$ pour l'attraction du plan dans l'Ellipsoïde.

Et multipliant la quantité précédente par Ee ou dx, on a $dx - \frac{(e+x)dx}{\sqrt{\overline{e+x}^2 + \frac{bb}{aa}(2ax-xx)}}$.

Si le corpuscule est placé en P, c'est-à-dire, au pole, la distance e est zero, & l'expression précédente devient $dx - \frac{axdx}{\sqrt{2abbx - (bb-aa)xx}}$, dont l'intégrale donnera l'attraction totale que le corpuscule souffre de l'Ellipsoïde vers C, ou la pesanteur.

Pour intégrer cette quantité, je lui donne cette forme, $dx - \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} \times \frac{xdx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb-aa}x - xx)}}$, ou $dx + \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} \times \frac{\frac{abb}{bb-aa}dx - xdx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb-aa}x - xx)}} - \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} \times \frac{\frac{abb}{bb-aa}dx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb-aa}x - xx)}}$, dont l'intégrale est $x + \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}}\sqrt{(\frac{2abb}{bb-aa}x - xx)} - \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}}\int\frac{abbdx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb-aa}x - xx)}}$; ou (prenant A pour l'arc de cercle dont le rayon $= \frac{abb}{bb-aa}$, & le sinus verse $= x$) on a pour l'intégrale $x + \frac{a}{bb-aa}\sqrt{2abbx - (bb-aa)xx} - \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}}A$.

Cette quantité étant zero, lorſque $x = 0$, il n'y faut rien ajoûter; & lorſque $x = 2a$, elle devient $\frac{2abb}{bb-aa} - \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} Q$, ou par Q j'entends l'arc de cercle, dont le rayon étant $= \frac{abb}{bb-aa}$, le ſinus verſe eſt $= 2a$.

La peſanteur donc qu'éprouvera un corps placé au pole ſur l'Ellipſoïde applati ſera exprimée par cette quantité, & dépendra, comme on voit, des différents rapports qui peuvent être entre l'axe & le diametre de l'équateur.

L I. Cherchons maintenant la peſanteur qu'un corps éprouvera placé à l'extrémité de l'axe de l'Ellipſoïde allongé.

On aura pour la différentielle de l'attraction la même expreſſion qu'on vient de trouver $dx - \frac{axdx}{\sqrt{2abbx + (aa-bb)xx}}$, mais dans laquelle $a > b$.

Pour l'intégrer, je la mets ſous cette forme,

$$dx - \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \times \frac{xdx}{\sqrt{(\frac{2abb}{aa-bb}x + xx)}},$$

ou $dx - \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \times \frac{(\frac{abb}{aa-bb}dx + xdx)}{\sqrt{(\frac{2abb}{aa-bb}x + xx)}} + \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \times \frac{\frac{abb}{aa-bb}dx}{\sqrt{(\frac{2abb}{aa-bb}x + xx)}}$;

dont l'intégrale eſt $x - \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \sqrt{(\frac{2abb}{aa-bb}x + xx)}$

$+ \frac{aabb}{\overline{aa-bb}^{\frac{3}{2}}} l(\frac{abb}{aa-bb} + x + \sqrt{\frac{2abb}{aa-bb}x + xx})$.

Comme cette quantité doit s'évanouir lorſque $x = 0$, on a pour l'intégrale corrigée

$$x - \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \sqrt{(\frac{2abb}{aa-bb}x + xx)} - \frac{aabb}{\overline{aa-bb}^{\frac{3}{2}}} l(\frac{abb}{aa-bb})$$

$$+ \frac{aabb}{\overline{aa-bb}^{\frac{3}{2}}} l(\frac{abb}{aa-bb} + x + \sqrt{\frac{2abb}{aa-bb}x + xx}).$$

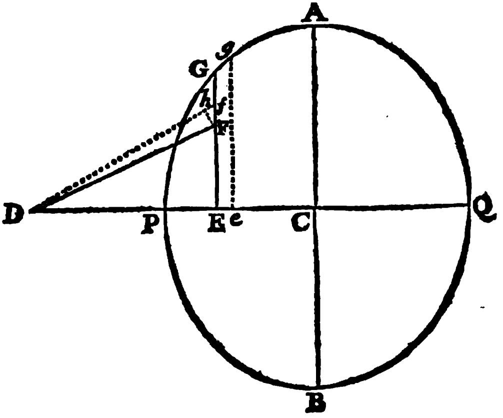
Et lorſque $x = 2a$, elle devient

$$\frac{aabb}{\overline{aa-bb}^{\frac{3}{2}}} l(\frac{2a^3 - abb + 2aa\sqrt{aa-bb}}{abb}) - \frac{2abb}{bb-aa}.$$

On voit par les calculs précédents, que la pesanteur au pole d'un Ellipsoïde applati dépend de la quadrature du cercle, & qu'au pole d'un Ellipsoïde allongé, elle dépend de la quadrature de l'hyperbole.

LII. Au pole d'un Ellipsoïde qui n'est ni allongé ni applati, c'est-à-dire, d'une Sphere, la pesanteur ne dépend ni de la quadrature de l'hyperbole, ni de celle du cercle. En effet, lorsque $a = b$, l'attraction du petit cylindre que nous avons trouvée (art. 50.) $dx - \frac{axdx}{\sqrt{2abbx(-bb+aa)xx}}$ devient $dx - \frac{axdx}{\sqrt{2a^3x}}$, ou $dx - \frac{dx\sqrt{x}}{\sqrt{2a}}$ qui s'intégre facilement, & donne $x - \frac{x\sqrt{2x}}{3\sqrt{a}}$, & pour la pesanteur de la Sphere entiére $2a - \frac{2a\sqrt{4a}}{3\sqrt{a}}$ ou $\frac{2}{3}a$.

LIII. Ayant trouvé les pesanteurs au pole, dans l'Ellipsoïde applati, dans l'Ellipsoïde allongé, & dans la Sphere, on peut facilement comparer ces pesanteurs; & c'est par des calculs semblables que M. Newton a trouvé,



Que si le petit axe de l'Ellipse $PAQB$ étoit au grand, c'est-à-dire, a à b, comme 100 à 101, la pesanteur en P sur l'Ellipsoïde applati, seroit à la pesanteur en P sur la Sphere dont le rayon seroit a ou CP, :: 126 : 125.

Et que la pesanteur en A sur l'Ellipsoïde allongé, seroit à la pesanteur en A sur la Sphere dont le rayon seroit b ou CA :: 125 : 126.

LIV. L'Ellipsoïde applati formé par la révolution de l'Ellipse autour de l'axe PQ représentant la Terre, il faut

maintenant chercher le rapport de la peſanteur au pole P ou Q à la peſanteur en A ſur l'équateur.

LV. La ſolidité de l'Ellipſoïde applati qui repréſente la Terre, eſt moyenne proportionnelle entre la Sphere circonſcrite, dont le rayon eſt CA, & l'Ellipſoïde allongé formé par la révolution de l'Ellipſe autour de l'axe AB.

Car concevant la Sphere circonſcrite, & l'Ellipſoïde formés l'un & l'autre par la révolution du cercle AMR & de l'Ellipſe AGP autour de l'axe AC, diviſés dans leurs petits cylindres formés par la révolution des ordonnées ME, me, GE & ge, ces cylindres dans la Sphere ſeront aux cylindres dans l'Ellipſoïde, comme ME^2 à GE^2; parce que leur hauteur Ee étant la même, ils ſont comme leur baſe; & comme dans l'Ellipſe le rapport de ME^2 à GE^2 eſt un rapport conſtant, & celui de bb à aa, la ſomme de ces cylindres dans la Sphere, eſt à la ſomme dans l'Ellipſoïde allongé $:: bb : aa$, ou $(Spher.) : (Ellipſ.\ all.) :: bb : aa$.

Concevant maintenant la Sphere circonſcrite & l'Ellipſoïde applati formés l'un & l'autre par la révolution du cercle AMR & de l'Ellipſe AGP autour de l'axe PC, diviſés dans leurs petits tuyaux formés par la révolution des ordonnées ME, me, GE, ge, autour de l'axe PC, ces tuyaux dans la Sphere ſeront aux tuyaux dans l'Ellipſoïde applati comme leur longueur ME & GE, parce que leur épaiſſeur Ee & leur rayon CE ſont les mêmes; & comme le rapport de ME à GE eſt conſtant, & celui de b à a, la ſomme des tuyaux dans la Sphere eſt à la ſomme dans l'Ellipſoïde applati $:: b : a$, ou $(Spher.) : (Ell.\ app.) :: b : a$; ou $\overline{(Spher.)}^2 : (Ell.\ app.)^2 :: bb : aa$. Donc $(Spher.) : (Ell.\ all.) :: (Spher.)^2 : (Ell.\ app.)^2$; & $(Ell.\ app.) = \sqrt{(Spher.) \times (Ell.\ all.)}$

LVI. Et comme les pesanteurs qu'un corps éprouve en A, de la Sphere, du Sphéroïde applati & du Sphéroïde allongé peuvent passer pour proportionnelles aux quantités de matiére de ces trois corps ; la pesanteur qu'un corps éprouve de la Terre placé en A sur l'Equateur terrestre est moyenne proportionnelle entre la pesanteur qu'il éprouveroit de la Sphere & du Sphéroïde allongé.

LVII. Nommant donc cette pesanteur qu'un corps éprouveroit sur l'Equateur terrestre............. $= T$.
La pesanteur en P sur le Sphéroïde applati........ $= P$.
La pesanteur en P sur la Sphere dont le rayon est $CP = s$.
La pesanteur en A sur le Sphéroïde allongé....... $= \pi$.
La pesanteur en A sur la Sphere dont le rayon est $CA = S$.

On a par (art. 53.) $P : s :: 126 : 125.$
$\pi : S :: 125 : 126.$

Ou mettant entre les deux termes de cette proportion un moyen proportionnel, on a

$\pi : T :: T : S :: 125 : 125\frac{1}{2}$, ou $:: 125\frac{1}{2} : 126$.

LVIII. De plus la pesanteur qu'un corps éprouve, placé sur la surface de deux Spheres différentes est en raison directe du rayon de ces Spheres (art. 52.) on a donc

$s : S :: 100 : 101.$

LIX. Et joignant ces trois proportions

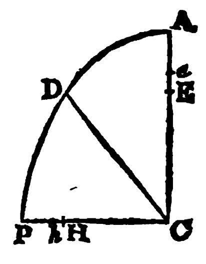
$P : s :: 126 : 125.$
$S : T :: 126 : 125\frac{1}{2}.$
$s : S :: 100 : 101.$

On a $P : T :: 126 \times 126 \times 100 : 125 \times 125\frac{1}{2} \times 101.$
ou $P : T :: 1587600 : 1584437\frac{1}{2}.$
ou $P : T :: 501 : 500.$

C'est-à-dire, que la pesanteur au pole de la Terre est à la pesanteur sous l'Equateur, comme 501 à 500.

LX. M. Newton a démontré (Liv. I. prop. XCI. Coroll. 3.) Que dans un Ellipsoïde, l'Attraction qu'un corps placé sur un diametre éprouve, est en raison directe de sa distance au centre. Cela posé,

Concevant le demi-diametre de l'équateur AC & le demi-axe PC divisés dans un même nombre de parties Ee, Hh, qui seront entr'elles comme le demi-diametre de l'équateur & le demi-axe; puisque la pesanteur au pole est 501, & sur l'équateur 500, la pesanteur P en H sera $P = \frac{501 CH}{CP}$.



De même la pesanteur π en E sera $\pi = \frac{500 CE}{CA}$. Voilà les forces résultantes de l'attraction, qui tirent les parties Hh, Ee, vers le centre.

LXI. Mais la Terre tournant autour de l'axe PC, les parties qui sont dans AC pendant qu'elles sont tirées vers C par la force π, sont repoussées vers A par la force centrifuge que le mouvement de révolution leur donne; & cette force en chaque point E est proportionnelle aussi à sa distance au centre CE.

Si donc cette force en A est f, on a ce qu'elle est en $E = \frac{f \times CE}{CA}$.

Concevant donc PC & CA comme deux colomnes du fluide qui forme la Planete, on aura le poids vers C du petit cylindre Hh; en le multipliant par sa force accélératrice, ce sera $\frac{501 \times CH \times Hh}{CP}$, ou $\frac{501 \times CHd(CH)}{CP}$; & l'on aura le poids vers C du petit cylindre Ee, en le multipliant par sa force accélératrice $\frac{500 CE - f \times CE}{CA}$, ce sera $(\frac{500 - f}{CA}) CEd(CE)$.

LXII. La somme des poids des cylindres Hh sera en intégrant $\frac{501 CH^2}{2 CP}$, & le poids de la colomne entiére PC sera $\frac{501 CP}{2}$.

La somme des poids des cylindres Ee sera $\frac{(500 - f) CE^2}{2 CA}$; & le poids de la colomne entiére AC sera $\frac{(500 - f) CA}{2}$.

Puisque le fluide de la Planete est dans un état permanent, il faut que ces deux colomnes se soûtiennent; c'est-à-dire,

il faut que $\frac{501 \times CP}{2} = \frac{(500-f)\,CA}{2}$; ou (à cause de $CP:CA :: 100:101$) il faut que $501 \times 100 = (500-f) \times 101$; d'où l'on tire $f = \frac{400}{101} = 4$.

Donc dans une Planete qui auroit le diametre de l'équateur à l'axe, comme 101 à 100, & où la force centrifuge de chaque partie seroit à son poids comme 4 à 505, les colomnes seroient en équilibre.

Or dans cette Planete, la force centrifuge qui est $\frac{4}{505}$ du poids, rend chaque partie de la colomne CA plus longue que les parties de la colomne CP de $\frac{1}{100}$, & fait élever le fluide dans l'équateur de $\frac{1}{100}$.e partie du demi-axe PC.

LXIII. Il faut donc dire, en comparant la Terre à cette Planete; si la force centrifuge dans la Planete où elle est la $\frac{4}{505}$.e partie de la pesanteur, fait élever chaque cylindre dans l'équateur de $\frac{1}{100}$, la force centrifuge sur la Terre qu'on sçait être dans la colomne CA la $\frac{1}{289}$.e partie de la pesanteur sera élever chaque cylindre de $\frac{1}{229}$; d'où l'on voit que le diametre de l'équateur sera à l'axe comme 230 à 229. Le demi-diametre moyen de la Terre, selon M. Picard, étant de 19615800 pieds, la Terre sera plus élevée à l'équateur qu'aux poles de 85472 pieds, le demi-diametre de son équateur sera de 19658600 pieds, & son demi-axe de 19573000 pieds.

LXIV. Comparant maintenant les autres Astres avec la Terre; appellant la pesanteur & la force centrifuge sur la Terre, P & F, & sur les Astres π & ϕ; on a pour trouver la différence du demi-diametre de leur équateur à leur demi-axe $\frac{F}{P} : \frac{\phi}{\pi} :: \frac{1}{229}$: cette différence $= \frac{P \times \phi}{229\,\pi \times F}$.

La pesanteur sur la superficie de différentes Planetes étant en raison composée de leur densité & de leur rayon; & les forces centrifuges étant en raison composée de la directe du rayon, & inverse doublée du temps périodique de la révolution autour de l'axe; si l'on nomme sur la Terre la densité $= D$, le rayon $= R$, le temps périodique $= T$; & sur

les autres Planetes δ, ρ, ϑ, on aura la différence du demi-diametre de l'équateur au demi-axe $\frac{P \times \varphi}{229\pi \times F} = D \times R \times \frac{\rho}{\vartheta\vartheta} : 229\, \delta \times \rho \times \frac{R}{TT} = \frac{D \times T \times T}{229 \times \delta \times \vartheta\vartheta}$; d'où l'on voit,

LXV. Que si l'Astre est plus grand ou plus petit que la Terre, & que sa densité & le temps de sa révolution soient les mêmes, la figure de l'Astre est la même que celle de la Terre.

Mais si le temps de la révolution n'est pas le même, la différence du diametre de l'équateur à l'axe changera en raison inverse du quarré des temps.

Enfin, si la densité augmente ou diminuë, la différence du diametre de l'équateur à l'axe augmentera ou diminuëra en raison inverse de l'augmentation ou de la diminution de la densité.

LXVI. On peut par-là facilement comparer les figures de la Terre, de Jupiter, & du Soleil. Car le temps de la révolution de la Terre autour de son axe étant de $23^h\ 56'\ 4''$, & celui de Jupiter de $9^h\ 56'$, on a $TT : \vartheta\vartheta$ à peu-près :: 29 : 5, & la densité de la Terre étant (selon ce qu'a trouvé M. Newton, Prop. VIII. Liv. III.) à la densité de Jupiter, ou $D : \delta$ :: 400 : $94\frac{1}{2}$, on a la différence entre le diametre de l'équateur de Jupiter & son axe, à son axe, :: $\frac{29}{5} \times \frac{400}{94\frac{1}{2}} \times \frac{1}{229}$: 1 ; ou à très-peu-près :: 1 : $9\frac{1}{3}$.

Comme cette différence est beaucoup plus grande que celle qui résulte des observations de M. Cassini, & que celle qui résulte des observations de M. Pound, M. Newton conjecture que Jupiter est plus dense vers le plan de son équateur que vers les poles. Cet excès de densité feroit que la colomne qui est dans le plan de l'équateur, pour être en équilibre avec celle qui répond au pole, doit être plus courte que cette Théorie ne la détermine, & par conséquent le diametre de l'équateur différeroit moins de l'axe, & son rapport à l'axe approcheroit plus du rapport observé.

LXVII.

LXVII. Pour trouver la différence dont le diametre de l'équateur du Soleil ſurpaſſe l'axe; le temps de la révolution du Soleil autour de l'axe étant de $25\frac{1}{2}$j, on a $TT : \vartheta\vartheta :: 1 : 650\frac{1}{4}$, & la denſité de la Terre étant à la denſité du Soleil (Prop. VIII. Liv. III.) ou $D : \delta :: 4 : 1$, on aura la différence entre le diametre de l'équateur du Soleil & ſon axe, à ſon axe, $:: \frac{1}{650\frac{1}{4}} \times 4 \times \frac{1}{229} : 1$; ou $:: 1 : 37226$, différence beaucoup plus grande que celle qui réſulte de l'hipotheſe de la peſanteur vers le centre en raiſon renverſée du quarré de la diſtance, mais cependant imperceptible à toute obſervation.

LXVIII. Je reviens à la figure de la Terre. Il ſuit de l'équilibre qui eſt entre les colomnes, que prenant des parties ſemblables de ces colomnes en A & en P, ces parties peſent également. Pour cela, il faut que la force qui anime celle qui eſt en A vers C, que j'appelle *la peſanteur réduite*, ſoit à la peſanteur de celle qui eſt en P, comme la partie de la colomne qui eſt en P, eſt à la partie de la colomne qui eſt en A, ou comme CP à CA; & c'eſt la même choſe pour les colomnes obliques CD.

LXIX. D'où l'on voit que les différents poids d'un même corps, dans différentes régions de la Terre, ſont en raiſon inverſe des longueurs des colomnes, ou des diſtances au centre de la Terre.

Si donc on avoit avec aſſés d'exactitude le rapport des différents poids d'une même quantité de matiére aux différentes latitudes (ce qu'on peut avoir par les longueurs des Pendules iſochrones, ou par le retardement des Pendules de même longueur vers l'Equateur) on détermineroit les longueurs de toutes les colomnes pour quelque angle qu'elles faſſent avec l'axe, c'eſt-à-dire, la figure entiére de la Terre, & c'eſt la ſeule maniére dont M. Gregori la détermine.

Et ſi la figure de la Terre eſt donnée, on peut par elle

proportion), on auroit la pesanteur en $H = [ab]\frac{CH}{CP}$; & la force qui tire Ee vers $C, = \frac{(ab)\times CE - f\times CE}{CA}$; & pour les poids vers C des petits cylindres $[ab]\frac{CH\times d(CH)}{CP}$, & $((ab) - f)\times\frac{CE\times d(CE)}{CA}$. Et puisque les deux colomnes CP & CA sont en équilibre, $\frac{[ab]}{CP}\int CH\times d(CH) = (\frac{(ab)-f}{CA})\int CE\times d(CE)$, ou $[ab]\times CP = ((ab) - f)\times CA$. Mettant dans cette équation, a pour CP, & b pour CA, on aura $a[ab] = b((ab) - f)$; & f étant donnée, cette équation déterminera la relation entre a & b, c'est-à-dire, le rapport entre l'axe & le diametre de l'équateur.



ESSAI D'ANALISE DES PLANTES.

Par M. BOULDUC.

QUOIQU'UN habile Chimiste de cette Académie se soit occupé pendant plusieurs années à l'analise des Plantes, & ait essayé par-là de découvrir, si par la recherche de la différente proportion de leurs principes on pourroit juger de leurs différentes propriétés; après en avoir analisé un très-grand nombre avec toute l'exactitude & la précision possible, on ne s'est assûré, comme le dit feu M. Homberg, dans un Mémoire donné à l'Académie, d'autre chose, sinon que cette voye que l'on avoit cru la seule de sûre pour y parvenir, y étoit entiérement inutile, & qu'il falloit l'abandonner, puisque le produit des Plantes les plus salutaires ne différoit pas, ou de peu de choses, du produit de celles qui étoient les plus venimeuses, le feu que l'on étoit obligé d'employer pour ces analises changeant entiérement & dénaturant leurs principes, en sorte qu'ils n'étoient plus qu'en partie des créatures du feu, & non pas les principes que la Nature avoit employés à leur composition. 30 Janvier 1734.

Le peu de réussite de ces analises m'a fait imaginer, qu'en examinant non seulement les Plantes dans leur entier, ou leur marc, mais aussi les sucs ou les décoctions de ces mêmes Plantes, on pourroit peut-être rencontrer dans l'examen de leurs sels essentiels ce que l'analise connuë & usitée avoit refusé. Dans cette idée, j'ai commencé par examiner une seule Plante fort employée dans la Médecine, qui est la *Bourache.*

J'ai donc pris une bonne quantité de décoction de Bourache, que j'ai séparée en trois parties égales. J'ai fait

évaporer la premiére jusqu'à pellicule, ou en consistence de sirop; elle étoit d'une couleur fort noire, étant chargée de beaucoup de parties huileuses, en sorte que l'ayant laissée en repos dans le temps chaud, elle se couvrit en peu de jours d'une peau assés épaisse, laquelle étoit recouverte de moisissure. Ayant enlevé cette peau, je trouvai au dessous une assés bonne quantité de cristaux en aiguilles fines & déliées, confondus avec un grand nombre d'autres petits cristaux salins, assés irréguliers pour ne pouvoir en déterminer la figure, le tout nageant dans une portion de liquide gras ou sirupeux. Je détachai quelques-uns de ces cristaux longuets & en aiguilles, & les ayant mis sur une pelle rougie, ils s'y enflammerent comme auroit fait le Salpêtre mêlé avec quelque corps gras ou sulphureux; & en effet ce Salpêtre avoit encore un enduit de la partie grasse de cette décoction. Cette observation avoit déja été annoncée par M. Lémery, qui a cité là-dessus M. de Ressons. Voilà donc l'Acide nitreux démontré dans cette Plante, & de plus *le Nitre* y est dans tout son entier, puisque quand j'ai versé de l'huile de Tartre sur ce nouveau Nitre dissous, elle n'en a rien précipité, comme elle l'auroit fait si l'acide nitreux avoit eu pour base une simple matiére terreuse.

J'ai pris la deuxiéme portion de ma décoction que j'ai passée sur de la Chaux vive, afin de la dégraisser, ensuite de quoi je l'ai fait évaporer à lente chaleur, & jusqu'à une légere pellicule, & l'ayant laissée en repos pendant plusieurs jours, j'y ai trouvé des cristaux en aiguilles, plus distincts, mieux formés & moins roux que ceux de la premiére portion, ils étoient vrayement nitreux; & au dessous de ces cristaux longuets j'ai trouvé une bonne quantité de cristaux cubiques que je n'eus point de peine à reconnoître pour des cristaux de *Sel marin*.

J'ai pris de ces cristaux en aiguilles, que j'ai mis sur le charbon allumé, & qui y ont fusé comme ceux de la premiére portion de ma décoction: & pour ceux qui étoient

de figure cubique, outre qu'ils décrépitoient au feu sans s'y enflammer, c'est qu'en ayant fait fondre dans de l'eau, & ayant versé cette dissolution sur celle d'argent faite par l'esprit de Nitre, il s'y faisoit sur le champ un caillé blanc, lequel amassé, lavé & exposé au feu, se changeoit en argent corné, transparent, & se coupant au coûteau.

Voilà donc l'Acide nitreux & l'Acide du Sel commun, ou plûtôt le *Salpêtre* & le *Sel marin* bien avérés dans la même Plante.

J'ai enfin pris la troisiéme portion de ma décoction de Bourache que j'ai passée sur des cendres de bois neuf, & l'ayant fait évaporer de même que les deux premiéres, & l'ayant laissée en repos quelques jours, j'y ai trouvé plus de Nitre que dans les deux précédentes portions, plus blanc ou moins roussâtre. Il y a toute apparence, que cette plus grande quantité de Nitre qui se trouve dans cette troisiéme portion, vient de ce qu'une partie d'acide nitreux n'ayant été unie, ou qu'avec une portion de simple terre, ou qu'avec la matiére grasse qui est abondante dans cette Plante, rencontrant dans la lessive le sel alkali fixe des cendres, s'y joint, & se corporifie avec lui, ce qui augmente le produit du Salpêtre.

J'ai dit, que j'avois enlevé de dessus la premiére portion de la décoction de la Plante évaporée, & qui n'avoit point été passée ni sur les cendres ni sur la chaux, une peau grasse & couverte de moisissure, laquelle desséchée au feu & mise en charbon, s'y enflammoit de même que si j'eusse mis dans un creuset au feu du Nitre mêlé de la poudre de charbon ordinaire, parce que cette peau grasse en retenoit encore, n'ayant pas permis au Nitre de s'en débarasser entiérement.

Après ces premiéres expériences faites sur la décoction de la Bourache, j'ai voulu voir ce que le Marc ou la Plante entiére brûlée me donneroit de plus en sel. J'en ai donc séché à l'ombre, je l'ai ensuite fait brûler dans un pot de grès à petit feu, & le vaisseau couvert elle s'y est convertie

en charbon, que j'ai après calciné à feu ouvert pour le réduire en cendres, & pour en faire une lessive, avec laquelle j'ai voulu faire quelques expériences avant que de l'évaporer pour en retirer les sels qu'elle pourroit contenir; & persuadé que le sel alkali n'y manqueroit pas, les cendres des Plantes en fournissant ordinairement, j'ai mêlé la lessive avec du sirop violat, qu'elle n'a que très-légerement & même à peine verdi; de plus cette couleur verte n'a point tenu, & le sirop a repris sa premiére couleur en très-peu de temps, ce qui m'a fait juger, ou que le sel alkali s'y trouvoit en très-petite quantité, ou qu'il y étoit confondu & embarassé avec d'autres sels qui s'opposoient à son effet sur le sirop violat, & l'événement m'en a éclairci; car en faisant évaporer cette lessive jusqu'à pellicule, & la laissant ensuite en repos dans un lieu frais, je n'ai point tardé d'y appercevoir des cristaux de *Tartre vitriolé* très-distincts, très-bien figurés, & de toutes les propriétés qui caractérisent ce sel; j'ai retiré la liqueur qui surnageoit, & l'ayant de nouveau laissé un peu évaporer, j'y ai trouvé une autre portion du même sel, dont les cristaux étoient moins gros que les premiers, mais dans leur petitesse bien connoissables pour être le même sel à tous égards.

J'ai ensuite continué d'évaporer la lessive jusqu'à environ la diminution de la moitié, & l'ayant laissée en repos, j'y ai trouvé au bout de quelque temps des cristaux cubiques, lesquels, bien examinés, sont un vrai Sel marin qui s'étoit conservé malgré la forte calcination; le reste de la lessive a alors changé le sirop violat dans un beau verd d'émeraude qui a duré, & ne s'est point perdu, comme j'ai dit que cela étoit arrivé à cette même lessive avant qu'elle eut été concentrée & privée des deux sels moyens dont je viens de parler.

Je crois donc pouvoir dire avec certitude, que la Bourache peut fournir quatre sels différents; sçavoir, le Salpêtre, le Sel marin, le Tartre vitriolé, & enfin un Sel alkali fixe;

&

& ce qui, à mon ſens, eſt une choſe particuliére, c'eſt de voir que les trois Acides minéraux ſe trouvent en même temps dans une même Plante.

Je ne penſe pas que le Tartre vitriolé ſoit formellement dans cette Plante : on ne peut pourtant pas douter que l'acide vitriolique n'y exiſte ; mais comme il étoit enveloppé avant la calcination de la matiére graſſe qui y eſt abondante, il n'étoit pas aiſé de le connoître : cette matiére graſſe au contraire ayant été diſſipée par le feu, & l'acide vitriolique devenu libre, rencontrant le ſel alkali que la Plante fournit, ou le Nitre fixé qui reſte après la déflagration, il s'y unit, dont il réſulte le Tartre vitriolé, de la même façon que du mêlange d'un ſel alkali & du ſoufre commun, il ſe forme un Tartre vitriolé après que l'on a chaſſé par la calcination la partie inflammable du ſoufre.

Il ne ſera pas hors de propos de dire ici, à l'occaſion du Tartre vitriolé, qu'il y a déja long-temps qu'en travaillant avec M. Groſſe ſur la Potaſſe, que l'on a communément regardée comme un ſel alkali, nous y trouvâmes une bonne quantité de vrai Tartre vitriolé, & depuis nous avons vû que ce fait avoit déja été annoncé par Cardilucius ; cependant cela nous a rendus attentifs à ne pas négliger l'examen des Cendres de différentes Plantes, & je puis aſſûrer qu'en faiſant les ſels alkalis fixes, & quelquefois ſeulement à ce deſſein, nous avons retiré, des cendres de différentes Plantes ameres & aromatiques, un vrai Tartre vitriolé, ce qui peut du moins confirmer, que l'acide vitriolique, quoique le plus fixe des acides minéraux, ne laiſſe pas de s'élever, &, ſelon toute apparence, de ſe trouver dans un plus grand nombre de Plantes qu'on ne l'a penſé juſqu'ici. Je conjecture de plus qu'il ſe trouve peu de ſels fixes tirés des Plantes, qui ſoient purement alkalis, & cela après en avoir fait & examiné un grand nombre : il n'y a que le ſel de Tartre qui me paroiſſe être le plus parfait alkali, n'y ayant pû reconnoître juſqu'ici aucun mêlange d'autres ſels.

J'ajoûterai encore qu'il n'y a point d'apparence, que d'autres Plantes qui paroiſſent avoir du nitreux en général, comme ſont la Poirée, le Chardon-benit, le Cerfeuil, le Concombre ſauvage, la Pariétaire, & d'autres ne puſſent également fournir les quatre Sels dont j'ai parlé, ſi on les traitoit ſuivant les mêmes procédés que j'ai expoſés.

Après l'examen de la Bourache, reconnuë dans la Médecine pour une Plante ſalutaire, mon deſſein ſeroit d'en examiner, ſuivant les mêmes procédés, une ou pluſieurs de celles qui ſont regardées comme venimeuſes ; & ſi de ce travail on peut tirer quelques lumiéres, quand ce ne ſeroit que pour la Phyſique, je le continuërai.



DE L'INCLINAISON DU PLAN DE L'ECLIPTIQUE ET DE L'ORBITE DES PLANETES

Par rapport à l'Equateur de la Révolution du Soleil autour de son Axe.

Par M. CASSINI.

JUSQU'A présent les Astronomes ont déterminé l'inclinaison de l'Orbite des Planetes, la situation & le mouvement de leurs Nœuds par rapport à l'Ecliptique, que le Soleil, dans les Systemes de Ptolémée & de Tycho, décrit autour de la Terre par son mouvement propre de l'Occident vers l'Orient, & que la Terre au contraire, dans le systeme de Copernic, décrit dans le même sens autour du Soleil par sa révolution annuelle; parce que dans l'une ou l'autre de ces hypotheses, le Soleil & la Terre étant tous les deux sur le plan de l'Ecliptique, il est nécessaire d'y rapporter le lieu des Planetes qui sont tantôt au dessus ou au dessous de ce plan. 3 Avril 1734.

On a pour cet effet choisi principalemeut les temps où les Planetes se rencontroient près du plan de l'Ecliptique sans aucune latitude sensible; car calculant pour lors leur vrai lieu, vû du Soleil, on a eu le vrai lieu du Nœud de ces Planetes à l'égard du Soleil, lequel dans les systemes de Tycho & de Copernic est au foyer des Planetes principales qui sont les seules que nous considérons dans ce Mémoire, la Lune n'étant, suivant l'opinion de la plûpart des Astronomes & Philosophes, qu'une Planete du second ordre qui fait sa révolution autour de la Terre, & doit être assujettie à d'autres loix dans ses mouvements.

Le vrai lieu du Nœud des Planetes sur l'Ecliptique à

l'égard du Soleil étant connu, on a cherché le temps où ces Planetes, vûës du Soleil, devoient être à la distance de 90 de ces Nœuds, & observant pour lors leurs latitudes vûës de la Terre, on les a réduites à leurs latitudes vûës du Soleil, qui mesurent alors l'inclinaison de leurs Orbites à l'égard du plan de l'Ecliptique.

Enfin, comme on s'est apperçû, par la comparaison des Observations anciennes avec les modernes, que les Nœuds des Planetes & les termes de leurs plus grandes latitudes ne répondoient pas toûjours aux mêmes degrés de l'Ecliptique, on a comparé la situation de ces Nœuds observée en divers temps les plus éloignés les uns des autres qu'il a été possible, & on en a déduit la quantité de leurs mouvements, dont les Astronomes ne sont pas bien d'accord ensemble, tant à cause de la lenteur de ce mouvement, qu'à cause du défaut d'exactitude dans les Observations anciennes que l'on employe pour les déterminer.

L'on suppose pour cette recherche, en premier lieu, que les Orbites des Planetes conservent toûjours la même inclinaison à l'égard du plan de l'Ecliptique qu'elles coupent en des points diamétralement opposés. En second lieu, que ces points d'intersection ou Nœuds s'avançent suivant la suite des Signes uniformément, c'est-à-dire, dans la proportion des temps qui se sont écoulés entre les observations.

Ces deux suppositions doivent être admises dans le systeme de Tycho, parce que dans cette hypothese les Planetes principales faisant leur révolution autour du Soleil, pendant que cet astre tourne autour de la Terre sur le plan de l'Ecliptique, ce plan auquel se rapporte le mouvement de tous les corps célestes, doit être considéré comme fixe & immobile.

Il ne paroît pas qu'il en soit de même dans le systeme de Copernic. Le Soleil y est placé au centre du Monde, & c'est autour de cet astre que toutes les Planetes du premier ordre, y compris la Terre, font leurs révolutions suivant une regle constante observée par Képler entre leurs distances & la quantité de leurs mouvements; de sorte que dans cette

hypothese, l'Ecliptique n'est que l'Orbite de la Terre qui se trouve inclinée diversement aux Orbites des autres Planetes, sans qu'on voye plus de raison pour faire mouvoir les Orbites des autres Planetes autour de la Terre, que l'Orbite de la Terre autour de celle d'une autre Planete ou d'un plan quelconque pris à volonté.

Il doit cependant résulter de ces divers mouvements des apparences bien différentes ; car si au lieu de supposer que les Orbites des Planetes se meuvent autour du plan de l'Ecliptique avec des degrés égaux de vîtesse & une inclinaison constante, comme on l'a fait jusqu'à présent, on leur attribuë un mouvement uniforme autour d'un autre plan à l'égard duquel elles conservent une même inclinaison, on appercevra des inégalités dans le mouvement de leurs Nœuds sur l'Ecliptique, de même que des variations dans les inclinaisons de leurs Orbites.

Comme par les raisons que nous venons d'exposer, il n'y a rien qui doive faire préférer l'Orbite d'une Planete à celle d'une autre pour y rapporter leurs mouvements, il paroît qu'il est plus convenable de les considérer toutes, sans en excepter l'Orbite de la Terre par rapport à l'Equateur de la révolution du Soleil autour de son axe, que l'on peut avec beaucoup de vrai-semblance regarder comme le principe de la direction du mouvement des Planetes.

Nous nous conformons en cela au sentiment de Képler, qui, quoique la révolution du Soleil autour de son axe ne fût pas encore connuë, ne laissa pas de juger que cet astre tournoit autour d'un axe qui lui étoit particulier, & qu'à distance égale des deux poles du Soleil il y avoit une Ecliptique fixe à l'égard de laquelle les Orbites des Planetes, y compris celle de la Terre, étoient inclinées, & avoient chacune un mouvement particulier.

La révolution du Soleil autour de son axe, les Nœuds de son équateur avec l'Ecliptique & son inclinaison que Képler avoit déduits de diverses conjectures, & qu'il n'avoit déterminés qu'imparfaitement, étant présentement connus

depuis la découverte des Taches dans le Soleil, nous sommes plus en état que lui d'examiner ce qui doit résulter du mouvement de l'Orbite de la Terre autour de l'Ecliptique.

Par l'observation assiduë des Taches du Soleil, on a remarqué qu'elles paroissoient décrire sur le disque du Soleil, tantôt des lignes droites, tantôt des lignes courbes ou Ellipses plus ou moins étroites, & qu'après avoir fait une révolution autour du Soleil dans l'espace de 27 jours $\frac{1}{2}$ ou environ, elles retournoient aux mêmes endroits où l'on avoit commencé à les appercevoir. On a aussi reconnu par la variété des apparences qu'elles forment sur le disque du Soleil où elles paroissent larges vers le milieu de ce disque, & étroites vers les bords, qu'elles étoient adhérentes à sa surface, & qu'ainsi le mouvement qu'on y appercevoit, devoit s'attribuer à celui du Soleil autour de son axe. Pour déterminer la position de cet axe, on a observé les temps où ces Taches paroissoient décrire des lignes droites, ce qui arrive lorsque le Soleil est au 10.e degré des Gemeaux & du Sagittaire, avec la différence que lorsqu'il étoit dans la premiére de ces situations, ces lignes s'élevoient vers le Septentrion à l'égard de l'Ecliptique, & que dans la seconde elles s'abbaissoient vers le Midi, avec une inclinaison de part & d'autre de $7^d \frac{1}{2}$, d'où l'on a conclu que le Noeud boréal de l'équateur du Soleil répondoit au 10.e degré des Gemeaux, & le Noeud austral au 10.e degré du Sagittaire, & que cet équateur étoit incliné à l'Ecliptique de $7^d \frac{1}{2}$. Enfin l'on a remarqué que lorsque le Soleil étoit au 10.e degré des Poissons & de la Vierge, les Ellipses que décrivoient les Taches étoient dans leur plus grande largeur, de maniére cependant que dans la premiére de ces positions, la convexité de cette Ellipse regardoit le Septentrion, & que dans la seconde elle étoit tournée vers le Midi, d'où l'on a reconnu que le pole boréal du Soleil répondoit au 10.e degré des Poissons, & le pole austral au 10.e degré de la Vierge.

Suivant ces Elements, on déterminera le lieu des Noeuds de l'Orbite de chaque Planete à l'égard de l'équateur de la

révolution du Soleil & son inclinaison, en cette maniére.

Soit ABD l'Ecliptique, DAC l'équateur du Soleil qui lui est incliné de $7^d \frac{1}{2}$, & la coupe en A au 10.e degré des Gemeaux; B le lieu du Nœud boréal d'une Planete sur l'Ecliptique, telle, par exemple, que Saturne qui est en ♋ $22^d\ 56'\ 0''$, plus avancé de $42^d\ 56'$ que le lieu du Nœud de l'équateur du Soleil. Fig. 1.

On fera l'angle ABC de $20^d\ 30'\ 35''$ égal à l'inclinaison de l'Orbite de la Planete à l'égard de l'Ecliptique, & on prolongera BC jusqu'à ce qu'il rencontre l'équateur du Soleil en C; l'arc BC représentera l'Orbite de Saturne, & le point C le lieu de son Nœud à l'égard de l'équateur du Soleil DAC, qui est austral ou descendant, à cause que la Planete passe de la partie septentrionale de l'équateur du Soleil à sa partie méridionale; l'angle ACB mesurera aussi l'inclinaison de l'Orbite de la Planete à l'égard de l'équateur que l'on trouvera de même que le lieu de son Nœud. Car dans le triangle sphérique BAC, l'arc BC, distance du Nœud de la Planete au Nœud de l'équateur du Soleil, étant connu de $42^d\ 56'$, l'angle ABC inclinaison de l'Orbite de la Planete à l'égard de l'Ecliptique de $2^d\ 30'\ 35''$, & l'angle BAD inclinaison de l'équateur du Soleil à l'égard de l'Ecliptique de $7^d\ 30'$, ou son supplément BAC de $172^d\ 30'$, on trouvera l'angle BCA qui mesure l'inclinaison de l'Orbite de Saturne à l'équateur du Soleil de $5^d\ 54'\ 57''$, & l'arc AC distance du Nœud de cette Planete au Nœud de l'équateur du Soleil de $16^d\ 50'\ 30''$, qui étant retranchés du 10.e des Gemeaux, donnent le lieu du Nœud de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'équateur du Soleil en ♉ $23^d\ 9'\ 30''$.

Pour une plus grande exactitude, on réduira l'arc AC qui est de $16^d\ 50'\ 30''$ à l'Ecliptique, pour avoir l'arc AE de $16^d\ 43'\ 13''$, qui étant retranché du 10.me degré des Gemeaux, donne le lieu du Nœud de l'Orbite de cette Planete sur l'équateur du Soleil, réduit à l'Ecliptique, en ♉ $23^d\ 16'\ 43''$.

On trouvera de la même maniére les Nœuds des autres

Planetes & l'inclinaison de leurs Orbites à l'égard de l'équateur du Soleil, tels qu'on les a marqués dans la Table suivante, où l'on voit que l'inclinaison de Jupiter à l'égard de l'Ecliptique, qui est de $1^d\ 19'\ 39''$, la plus petite de celle qu'on observe dans les Planetes, se trouve à l'égard de l'équateur du Soleil de $6^d\ 22'$, la plus grande de celles que l'on a calculées, & que tout au contraire l'inclinaison de Mercure à l'égard de l'Ecliptique qui est de $6^d\ 55'$ plus grande que dans les autres Planetes, se trouve à l'égard de l'équateur du Soleil de $3^d\ 10'\ 6''$ plus petite que toutes les autres, en sorte néantmoins que de la plus grande à la plus petite inclinaison des Planetes à l'égard de l'équateur du Soleil il y a une différence beaucoup moindre que par rapport à l'Ecliptique.

Pour ce qui est du Nœud des Planetes sur l'équateur de la révolution du Soleil, ils se trouvent rangés en sens contraire à l'égard de l'Ecliptique, ceux qui étoient plus à l'Orient étant vers l'Occident, & ceux qui étoient vers l'Occident se trouvant à l'Orient. Il faut seulement remarquer que le lieu du Nœud des Orbites des Planetes, y compris celle de la Terre à l'égard de l'équateur du Soleil est Austral, au lieu qu'il est Boréal par rapport à l'Ecliptique.

	INCLINAISON des Orbites des Planetes.		LIEU DU NOEUD des Orbites des Planetes en 1700.		MOUVEMENT des Nœuds des Planetes.		
	A l'égard de l'Ecliptique.	A l'égard de l'Equateur du Soleil.	Sur l'Ecliptique Boréal.	Sur l'Equateur du Soleil Austral.	Sur l'Ecliptique.	A l'égard des Etoiles fixes.	A l'égard de l'Equateur du Soleil.
SATURNE..	$2^d\ 30'\ 35''$	$5\ 55\ 0''$	♋ $22^d\ 56'$	♉ $23^d\ 17'$	$0'\ 59''$ dir.	$8''$ dir.	$6''$ retr.
JUPITER....	1 19 39	6 22 0	♋ 8 0	♊ 4 24	24 dir.	27 retr.	8 dir.
MARS......	1 50 54	5 50 0	♉ 17 45	♊ 16 50	36 dir.	15 retr.	4 dir.
LA TERRE..	3 0 0	7 30 0	♊ 10 0	♊ 10 0	51 dir.	0 retr.	0
VENUS.....	3 27 5	4 6 0	♊ 14 19	♊ 6 25	34 dir.	17 retr.	12 dir.
MERCURE..	6 55 0	3 10 6	♉ 15 9	♌ 16 7	47 dir.	10 retr.	4 dir.

A l'égard

A l'égard du mouvement annuel des Nœuds des Planetes ſur l'Ecliptique, nous trouvons celui de Saturne de 0′ 59″, de Jupiter de 24″, de Mars de 36″, de Venus de 34″, & de Mercure de 41″. Mais il faut conſidérer que ſuivant le ſyſteme de Copernic, les Etoiles que l'on nomme fixes, à cauſe qu'elles gardent toûjours entr'elles la même ſituation, ſont réellement immobiles & invariables dans le Ciel, & que le mouvement que l'on y apperçoit par la ſucceſſion des temps n'eſt qu'apparent, produit par celui de l'axe de la Terre autour des poles de l'Ecliptique de l'Orient vers l'Occident. Il en eſt de même de tout autre point fixe dans le Ciel ; ainſi ſi l'on ſuppoſe les Nœuds des Planetes immobiles, on doit y appercevoir un mouvement apparent ſemblable à celui des Etoiles fixes & d'une égale quantité ; & s'ils ſont mobiles, leur mouvement apparent doit être plus grand ou plus petit que celui des Etoiles fixes. Leur mouvement vrai eſt donc meſuré par la différence entre leur mouvement apparent & celui qu'on attribuë aux Etoiles fixes. Il eſt direct, lorſqu'il excede 51″, & rétrograde, lorſqu'il eſt moindre.

Dans cette hypotheſe, le mouvement vrai des Nœuds de Saturne, qui, ſuivant les obſervations des Caldéens comparées aux nôtres, eſt de 59″ ſuivant la ſuite des Signes, n'eſt ſeulement que de 8″ du même ſens, & il eſt nul ou inſenſible ſuivant les obſervations de Ptolémée, qui ne le donnent que de 51 minutes.

A l'égard du mouvement des Nœuds de l'Orbite de Jupiter, que l'on a trouvé de 24″, il eſt réellement rétrograde de 27″. On obſerve une ſemblable rétrogradation dans les Nœuds des autres Planetes, dont le mouvement apparent eſt moindre de 51″, & dont le vrai mouvement eſt par conſéquent rétrograde, dans Mars de 15″, dans Venus de 17″, & dans Mercure de 10″.

L'inclinaiſon des Orbites des Planetes à l'égard de l'équateur du Soleil, la ſituation de leurs Nœuds ſur cet équateur, & leur mouvement par rapport à l'Ecliptique étant ainſi connus, il conviendroit préſentement de déterminer la

quantité du mouvement de ces Nœuds à l'égard de l'équateur du Soleil. Mais cette recherche demande que l'on soit assûré si les Nœuds de l'Orbite de la Terre sont fixes sur l'équateur du Soleil, & de la quantité de leur mouvement, s'ils sont mobiles; ce que l'on n'a pas pû encore reconnoître à cause que la révolution du Soleil autour de son axe ne se peut déterminer que par le moyen de ses Taches, & que leurs découvertes n'étant que depuis l'invention des Lunettes, on n'a pas eu jusqu'à présent d'intervalle assés grand pour pouvoir discerner s'il y a quelque mouvement dans les Nœuds de l'Ecliptique à l'égard de l'équateur du Soleil.

Au défaut de cette connoissance, nous avons supposé que les Nœuds de l'Ecliptique ou de l'Orbite de la Terre à l'égard de l'équateur du Soleil sont immobiles, c'est-à-dire, suivant qu'on l'a remarqué ci-dessus, que son mouvement apparent est de 51 secondes égal à celui des Etoiles fixes, & moyen entre ceux que divers Astronomes ont attribués à ceux des autres Planetes; & supposant le mouvement de leurs Nœuds à l'égard de l'Ecliptique, tel qu'il est marqué ci-dessus, on a calculé le mouvement de leurs Nœuds à l'égard de l'équateur du Soleil dans l'intervalle de 1200 années avant ces temps-ci, c'est-à-dire, vers l'an 500, où l'on a diverses observations de conjonctions de Planetes avec les Etoiles fixes, qui ont servi à déterminer leurs Nœuds.

Suivant cette supposition on a trouvé que le mouvement des Nœuds de Saturne, qui étoit de 8" direct sur l'Ecliptique, se trouvoit rétrograde sur l'équateur du Soleil de 6"; que tous les autres au contraire qui étoient rétrogrades sur l'Ecliptique, se trouvent directs sur l'équateur du Soleil, sçavoir celui de Jupiter de 8", celui de Mars de 4", celui de Venus de 12", & celui de Mercure de 4".

En comparant les divers mouvements des Nœuds des Orbites des Planetes tant sur l'Ecliptique que sur l'équateur du Soleil, de la maniére que nous venons de les déterminer, il paroît qu'ils sont plus uniformes sur l'équateur du Soleil, puisque du plus grand au plus petit il n'y a qu'une différence

de 18″, au lieu que sur l'Ecliptique elle est de 35″, ce qui rend l'hypothese du mouvement des Planetes sur l'équateur du Soleil plus vrai-semblable que sur l'Ecliptique.

Si au lieu du mouvement des Nœuds que nous avons trouvé par nos observations, on avoit employé ceux qui sont dans les Tables de divers Astronomes, comme par exemple de M. de la Hire, où le mouvement vrai du Nœud de Saturne à l'égard des Etoiles fixes est de 21″ direct, celui de Jupiter de 37″ rétrograde, celui de Mars de 14″ rétrograde, celui de Venus de 5″ rétrograde, & celui de Mercure de 34″ direct, on auroit trouvé leurs mouvements vrais à l'égard de l'équateur du Soleil assés différents de ceux que l'on avoit déterminés ci-dessus, ce qui fait voir combien il est difficile de fixer la quantité dont les Nœuds des Orbites des Planetes se meuvent à l'égard de l'équateur du Soleil.

On remarquera ici que le mouvement des Nœuds de l'Orbite de Mercure que nous avons déterminé de 10″ rétrograde, se trouve, suivant les Tables de M. de la Hire, de 34″ direct, & qu'ainsi, si l'on supposoit le Nœud de cette Planete immobile, le mouvement apparent qui en résulte se trouveroit entre ces différentes déterminations; ce qui pourroit donner lieu de conjecturer que le mouvement que l'on a apperçû jusqu'à présent dans les Nœuds des Orbites des Planetes n'est qu'apparent, produit de même que les Etoiles fixes par le mouvement de l'axe de la Terre autour des poles de l'Ecliptique, & que les différences qu'on y a observées doivent être attribuées au défaut d'exactitude des observations que l'on a employées pour déterminer leurs situations.

Si cependant on juge, comme il y a bien de la vrai-semblance, qu'il y ait quelque réalité dans ce mouvement, & que l'Orbite de la Terre n'en soit pas exempte, il suit que les Etoiles fixes doivent paroître changer de latitude dans la succession de temps. Car soit *ABDC* le plan de l'équateur de la révolution du Soleil autour de son axe, dont le pole boréal est en *S*; *ANCL*, le plan de l'Ecliptique qui lui est incliné de $7^d \frac{1}{2}$, de maniére qu'il conserve tou- Fig. 2.

jours à ſon égard la même inclinaiſon avec un mouvement direct ou retrograde, de telle quantité qu'on le jugera à propos ; *E* le pole boréal de l'Ecliptique projetté ſur le plan de l'équateur du Soleil, placé à la diſtance de $7^d \frac{1}{2}$ du point *S*. Le pole boréal de la révolution du Soleil répondant, comme on l'a marqué ci-deſſus, au 10.e degré des Poiſſons à l'égard du pole *E* de l'Ecliptique. Le pole boréal de l'Ecliptique répondra au 10.e degré de la Vierge, & par la même raiſon, le Nœud boréal de l'Ecliptique ſera au 10.e degré du Sagittaire, oppoſé au Nœud boréal de l'équateur du Soleil qui coupe l'Ecliptique au 10.e degré des Gémeaux.

Si l'on ſuppoſe préſentement que ce Nœud ait retrogradé d'un Signe par un mouvement qui lui eſt propre, le pole boréal de l'Ecliptique qui eſt toûjours éloigné de 3 Signes de ſon Nœud aura auſſi retrogradé d'un Signe, & répondra au point *F*, éloigné du point *E* de l'arc *EF*, de 30 degrés. Si donc l'on ſuppoſe une Etoile fixe placée d'abord en *E* au pole de l'Ecliptique ; lorſque ce pole ſera parvenu de *E* en *F*, elle en ſera éloignée de l'arc *EF* qui meſure ſur un grand cercle le complement de ſa latitude qui ira en augmentant juſqu'à ce que ce pole, après avoir fait une demi-révolution, ſoit arrivé en *G* où il ſera éloigné de l'Etoile fixe de 15 degrés d'un grand cercle, qui ſont meſurés par le double de la diſtance *SE* du pole de l'Ecliptique au pole de l'équateur du Soleil, de la même maniére que dans le ſyſteme de Copernic, une Etoile placée dans le pole du Monde, paroît s'en éloigner, par la ſucceſſion des temps, d'une quantité qui monte à 47 degrés, & eſt meſurée par le double de la diſtance du pole de l'Equinoctial au pole de l'Ecliptique.

On verroit les mêmes apparences dans une Etoile placée dans l'un des Nœuds de l'Ecliptique avec l'équateur du Soleil comme en *A*, qui, lorſque le plan de l'Ecliptique auroit été tranſporté de *LAN* en *KBK*, à la diſtance d'un Signe, paroîtroit s'être éloignée d'une quantité *AI* proportionnée à l'inclinaiſon de l'Orbite de la Terre que l'on trouvera être de $1^d\ 52'\ 30''$ dans l'eſpace d'environ 2100 ans.

C'eſt conformément à cette hypotheſe, que Képler explique les variations que Tycho avoit obſervées dans les latitudes des Etoiles fixes, où il avoit remarqué que celles qui étoient placées vers le point du Solſtice d'Eté, étoient de ſon temps plus près du pole de l'Ecliptique que du temps de Timocharis & de Ptolémée; que les Méridionales qui répondoient au même point de l'Ecliptique s'en approchoient; *Liv. 7. p. 912.* que le contraire arrivoit vers le point du Solſtice d'Hiver, & qu'on ne trouvoit aucune différence ſenſible dans la latitude des Etoiles qui répondoient au point du Bélier & de la Balance. Il donne auſſi la raiſon des variations qu'il jugeoit avoir trouvées dans l'obliquité de l'Ecliptique, en ſuppoſant outre cela que l'axe de la révolution de la Terre a une inclinaiſon conſtante à l'égard de celui de la révolution du Soleil; c'eſt-à-dire, que le cercle ſur lequel le pole du Monde ſe meut à l'égard des Etoiles fixes a pour centre le pole de la révolution du Soleil. En ſecond lieu, que le pole de l'Ecliptique ou de l'Orbite de la Terre ſe meut avec plus de vîteſſe contre la ſuite des Signes, que les poles de l'Equinoctial terreſtre.

Comme on ne connoiſſoit point encore la quantité de l'inclinaiſon de l'axe de l'Ecliptique à l'égard de l'équateur du Soleil, ni le lieu de ſes Nœuds, Képler détermina cette *p. 917.* inclinaiſon de $1^d\ 47'\ 40''$, ce qu'il ne donne que comme des conjectures qu'il a déduites de diverſes raiſons de convenance; & ayant fixé une époque au temps de la création du Monde où cette obliquité étoit de $24^d\ 17'\ 40''$, moyenne entre la plus grande & la plus petite, auquel temps les poles de la Terre étoient, ſelon lui, à égale diſtance du pole de l'équateur du Soleil & du pole de l'Ecliptique; il trouve que cette obliquité a dû diminuer, ce qu'elle continuëra de faire juſqu'à ce qu'elle ſoit réduite à $22^d\ 30'$, après quoi elle augmentera juſqu'à ce qu'elle ſoit parvenuë à la quantité de $26^d\ 5'\ 20''$.

A l'égard des Nœuds de l'Orbite de la Terre, il trouve que *p. 915.* celui qui étoit aſcendant répondoit vers le Signe du Capri-

corne, & le Noeud descendant vers le Signe de l'Ecrevisse; que le terme boréal est vers le Bélier, l'austral vers la Balance, ce qui ne s'éloigne pas beaucoup de celui que l'on trouve présentement par l'observation des Taches.

Pour nous qui connoissons plus précisément que Képler la quantité de l'inclinaison de l'Ecliptique à l'égard de l'équateur du Soleil & le lieu de ses Noeuds, nous avons crû devoir examiner si ce qui résulte du mouvement de l'Orbite de la Terre autour de l'équateur de la révolution du Soleil, s'accorde aux observations des Etoiles fixes.

On considérera pour cet effet, que l'Orbite de la Terre étant emportée contre la suite des Signes de l'Orient vers l'Occident, autour des poles de l'équateur du Soleil, le pole *E* de l'Ecliptique, aussi-bien que le pole *P* de l'Equinoctial de la Terre, conservant entr'eux la même situation, doivent se mouvoir dans le même sens autour des poles de l'équateur du Soleil, sans cependant avoir aucun mouvement apparent, parce qu'étant immobiles l'un à l'égard de l'autre, ils répondent toûjours aux mêmes points du Zodiaque. A l'égard des Etoiles fixes, elles doivent toutes, sans en excepter celles qui sont aux poles de l'Ecliptique, paroître avoir un mouvement en sens contraire, & d'une égale quantité, suivant la suite des Signes.

Ainsi, si l'on suppose le mouvement de l'Orbite de la Terre autour de l'équateur du Soleil, égal précisément à celui que l'on attribuë aux Etoiles fixes, mais en sens contraire; il n'est nullement nécessaire d'attribuer d'autre mouvement à l'axe de la Terre autour des poles de l'Ecliptique, pour représenter leur mouvement en longitude dans l'espace de 25000 ans; mais on appercevra, comme on l'a remarqué ci-dessus, un mouvement dans leur latitude, différent en différentes Etoiles, suivant la situation où elles se trouvent à l'égard des poles de l'Ecliptique, & qui, dans les mêmes Etoiles, sera tantôt plus prompt, tantôt plus lent, suivant qu'elles s'éloignent plus ou moins de l'intersection de l'Ecliptique avec l'équateur du Soleil.

Une Etoile, par exemple, placée en *E* au pole de l'Ecliptique, à la distance de 23^d $30'$ du pole *P* terrestre, & de 7^d $30'$ du pole *S* de l'équateur du Soleil; lorsque le pole *E* de l'Ecliptique se sera avancé d'un degré de *E* en *O*, contre la suite des Signes, dans l'espace de 70 ans, paroîtra s'en être éloignée de l'arc *EO* qui mesure le complement de sa latitude, qui est d'un degré sur le petit cercle *EFG*, & que l'on trouvera de $7'$ $30''$ d'un grand cercle qui mesurera le complement de sa latitude qui sera par conséquent de 89^d $52'$ $30''$. Il en est de même de toute autre Etoile placée sur la ligne *EFC*, dont la longitude répond au 10.e degré des Gemeaux & du Sagittaire, à quelque distance qu'elle se trouve de l'Ecliptique. Car le pole *E* de l'Ecliptique, par son mouvement d'Orient en Occident, s'approchant de celles qui sont au 10.e degré des Gemeaux, & s'éloignant de celles qui se trouvent au 10.e degré du Sagittaire, suivant la même direction; on doit y appercevoir un mouvement en latitude sensiblement égal à celui du mouvement des poles de l'Ecliptique qui, comme on l'a dit, est de $7'$ $30''$ en 70 ans.

On ne doit point appercevoir les mêmes variations dans les Etoiles placées dans les Signes de la Vierge ou des Poissons, comme en *H* & en *M*, pourvû qu'elles soient éloignées de plusieurs degrés du pole de l'Ecliptique. Car ce pole étant, par exemple, parvenu de *E* en *F*, la distance *FH* ou *FM* des Etoiles fixes à ce pole, qui mesure le complement de leur latitude, ne differe pas sensiblement de la distance *EH* ou *EM* de ces Etoiles au pole de l'Ecliptique lorsqu'il étoit en *E*. Dans les autres situations des Etoiles, entre le lieu des Noeuds de l'Ecliptique & des poles, on doit appercevoir des variations dans leur latitude plus ou moins grandes, suivant que ces Etoiles s'éloignent plus ou moins de ces poles.

Ces variations des Etoiles en latitude ne sont pas les seules qui doivent résulter du mouvement des poles de l'Ecliptique autour de ceux de l'équateur du Soleil, il doit y en avoir aussi dans leur mouvement en longitude, à quoi il ne paroît pas que Képler ait fait attention. Une Etoile, par exemple,

placée au point *F*, fort près du pole de l'Ecliptique, & qui ſe trouve dans la ligne *EC* qui répond au 10.e degré des Gemeaux, lorſque ce pole ſe ſera avancé de *E* vers *F*, paroîtra toûjours répondre au même point du Zodiaque, & par conſéquent n'aura point eu de mouvement ſenſible en longitude, pendant que ce pole aura parcouru un ou pluſieurs degrés. On appercevroit des variations plus ſenſibles dans une Etoile placée près du pole de l'Ecliptique entre ce pole & celui de l'équateur du Soleil, comme en *T*; car pendant que cette Etoile paroîtroit ſe mouvoir de l'Occident vers l'Orient, autour des poles de l'équateur du Soleil de *T* vers *R*, les poles de l'Ecliptique ſe mouvant en ſens contraire de *E* vers *F*, elle paroîtroit avoir un mouvement contraire autour des poles de l'Ecliptique de l'Orient vers l'Occident, dont la vîteſſe ſeroit d'autant plus grande que cette Etoile ſeroit plus près du pole de l'Ecliptique que de l'équateur du Soleil. Dans les autres Etoiles, on appercevroit une variation dans leur mouvement en longitude, ſuivant les différentes ſituations où elles ſe trouveroient à l'égard des poles de l'équateur du Soleil & de ceux de l'Ecliptique; de même que l'on en remarque dans les aſcenſions droites des Etoiles dont le mouvement ſurpaſſe, ou eſt moindre que celui de leur longitude, & ſe trouve quelquefois en ſens contraire dans les Etoiles ſituées entre les poles de l'Ecliptique & ceux de l'équateur terreſtre.

Voilà ce qui réſulte du mouvement des Nœuds de l'Orbite de la Terre égal en ſens contraire au mouvement apparent des Etoiles fixes.

Si l'on ſuppoſe avec Képler, que le pole de l'Orbite de la Terre ſe meut avec plus de vîteſſe que les poles de la Terre dans un rapport qui eſt comme 4 à 3, ce qu'il employe pour expliquer la variation de l'obliquité de l'Ecliptique qui réſulte des obſervations anciennes comparées aux modernes, on trouvera à peu-près les mêmes variations qui, dans certaines Etoiles fixes, peuvent ſe monter à 2d 50′ en latitude, pendant que d'autres auroient toûjours conſervé la même, ce

que

que l'on ne peut point concilier avec les observations.

On ne doit donc point admettre cette hypothese, à moins de supposer que l'Orbite de la Terre ne se meut pas autour de l'équateur de la révolution du Soleil, mais autour d'un autre plan invariable quelconque, moins incliné à l'Ecliptique, à l'égard duquel les Orbites des autres Planetes feroient aussi leurs révolutions; ce qui pourroit avoir quelque vraisemblance, puisque nous voyons que les Nœuds de la Lune ne se meuvent pas autour du plan de l'équateur que la Terre décrit par sa révolution journaliére, mais autour du plan de l'Ecliptique qui en décline de plus de 23 degrés.

Cependant comme la Lune n'est qu'une Planete du second ordre, dont les mouvements ne doivent point être tirés à conséquence pour ceux des Planetes qui font leurs révolutions immédiatement autour du Soleil; nous avons cherché s'il n'y avoit pas d'autre moyen d'expliquer les variations que l'on a pû appercevoir tant dans la latitude des Etoiles fixes que dans l'obliquité de l'Ecliptique.

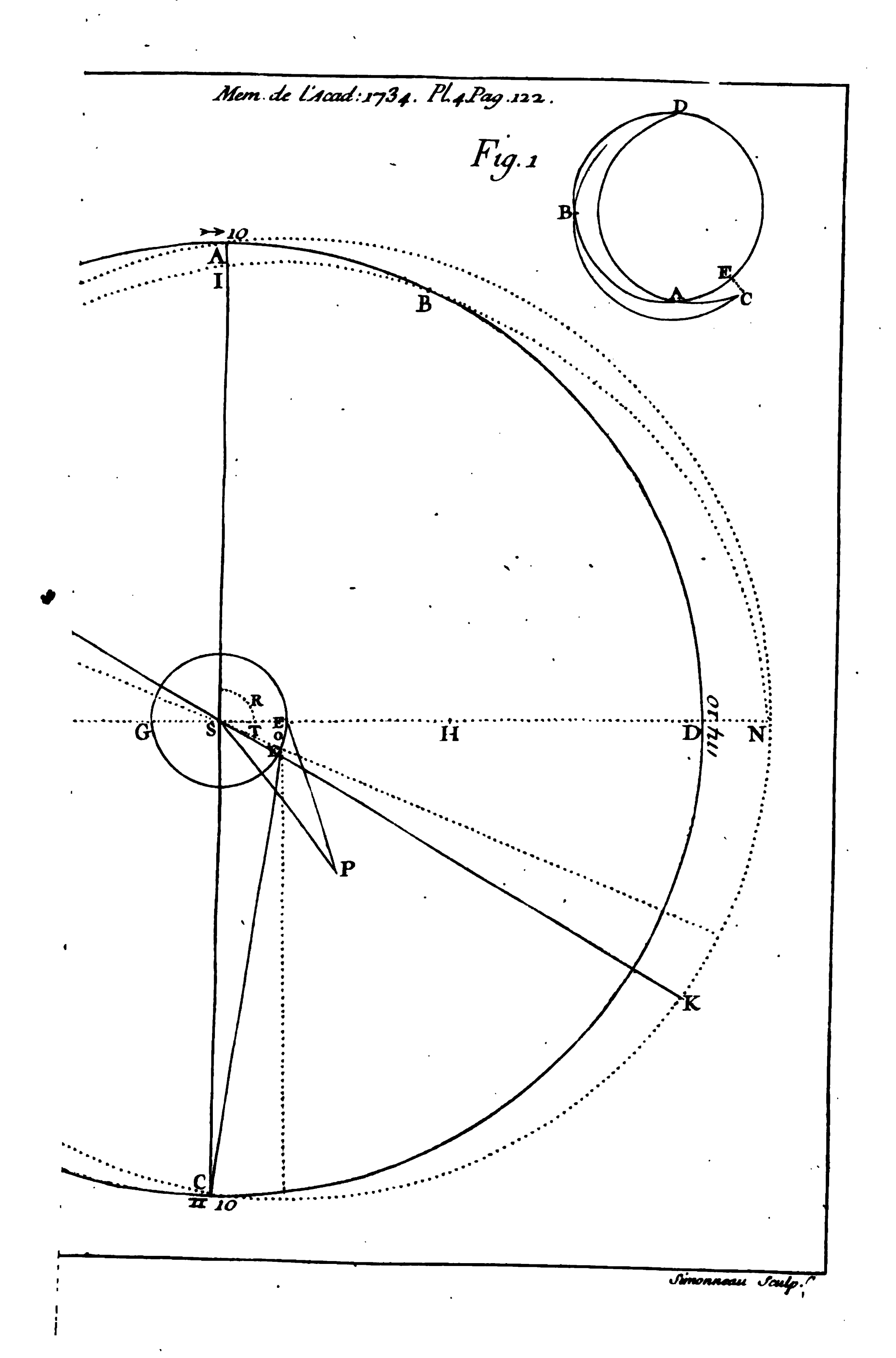
Nous supposerons pour cet effet, de même que dans le systeme de Copernic, que l'axe de la Terre se meut autour des Poles de l'Ecliptique de l'Orient vers l'Occident, mais avec une vîtesse un peu moins grande que celle que l'on apperçoit dans le mouvement des Etoiles fixes, de sorte que, par exemple, au lieu d'un degré en 70 ans, cet axe employe 80 ans à le parcourir. Nous attribuons en même temps un mouvement dans le même sens, c'est-à-dire, retrograde aux Nœuds de l'Orbite de la Terre autour de l'équateur solaire, mais beaucoup plus lent, qui soit, par exemple, d'un degré en 600 ans, ou de 6″ par année.

Par ce mouvement, l'axe de l'Ecliptique sera emporté autour des poles de la révolution du Soleil avec une vîtesse égale qui sera aussi de 6″ par année sur le petit cercle que cet axe décrit, dont le rayon est de 7^d 30′; réduisant ce mouvement à un grand cercle, on aura 45‴ pour la mesure du mouvement des poles de l'Ecliptique dans le cours d'une année, dont le pole boréal s'approcheroit des Etoiles fixes

qui répondent au 10.e degré des Gemeaux, c'est-à-dire, du lieu du Nœud austral de l'Orbite de la Terre, pendant qu'il s'éloigneroit de la même quantité des Etoiles qui répondent au Nœud boréal qui est au 10.e degré des Poissons; ce qui paroît s'accorder à la remarque de Tycho, que les Etoiles boréales qui répondent au Signe de l'Ecrevisse avoient augmenté de latitude depuis Ptolémée, au lieu que celles qui répondent au Signe du Capricorne en avoient une moindre, pendant que les Etoiles qui sont vers le commencement du Bélier ou de la Balance ont conservé à peu-près la même latitude qu'on y avoit observée.

A l'égard de la variation de l'obliquité de l'Ecliptique, il seroit nécessaire pour l'expliquer, au cas que celle qui a été déterminée par Hipparque & Ptolémée fût exacte, de supposer que le pole de l'axe de la Terre n'a point participé au mouvement du pole de l'Ecliptique autour du pole de l'équateur du Soleil, & qu'ainsi il s'en est trouvé plus proche par la suite des temps.

Nous n'entreprendrons point ici de faire voir le rapport de cette hypothese avec les observations des Etoiles fixes faites en différents temps, nous nous contenterons de remarquer qu'il y en a beaucoup qui s'y accordent; mais comme il y en a aussi d'autres, quoiqu'en beaucoup moindre quantité, qui s'en éloignent, on ne peut pas encore s'assûrer si ces différences sont réelles, ou si l'on doit les attribuer au défaut d'exactitude des observations anciennes. Il nous suffira d'avoir remarqué ici les lieux où ces différences doivent être les plus sensibles, afin que les Astronomes soient attentifs à les observer; le mouvement des Etoiles fixes à l'égard desquelles on détermine les lieux des Planetes, & l'obliquité de l'Ecliptique à laquelle il est nécessaire de réduire les distances observées, en ascension droite & en déclinaison, devant être considérés comme les principaux fondements de l'Astronomie, dont il est nécessaire de reconnoître la situation, de même que la quantité de leur mouvement.



Simonneau Sculp.

ANEMOMETRE

Qui marque de lui-même ſur le Papier, non-ſeulement les Vents qu'il a fait pendant les 24 heures, & à quelle heure chacun a commencé & fini, mais auſſi leurs différentes vîteſſes ou forces relatives.

Par M. D'ONS-EN-BRAY.

LA Navigation & les Moulins à vent nous procurent chaque jour des avantages très-conſidérables, que nous devons aux moyens qu'on a imaginés de profiter de l'impulſion de l'Air, ou de la force du Vent, qui eſt un ſi puiſſant moteur, & qui ne nous coûte rien à entretenir. Nous tirerions encore de plus grands avantages de cette force, ſi nous la connoiſſions mieux; auſſi ai-je cru qu'il ſeroit très-utile de trouver des Machines qui nous miſſent en état de meſurer mieux la force relative du Vent qu'on ne l'a fait juſqu'ici, & qui pûſſent même nous conduire à connoître ſa force abſoluë.

Il n'étoit pas moins eſſentiel de connoître toutes les variétés des Vents dans différents pays; auſſi pluſieurs Auteurs ont-ils écrit de leur origine & des cauſes de leurs variétés.

Le Chancelier Bacon, dans ſon Hiſtoire des Vents, après avoir parlé de l'origine, des cauſes & des variétés des Vents, fait connoître la néceſſité d'avoir des obſervations dans différents pays: mais il ne dit rien ſur les moyens dont on pourra ſe ſervir pour faire ces obſervations.

Le Capitaine Guillaume Dampier, Anglois, à la fin de ſon ſecond tome du Voyage autour du Monde, a donné un Traité des Vents qui regnent dans toute la Zone torride; il eſt très-utile pour les grandes Navigations.

Tout ce qu'on trouve, ſoit dans Rohault, ſoit dans M. Mariotte, ne ſont que des explications générales ſur la

nature & les causes phisiques de l'origine & des variétés des Vents.

En dernier lieu nous avons eu une Dissertation sur les causes & les variations des Vents par le P. Sarrabat, Jesuite, qui a remporté le Prix à l'Académie de Bordeaux en 1730; mais comme toutes ces réfléxions ou dissertations ont eu pour objet principal la Théorie plûtôt que la Pratique, qui n'en peut tirer qu'un leger avantage, j'ai cru n'en pouvoir mieux prouver la certitude, qu'en construisant cinq Machines différentes, dont chacune a des avantages particuliers dans l'usage, pour servir de preuve à ce que nous proposons.

La premiére, que nous nommons *Anémometre à levier*, fera connoître la force relative du Vent. Nous parlerons dans sa description d'un Anémometre décrit par M. Wolf, & de celui que propose Georges Leutman.

La seconde, que nous appellons *Anémometre à fusée*, fera connoître la force absoluë du Vent.

Par la troisiéme Machine, qui est une espece de Romaine, on pourra peser, pour ainsi dire, la force absoluë du Vent, ou la force de son impulsion sur la surface d'un pied quarré.

La quatriéme est faite pour l'usage de la Navigation, afin de connoître sur un Vaisseau la vîtesse ou la force du Vent sur les Voiles.

Nous réservons pour nos Assemblées particuliéres la description & l'usage de ces quatre Machines, que le temps ne nous permet pas de donner, & qui nous ont procuré différents moyens pour nous confirmer & nous assûrer de la précision de la cinquiéme Machine qui fait l'objet de ce Mémoire.

Cet Anémometre, que nous nommons *Anémometre à Pendule*, est composé de deux parties qui sont menées par la rouë des heures de la Pendule *A* placée entre les deux, & qui va 30 heures. Ce qu'il y a de plus singulier à cet Anémometre, c'est qu'on n'a pas besoin de se tenir auprès pour observer, & qu'on trouve marqué sur le papier tous les changements qui sont arrivés, soit de direction, soit de vîtesse

du Vent, l'heure de ces changements, & la durée de chaque Vent. On verra, par exemple, à quelle heure un Vent a commencé à souffler, son nom ou sa direction, sa vîtesse relative, combien il aura continué, & combien il se sera passé de temps sans qu'il y ait eu de Vent. Enfin nous avons tâché de rendre cet Anémometre plus parfait & plus utile que tous ceux qu'on a proposés jusqu'ici, & tel, qu'il nous instruisît de tout ce que nous pouvons avoir besoin & envie de sçavoir par rapport aux Vents. Il se placera dans une chambre ou un cabinet, où il fera ornement, sans qu'on soit obligé de le tenir à l'air.

DESCRIPTION.

L'Anémometre fait son effet par trois moteurs différents. Le premier est une Pendule ordinaire à secondes & à poids, placée au milieu, dont la roue des heures engraine dans les deux roues *(1)* & *(2)*, dont l'une est à droite, & l'autre à gauche, par le moyen desquelles les deux cylindres ou bobines *(3)* & *(24)* à qui elles correspondent, font également deux tours par heure.

Le second moteur, qui est placé à droite, est une longue tige *(4)* qui perce le long du mur jusqu'au dessus du toit, portant une girouette *(5)*, dont la grandeur doit être telle, qu'une petite force de Vent puisse faire tourner la tige, & il est important de choisir des endroits où la direction du Vent sur la girouette ne sera pas interrompue par des hauteurs plus grandes que celle de la girouette.

Cette tige entre par son bout d'en bas dans un cylindre marqué *(6)*, dont les bases ont un pouce & demi de diametre, & la hauteur ou longueur est de 5 à 6 pouces. Ce cylindre porte de haut en bas 32 chevilles pour servir à marquer les 32 airs ou rumbs de Vent. Comme cette piéce est importante, voici le détail de sa construction.

Nous avons divisé les circonférences des bases du cylindre *(6)* en 32 parties égales, de façon que les divisions de chaque base se répondent directement, & nous avons tiré

d'un point à l'autre des lignes droites sur la surface du cylindre; cela fait, nous avons divisé toutes ces lignes ou la longueur du cylindre en 32 parties égales par des cercles paralleles aux bases du cylindre.

Ayant choisi une de ces lignes droites pour 1re, on a marqué un point à son extrémité; l'intersection de la 2de ligne & du 1er cercle en descendant désigne le 2d point, celui de la 3me ligne & du 2d cercle dénote le 3me point, & ainsi des autres jusqu'au 32me point pour les 32 airs de Vent.

La suite de tous ces points forme sur la surface du cylindre une spirale ou helice *(7)* semblable à un pas de vis, ils sont percés d'un trou pour y loger un des bouts des chevilles, & pour en empêcher le dérangement.

Chaque cheville est fixée par le milieu au bout d'un petit ressort de 9 à 10 lignes de long, & ces ressorts sont arrêtés par deux vis sur la surface du cylindre. L'une de ces vis tient le bout du ressort fixe, & l'autre, en la vissant plus ou moins dans le cylindre, sert à régler la distance convenable dont l'autre bout de chaque cheville, destiné à servir de crayon, doit être écarté du cylindre pour pouvoir glisser & marquer sur le papier sans le déchirer.

Il y a derriére le cylindre *(6)* trois autres cylindres marqués *(3)* *(8)* & *(9)* ou bobines placées en forme de triangle entre les deux platines de la Machine *C.*

Une longue bande de papier, large de 5 à 6 pouces, & longue de 18 à 20 pieds, est d'abord enveloppée autour de la bobine verticale marquée *(3)*, cette bande passe sur le cylindre *(8)* pour être crayonnée par les pointes du cylindre *(6)* qui se présentent, & va ensuite se rouler autour de la bobine *(9)*.

Le temps qu'il faut pour que toute la bande de papier se déroule d'une bobine sur l'autre est de 30 heures.

C'est le mouvement de la bobine *(3)* qui occasionne le développement du papier pour aller se rouler sur la bobine *(9)*. Ce mouvement est réglé par le renvoi d'un axe qui a une rouë fixe à chaque bout, dont l'une marquée *(1)* qui

a 16 dents, engraine à la rouë des heures de la Pendule *A*, & l'autre marquée *(10)* qui a 32 dents, engraine à une rouë *(11)* de 16 dents, qui est fixe à la bobine *(3)*; par ce moyen cette bobine *(3)* fait deux tours par heure aussi-bien que la bobine *(9)*, au haut de laquelle est une autre rouë *(12)* qui engraine dans une rouë de champ *(13)* avec une corde & un poids, pour tenir toûjours le papier tendu.

Quoique les tours de la bobine *(3)* se fassent en temps égaux, puisqu'elle est menée par la rouë des heures de la Pendule, chaque tour fournit cependant une longueur inégale de papier, suivant qu'il y en a plus ou moins autour de cette bobine.

Pour remédier à cet inconvénient qui nous ôteroit la connoissance de l'heure qu'a commencé un tel Vent, de sa durée & de sa fin, nous avons placé sur la platine d'en haut marquée *E*, un marteau qui est levé par un double limaçon attaché au bout de la bobine *(3)*, & qui frappe un coup tous les quarts d'heure contre une pointe qui fait un trou au haut du papier; ainsi on aura les longueurs parcouruës par le papier en temps égaux, ou à chaque quart d'heure, qu'on pourra diviser en demi-quart, & même en minutes, sans erreur sensible.

Usage de la Machine C.

Il faut en premier lieu orienter l'Anémometre, ou connoître le rumb de Vent, vis-à-vis duquel il sera tourné. Supposons ici qu'il sera placé vis-à-vis de l'Ouest, alors la girouette regardant du côté de l'Est, comme si elle étoit poussée par un Vent d'Ouest, l'Aiguille du cadran à Vent *B*, marquera l'Ouest, & la premiére pointe à ressort du cylindre *(6)* touchera le papier; ainsi cette 1.re pointe dans ce cas sera celle qui marquera toûjours l'Ouest sur le papier; & en général la 1.re pointe marquera toûjours le rumb de Vent vis-à-vis duquel la Machine sera tournée: si elle étoit tournée au Nord, la 1.re pointe marqueroit le Nord.

La 2.de pointe marquera le rumb suivant, en allant de

l'Oueſt au Sud, ainſi de ſuite les autres pointes marqueront les autres airs de Vent dans le même ordre de haut en bas ou de bas en haut.

Une ou deux pointes frottent toûjours contre le papier, ces pointes ne le déchirent pas, étant arrondies & polies par le bout, & n'appuyant contre qu'autant qu'on veut donner de bande aux reſſorts ſur leſquels elles ſont attachées.

A meſure que le papier ſe devide, la pointe qui le touche marque un trait en ligne droite, & pour que le trait ſoit bien viſible, il faut que le papier ait été frotté avec de la poudre de corne de Cerf calcinée & bien porphiriſée; par ce moyen chaque trait ſera ſemblable à un trait de crayon qu'on pourra effacer aiſément, pour faire ſervir le papier pluſieurs fois.

Cette façon de préparer le papier eſt fort avantageuſe, nous la tenons de M. Winſlow, & l'on peut s'en ſervir commodément pour des tablettes de poche.

La Machine étant diſpoſée, comme on vient de l'expliquer, & étant miſe en expérience, on trouvera, pour ainſi dire, en écrit ſur le papier tout ce qui ſera arrivé, l'heure & la durée de chaque Vent qui aura regné, & généralement toutes les variétés qui ſeront arrivées aux Vents pendant 30 heures.

Car 1.° le temps étant marqué ſur le papier, comme nous avons dit, de quart d'heure en quart d'heure, on connoîtra le moment qu'une telle pointe a commencé à marquer ſur le papier, ou le commencement d'un tel Vent.

2.° La longueur du trait fait par une pointe ſur le papier, marquera la durée de ce Vent.

3.° Si deux pointes ont marqué le papier en même temps, c'eſt ſigne que le Vent aura été entre ces deux quarts de rumb, en ſorte que par-là on aura les demi-quarts de rumb, ou les Vents ſur les 64 diviſions de l'horiſon.

4.° Si pluſieurs pointes ont marqué, le Vent aura ſauté pluſieurs rumbs.

5.° Si les Vents ont fait, comme l'on dit, le tour du Cadran,

Cadran, toutes les pointes auront marqué de ſuite, & on ſçaura l'heure de tous ces changements.

Pour trouver aiſément le nom du Vent correſpondant à chaque pointe, nous avons fait faire la regle *(14)*, laquelle préſente 32 dents à même diſtance l'une de l'autre que celles qui forment les traits des 32 pointes; les noms des Vents ſont écrits vis-à-vis de chaque dent, en ſorte qu'il n'y a qu'à préſenter cette regle ſur le papier de haut en bas, pour ſçavoir tout d'un coup le nom du Vent marqué ſur le papier: cette regle reſſemble aſſés à un peigne.

Pour trouver auſſi avec facilité la valeur des traits, & comme chaque trait qui marque la durée du Vent, commence & finit rarement aux points qui diſtinguent les quarts d'heure, & que les intervalles en ſont inégaux, nous avons fait faire une regle proportionnelle, pour pouvoir diviſer tout d'un coup en 15 minutes, les diſtances inégales des quarts d'heure: cette regle marquée *(47)* eſt faite en triangle iſoſcele, tronqué par une regle diviſée en 15 minutes, de même que la regle qui forme ſa baſe. Ces deux regles ſont paralleles, elles ont pour longueur les plus grandes & les plus petites diſtances que forment ſur le papier les points qui marquent les quarts d'heure, & nous avons tendu des ſoyes d'une diviſion à l'autre. Il eſt évident que ces ſoyes diviſeront tous les intervalles moyens entre le plus grand & le plus petit; ainſi avec cette regle, on connoîtra à la minute près, le moment qu'un Vent quelconque a commencé & fini.

Il nous reſte préſentement à donner la deſcription du troiſiéme moteur & de ſes effets ſur la Machine *D*, pour connoître la force & la vîteſſe relative du Vent.

Ce moteur *F* qui tourne toûjours du même ſens, à tel Vent que ce ſoit, eſt un Moulin horiſontal, appellé communément *Moulin à la Polonoiſe*, & qu'on place ſur le toit.

L'axe de ce Moulin eſt aſſés long pour entrer dans le grenier, afin de tenir hors de pluye & de neige, un pignon qui eſt au bout de cet axe.

Ce pignon marqué *(15)* qui a 21 aîles, engraine dans

la roue *(16)* de 84 dents, dont l'arbre porte une vis sans fin *(17)* qui mene la roue *(18)* de 100 dents, ainsi le pignon porté par l'axe du Moulin fait 400 tours pour faire faire un tour à la roue de 100; l'axe de cette même roue de 100 porte une Aiguille qui marque le nombre des tours du Moulin depuis 1 jusqu'à 400, sur un Cadran fixe marqué *(19)*. Nous avons aussi appliqué un limaçon *(20)* contre la roue *(18)* pour soûlever le levier *(21)* qui retombe à chaque 400 tours du Moulin, dont nous verrons l'usage ci-après sur la Machine *D* que nous allons décrire.

Cette Machine est placée à gauche de la Pendule, elle est en partie semblable à la Machine *C*, dont nous venons de donner la description, elle porte pareillement trois cylindres ou bobines.

Sur la premiére bobine à gauche, marquée *(22)* est roulée une bande de papier de 18 à 20 pieds de long, & large d'un pouce & demi, cette bande passe sur la bobine *(23)* & vient se rouler sur la bobine *(24)*, allant comme celle de la Machine *C*, de gauche à droite. Le temps que toute cette bande employe pour passer d'une bobine sur l'autre, est de 30 heures; ce mouvement est reglé comme celui de la Machine *C*, par un renvoi d'un axe portant une roue à chaque bout, dont l'une qui a 16 dents, & marquée *(2)* engraine à la roue des heures de la Pendule, & l'autre *(25)* qui a 32 dents, mene la roue *(26)* de 16, & qui est fixe à la bobine 24, pour lui faire faire un tour par demi-heure.

L'axe de cette bobine est traversé en bas par une longue goupille marquée *(27)*, laquelle en tournant leve à chaque demi-tour, ou à tous les quarts de tours, un pointeau *(28)* par la queuë qui est en plan incliné, lequel venant à tomber dès que la goupille quitte la queuë du pointeau, marque un point au bas de la bande de papier tous les quarts d'heure; par ce moyen, le papier se trouve divisé en temps égaux, par des points de quart d'heure en quart d'heure, & à distance pareille que sur le papier de la Machine *C*.

Le levier *(21)* qui est placé vers le Moulin, & dont

nous venons de parler, soûleve par un cordon ou un fil de leton, un petit marteau *(29)*, & comme ce levier retombe lorsque le limaçon *(20)* qui le soûleve a fait son tour, ce qui arrive, comme nous avons dit, à chaque 400 tours du Moulin, ce marteau en tombant, frappe sur un pointeau *(30)* qui marque un point au haut de la bande de papier; ainsi le nombre des tours du Moulin est marqué au haut du papier par des points de 400 en 400 tours, & au-dessous chaque quart d'heure étant aussi marqué par un point, il sera aisé de connoître par le plus ou le moins de points qu'il y aura au haut de la bande de papier, d'un quart d'heure à l'autre, combien de fois le Moulin aura fait 400 tours, & par la distance d'un point à l'autre, on sçaura,

1.° Si la force ou vîtesse relative du Vent a été égale.

2.° Un plus grand nombre de points dans l'espace qui marque un quart d'heure, dénote que plus il y en aura, plus le Vent a eu de force.

3.° Comme il y a toûjours une des pointes du cylindre *(6)* qui crayonne le papier de la Machine *C*, soit qu'il fasse Vent, ou qu'il n'en fasse point du tout, on regardera le trait comme nul pendant tous les quarts d'heure, ou pendant le temps qu'il n'y aura pas de points marqués au haut de la petite bande de papier de la Machine *D*.

Une force ou vîtesse de Vent quelconque ne pouvant se déterminer que par un nombre d'expériences suivies & réitérées, quoique nous en ayons déja fait une quantité, nous nous proposons de les continuer pour nous en assûrer davantage, & nous les donnerons avec la description des autres Anémometres dont nous avons fait mention au commencement de ce Mémoire.

Avant que de finir, je dois observer qu'il est à propos d'avoir deux Machines pareilles à celles marquées *C* & *D*, afin d'en avoir toûjours deux prêtes & garnies de leurs papiers, pour les substituer aux deux autres que l'on ôtera au bout de 24 heures, quand on remontera la Pendule. Il faudra aussi avoir soin de marquer au commencement de chaque

papier, l'heure qu'il eſt à la Pendule, pour trouver, en comparant les deux papiers, toutes les variétés ou tous les changements de direction, de durée & de vîteſſe relative des Vents, dont on fera un état ou un journal, comme les papiers journaux des Pilotes.

On marquera, par exemple, ſur une 1.re colomne les heures du jour, dans la 2.de colomne les noms des Vents qui auront regné, dans la 3.me leur durée, dans la 4.me le nombre des tours du Moulin, pour avoir les vîteſſes relatives, &c.

On pourra joindre à ces obſervations, celles du Barometre ſur la peſanteur de l'air, & même celles ſur la température de l'air, en chaud & en froid, en ſec & en humide, par le Thermometre & l'Hygrometre.

Les Phyſiciens ſçavent les relations que toutes ces choſes ont entre elles, & combien, pour ainſi dire, elles ſont dépendantes les unes des autres.

Des obſervations faites en différents pays, & ſur-tout dans les Ports de Mer ſeront très-avantageuſes: on ſera en état de faire l'hiſtoire des Vents, de comparer les Vents de Terre aux Vents de Mer, ce qui pourra influer ſur la Navigation, & peut-être pourra-t-il réſulter de toutes ces obſervations, des lumiéres & des idées plus certaines, pour connoître la cauſe & l'origine des Vents & des autres Météores.

NOMS des Pieces qui compoſent l'Anémometre à Pendule.

A, PENDULE ordinaire à heure, minute & ſeconde.
B, CADRAN à Vent.
C, MACHINE à droite de la Pendule, pour connoître la direction & la durée du Vent.
D, MACHINE à gauche de la Pendule, pour connoître la force relative du Vent.
E, PLATINE ſupérieure de la Machine *C*.
F, MOULIN à Vent horiſontal.

1 & 2, ROUES de 16 dents chacune, menées à droite & à gauche par la roüe des heures.

3, CYLINDRE ou Bobine menée par la roüe *1*.

4, LONGUE TIGE qui va le long du mur gagner le toit, & qui porte par le haut la girouette *5*, & par le bas le cylindre *6*.

5, GIROUETTE.

6, CYLINDRE qui porte les 32 chevilles, pour marquer sur le papier les 32 airs de Vent.

7, HELICE ou Spirale formée par les 32 chevilles sur le cylindre *6*.

8 & 9, CYLINDRES ou Bobines sur lesquelles passe & roule le papier de la Machine *C*.

10, ROUE de 32 dents sur le même axe que la roüe *1*, qui engraine à la roüe *11* de 16 dents.

11, ROUE de 16 dents fixe à la bobine *3*.

12, ROUE FIXE au haut de la bobine *9*.

13, ROUE DE CHAMP menée par la roüe *12*.

14, REGLE ou Peigne, pour connoître tout d'un coup le nom du Vent.

15, PIGNON de 21 aîles fixe à l'axe du Moulin.

16, ROUE de 84 dents menée par le pignon *15*.

17, VIS SANS FIN sur l'axe de la roüe *16*.

18, ROUE de 100 dents menée par la vis sans fin.

19, CADRAN fixe divisé en 400.

20, LIMAÇON sur la roüe *18*.

21, LEVIER soûlevé par le limaçon *20*.

22, PREMIÉRE BOBINE à gauche de la Machine *D*, sur laquelle est d'abord roulée la petite bande de papier.

23, BOBINE du milieu sur laquelle passe le papier.

24, BOBINE sur laquelle la petite bande de papier s'enveloppe.

25, ROUE de 32 dents, fixe sur le même axe de la roüe *2*, qui est menée par la roüe des heures.

26, ROUE de 16 dents, fixe sur la bobine *24*.

27, GOUPILLE qui fait lever le pointeau à queuë 28.

28, POINTEAU à queuë en plan incliné.

29, MARTEAU qui frappe à chaque 400 tours du Moulin.

30, POINTEAU qui sert à marquer au haut de la petite bande de papier, un point à chaque 400.

31, COULISSES avec des vis, pour faire avancer ou reculer les cylindres 8 & 24.

32, POINTEAU de la Machine C.

33, AIGUILLES portées par les cylindres 3 & 24, lesquelles marquent les minutes sur les cadrans 34.

34, CADRANS divisés en minutes.

35, DOUBLE LIMAÇON porté par le cylindre 3, pour faire battre le marteau 36 à chaque quart d'heure.

36, MARTEAU qui frappe son coup à chaque quart d'heure.

37, FUSÉES sur lesquelles s'enveloppent les cordes qui soûtiennent les poids pour tenir les papiers tendus.

38, POIDS.

39, PLATINE supérieure de la Machine D.

40, PIGNON au haut de la bobine 22, qui engraine dans la rouë de champ 41, fixe sur l'axe de la fusée 37.

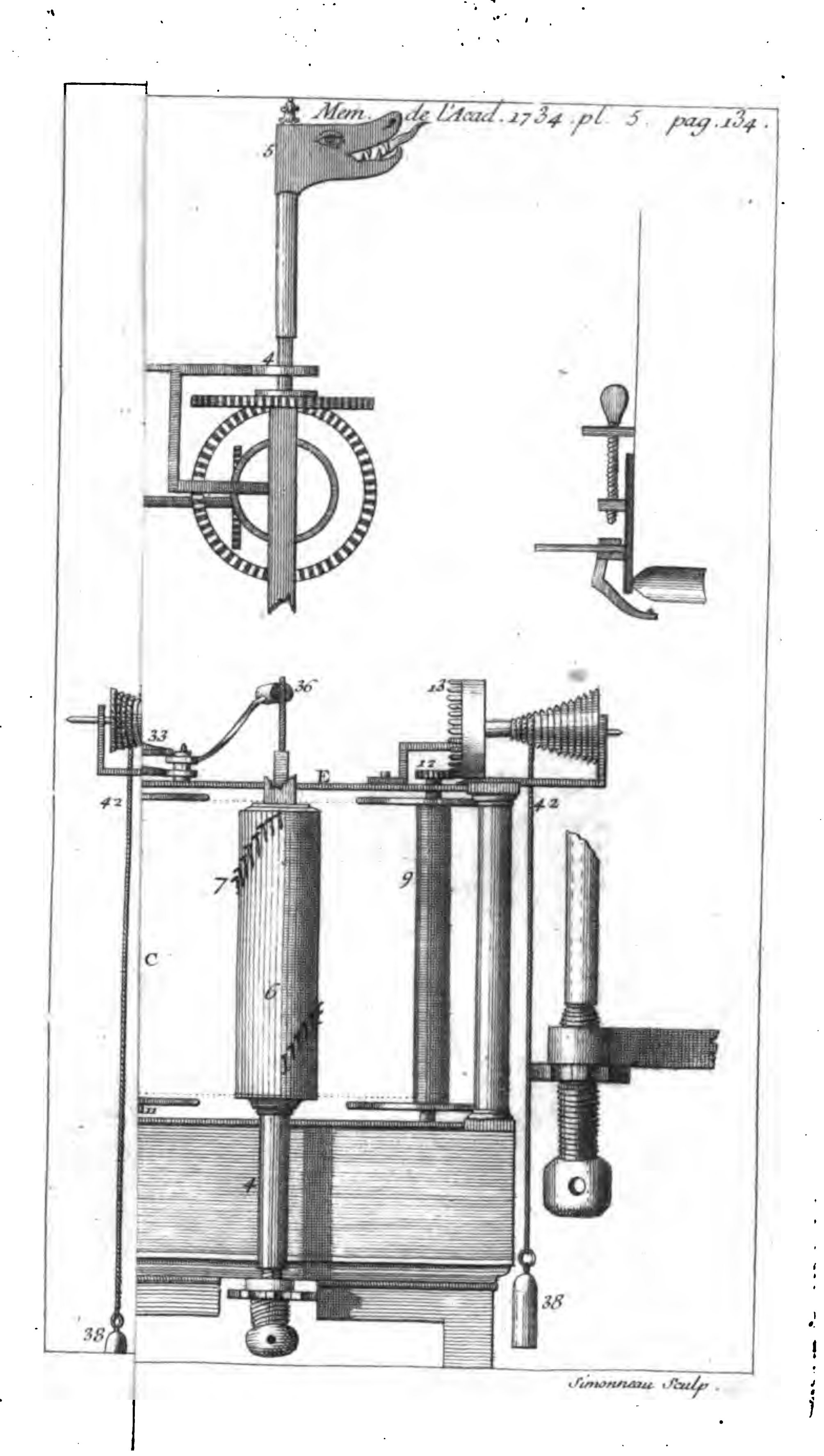
41, ROUE DE CHAMP.

42, CORDES qui tiennent le papier tendu, au moyen des poids.

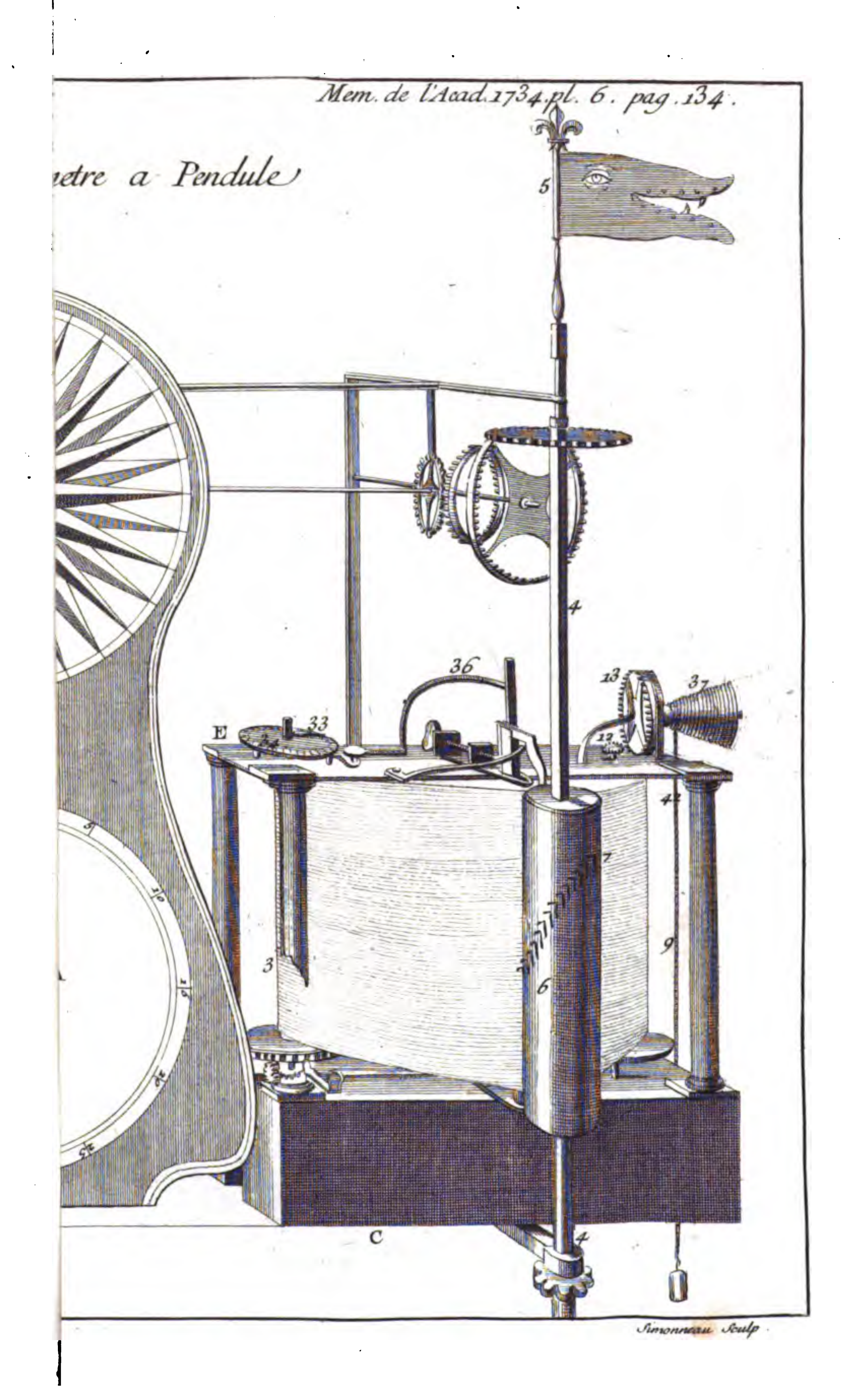
43, REGLE proportionnelle pour connoître les minutes de la durée des Vents.

44, ROUES de 30 dents fixes au bas des bobines 3 & 24, pour tenir les papiers en état sur les Machines de rechange, par le moyen d'un verrou.

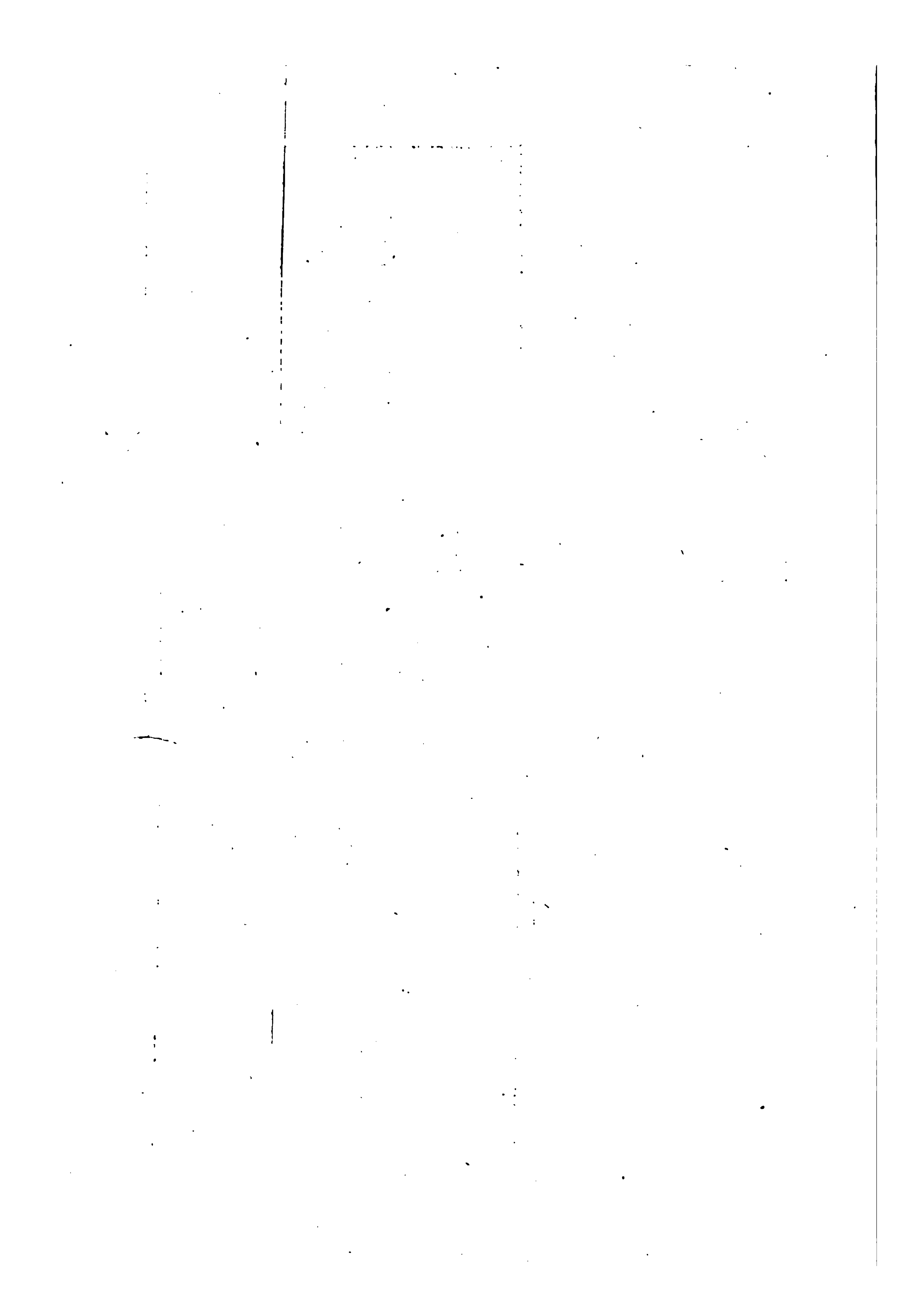


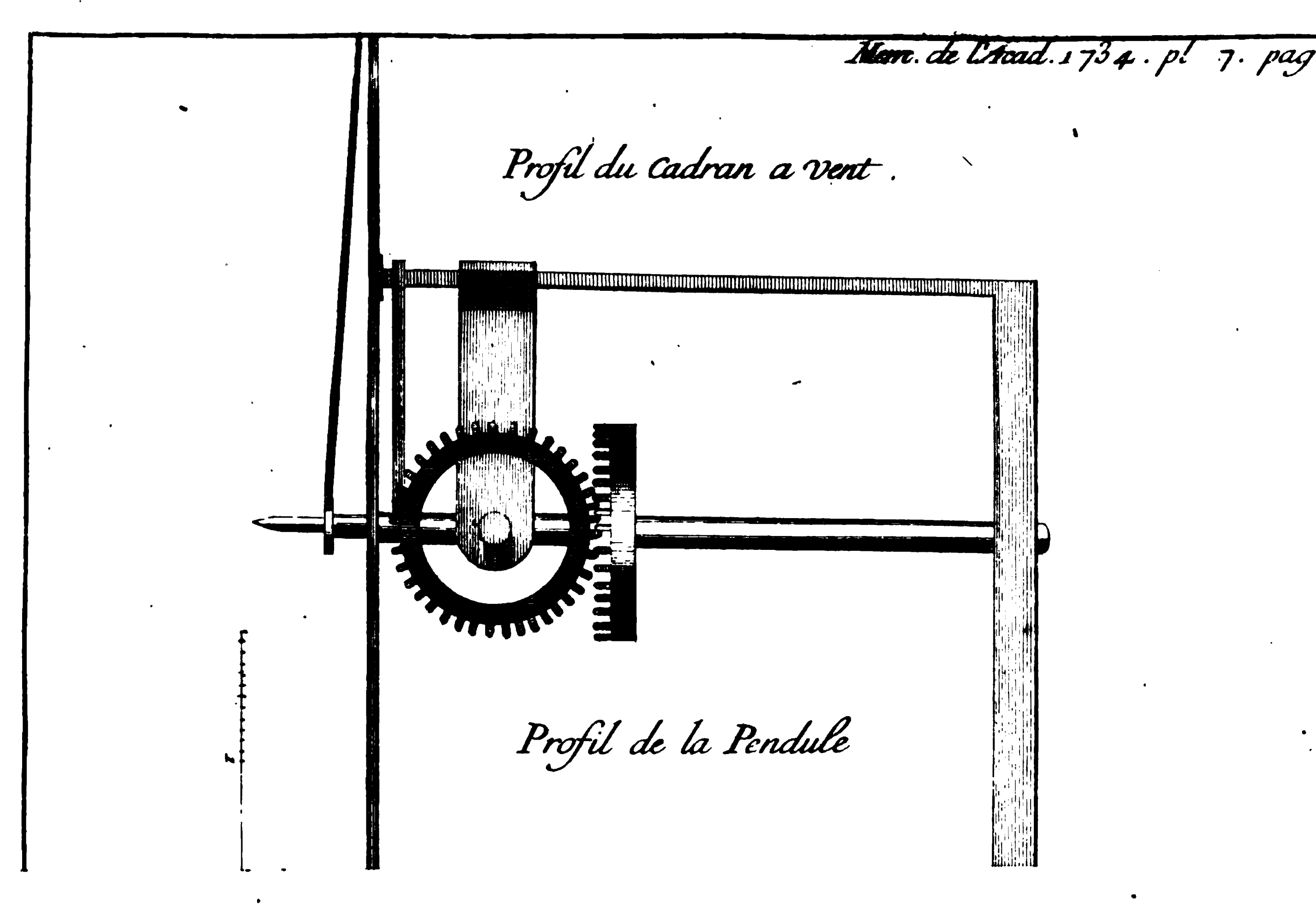


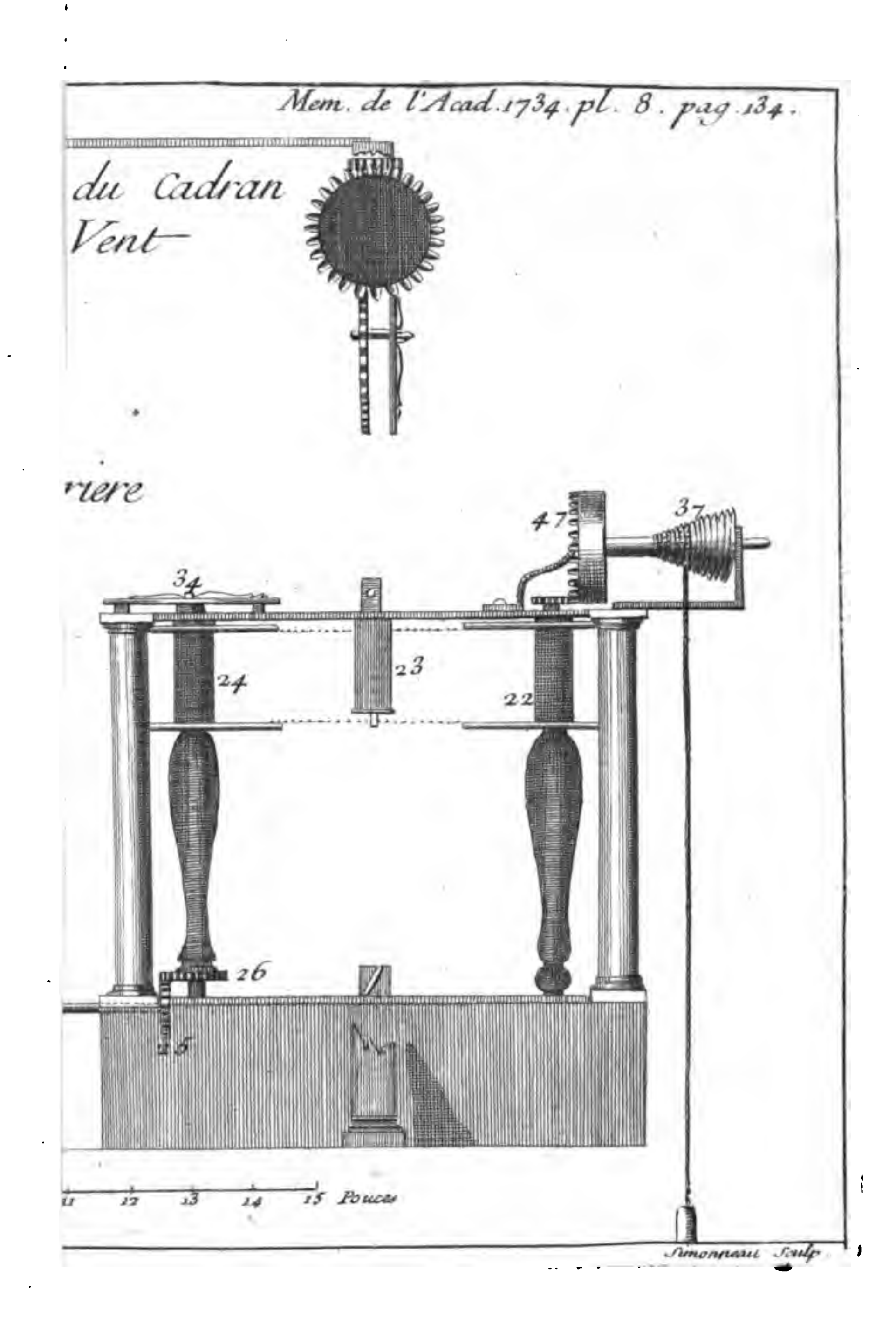
Simonneau Sculp.



Simonneau Sculp.

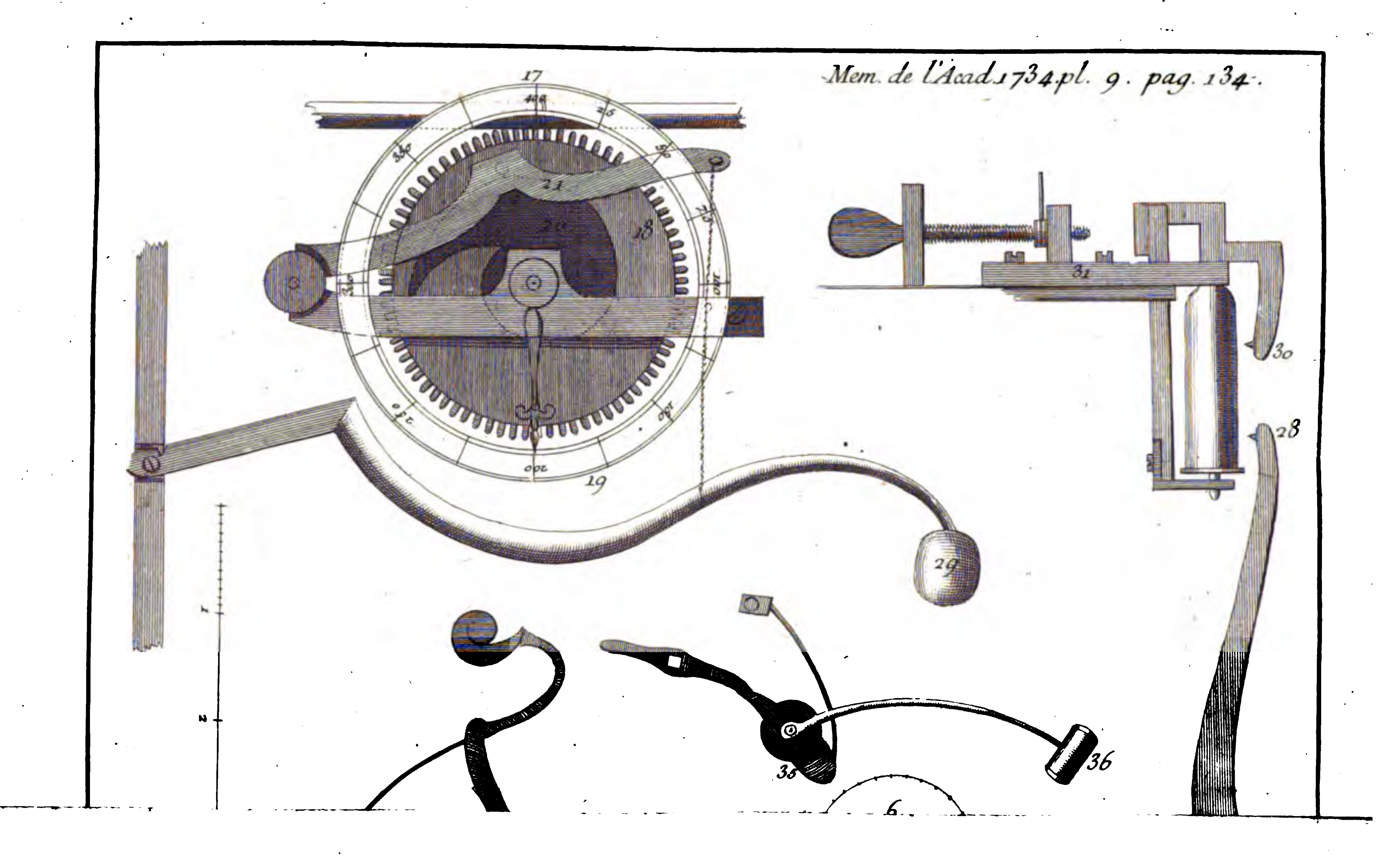


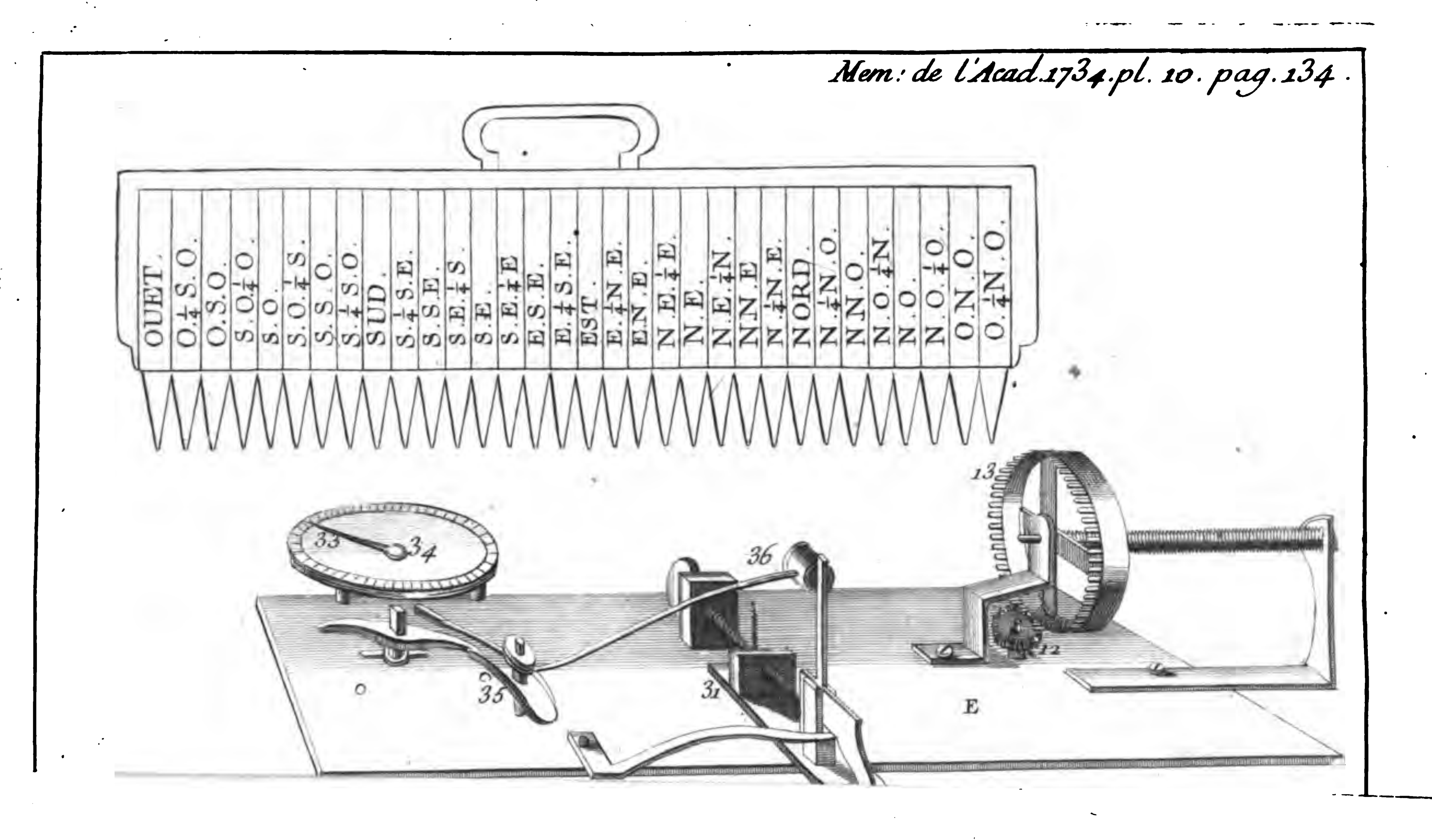

Profil du Cadran a vent.
Profil de la Pendule
1



Mem. de l'Acad. 1734. pl. 8. pag. 134.
du Cadran
Vent
riere
34
47
37
23
24
22
26
25
11 12 13 14 15 Pouces
Simonneau Sculp.

Mem. de l'Acad. 1734. pl. 9. pag. 134.




OUET.
O.¼S.O.
O.S.O.
S.O.¼O.
S.O.
S.O.¼S.
S.S.O.
S.¼S.O.
SUD.
S.¼S.E.
S.S.E.
S.E.¼S.
S.E.
S.E.¼E
E.S.E.
E.¼S.E.
EST.
E.¼N.E.
E.N.E.
N.E.¼E.
N.E.
N.E.¼N.
N.N.E
N.¼N.E.
NORD.
N.¼N.O.
N.N.O.
N.O.¼N.
N.O.
N.O.¼O.
O.N.O.
O.¼N.O.
33
34
35
36
31
13
12
E

DE LA FISTULE LACRYMALE.

Par M. PETIT.

JE divise ce Mémoire en trois parties. Dans la premiére je traite succinctement de l'usage des Larmes ou de la liqueur lacrymale, & des parties qui la filtrent, qui la répandent, qui la rassemblent, & qui la conduisent dans le Nés. Dans la seconde partie, je tâche de découvrir en quoi la structure de ces organes se trouve changée, lorsqu'il survient fistule ; & dans la troisiéme, je propose la maniére de guérir cette maladie, par le moyen d'une opération qui m'est particuliére, & qui m'a toûjours réussi. 20 Février 1734.

PREMIE'RE PARTIE.

Tout le monde sçait que le principal usage de la liqueur lacrymale est de mouiller le globe de l'œil & les paupiéres, pour faciliter le mouvement de ces parties. La glande *E*, Fig. 2. qui filtre cette liqueur, est placée entre la partie supérieure du globe de l'œil & la voûte de l'orbite. En conséquence de cette situation, chaque fois que l'œil se meut, cette glande est légerement comprimée, les larmes en découlent par plusieurs petits conduits, & l'œil est mouillé. C'est ainsi que le mouvement de l'œil favorise l'écoulement des larmes, & que les larmes, en s'écoulant, facilitent le mouvement de l'œil.

Les conduits excréteurs de la glande lacrymale étant placés sous la paupiére supérieure, les larmes qui en découlent, mouillent d'abord la partie supérieure, & ensuite, par leur pente naturelle, elles se répandent universellement sur tout le reste du globe ; mais comme l'œil est sphérique, & que le cartilage des paupiéres est arrondi par le bord qui touche le globe de l'œil, l'angle qui résulte de cet attouchement forme une gouttiére à chaque paupiére, & ces gouttiéres *F*, *F*, Fig. 1.

conduisent les larmes vers le grand angle de l'œil. Les larmes peuvent même s'amasser en assés grande quantité dans ces gouttiéres, sans qu'il s'en répande, parce que le bord extérieur des paupiéres est enduit d'une humeur grasse, qu'on nomme Chassie; & l'on sçait que dans un verre gras, on peut mettre de l'eau beaucoup au dessus des bords, sans qu'il s'en répande.

Quand les paupiéres sont ouvertes, & qu'il coule beaucoup de larmes, il en descend par gouttes de la paupiére supérieure à l'inférieure, ce qui forme sur la surface de l'œil autant de ruisseaux; mais quoique ces différents ruisseaux de larmes soient assés près pour se toucher en s'épanouissant en nape, le milieu de chacun de ces ruisseaux en nape, étant plus épais que ses bords, la nape totale qui en résulte ne seroit point d'égale épaisseur par-tout, si la paupiére à chaque instant ne s'abbaissoit, & ne se relevoit subitement. Ces mouvements presque imperceptibles étendent uniformément les larmes, & rendent la nape totale plus unie, de façon que les rayons visuels n'en souffrent point de réfraction inégale.

Pendant le sommeil, ou quand les paupiéres sont fermées, comme leur bord interne est arrondi, elles ne se touchent que par leur bord extérieur; alors la gouttiére de la paupiére supérieure & celle de l'inférieure se touchent, & n'en font qu'une, qui est plus grande, & qui, appuyée sur le globe de l'œil, fait avec ce globe un canal triangulaire, par lequel les larmes coulent de l'angle externe vers l'angle interne. C'est-là que les larmes forment une espece de lac, en remplissant l'espace qui se trouve entre l'angle interne des paupiéres & le globe de l'œil; car l'angle interne des paupiéres est éloigné du globe de l'œil, de plus de deux lignes. C'est cette distance qui fait la longueur du lac *GI*, où s'assemblent les larmes. Au bord interne de cet espace s'éleve un monticule charnu *H*, par-dessus lequel passent les paupiéres, lorsqu'elles se ferment. Ce monticule charnu, ou cette caroncule, tient les paupiéres soûlevées, & empêche qu'en se fermant, elles ne s'approchent du globe, de sorte qu'en cet endroit il reste un espace entre les paupiéres & le globe;

Fig. 1.

&

& cet eſpace, que rempliſſent les larmes, fait la profondeur du lac, qui eſt meſurée par l'élévation de la caroncule. Dans ce lac ſont, pour ainſi dire, plongées deux petites ouvertures *AA*, qui ſont percées au ſommet de deux petits monticules qu'on remarque au grand angle des paupiéres, l'un au bord de la paupiére ſupérieure, & l'autre au bord de la paupiére inférieure. Ces ouvertures nommées Points Lacrymaux, ſont les embouchures de deux petits canaux qui s'uniſſent, & ne forment plus qu'un canal *B*, lequel va s'ouvrir dans le ſac lacrymal *C*. Ce ſac devient plus étroit, & formant ce qu'on nomme le canal nazal *D*, ſe prolonge dans le nés, où il dépoſe les larmes que les points lacrymaux ont pompées dans le lac, où les gouttiéres des paupiéres les ont conduites.

Les points lacrymaux ſont toûjours ouverts, parce qu'ils ſont cartilagineux; s'ils étoient membraneux, la moindre compreſſion les affaiſſeroit, & ils ne ſeroient pas toûjours dans l'état où il convient qu'ils ſoient, pour recevoir continuellement les larmes, à meſure qu'elles s'aſſemblent au lac lacrymal. De plus, ces ouvertures ſont naturellement tournées du côté de l'œil, & elles s'y tournent encore davantage, lorſque nous fermons l'œil; de maniére qu'elles ne ſont point bouchées par l'approche des paupiéres.

Quand l'œil eſt fermé, le point lacrymal ſupérieur & l'inférieur ſe touchent, mais ſans ſe boucher l'un l'autre, parce qu'ils ne ſe touchent que par la portion qui regarde le bord externe des paupiéres. Chacun des points lacrymaux ſe trouve ainſi ouvert à l'extrémité de la gouttiére de la paupiére dans laquelle il eſt percé, & tous deux ſont plongés dans la gouttiére commune, à l'endroit où elle s'élargit pour former le lac.

Après tout ce qui a été dit, on conçoit bien que, pendant que les yeux ſont fermés, la gouttiére commune que forme l'approche des paupiéres, le lac qui ſe trouve à ſon extrémité interne, & tout l'eſpace qu'il y a entre les paupiéres & le globe de l'œil, ſont un lac commun occupé par les larmes, qui coulent continuellement de la glande

lacrymale, & qui se dégorgent par les points lacrymaux dans le sac lacrymal & dans le nés.

Pour connoître quelles sont les forces qui poussent ainsi les larmes dans le nés, je commence par supposer les points lacrymaux bouchés, pendant que l'œil est fermé, & je demande ce qui doit arriver, si les larmes coulent toûjours entre l'œil & les paupiéres. Dans ce cas, les larmes ne pouvant se dégorger dans le nés, ouvriront les paupiéres, & tomberont sur la jouë, si l'action des muscles & l'adhésion des paupiéres ne sont pas capables de leur résister : or l'on sçait que l'action des muscles tient les paupiéres rapprochées, & que de plus elles sont collées l'une à l'autre par la chassie, qui regne sur le bord par lequel elles se touchent; par conséquent tant que les muscles & cette adhésion seront capables de résister, les larmes rempliront les paupiéres, les soûleveront, & les écarteront du globe de l'œil sans les ouvrir. Si l'interruption du cours des larmes par les points lacrymaux continuë, à la fin les larmes forceront l'adhésion des paupiéres, & se répandront sur la jouë : mais si, dans le temps même que l'action des muscles & l'adhésion des paupiéres sont près de céder à l'effort des larmes, les points lacrymaux viennent à s'ouvrir; alors les larmes ayant leur cours libre par le nés, les paupiéres ne seront point forcées de s'ouvrir; au contraire elles pousseront les larmes dans les points lacrymaux avec toute la force d'un ressort qui se débande.

Ces suppositions ne sont pas inutiles, puisqu'elles font voir que l'action des paupiéres peut, au moins dans certains cas, avoir quelque part au passage des larmes par les points lacrymaux : ainsi les paupiéres étant fermées, ont avec les larmes action & réaction, c'est-à-dire, que les larmes peuvent soûlever les paupiéres, & que le ressort des paupiéres peut pousser les larmes. Quoiqu'il semble que les paupiéres ne peuvent avoir cet usage que pendant le sommeil, cependant si l'on observe bien le mouvement presque imperceptible que font à chaque instant les paupiéres; mouvement auquel j'ai déja donné pour usage d'égaliser & d'applanir les

larmes sur la surface du globe; si, dis-je, on observe ce mouvement, on remarquera qu'il n'est pas toûjours complet, c'est-à-dire, que toutes les fois qu'il se fait, les paupiéres ne se touchent pas exactement; mais que le plus souvent elles se touchent aussi parfaitement que pendant le plus profond sommeil. Il est vrai que cet attouchement ne dure qu'un instant, mais il dure assés pour rapprocher les gouttiéres, comprimer les larmes, & les pousser dans les points lacrymaux.

Ce mouvement des paupiéres est si subit, que quoiqu'on le fasse plusieurs fois pendant la lecture d'un feuillet, cette lecture n'en est point interrompuë. Ce mouvement est plus fréquent dans ceux qui ont l'œil larmoyant, que dans les autres; & tout le monde est obligé machinalement de le faire avec plus de force, & de lui donner plus de durée, toutes les fois que l'abondance des larmes excite une certaine sensation qui occasionne ce mouvement; mouvement auquel on ne fait presque point d'attention, quoiqu'on puisse l'observer à chaque instant, tant sur soi que sur les autres.

La seconde cause du passage des larmes, & celle que je regarde comme la principale, c'est la disposition des points lacrymaux, du sac lacrymal, & du canal qui s'ouvre dans le nés.

Il ne faut que jetter les yeux sur la figure 3, qui représente les points lacrymaux *AA*, leur conduit commun *B*, le sac lacrymal *C*, & le canal nazal *D*. Toutes ces parties sont une même continuité de canal qui, par sa figure & son usage, mérite le nom de *Siphon*, & je le nommerai doresnavant le *Siphon lacrymal*. Deux choses sont essentielles à ce siphon, pour qu'il pompe les larmes; la premiére qu'il soit plein du fluide, & la seconde que la branche, qui trempe dans le fluide, soit plus haute que celle qui le dépose. Soit *AAB* la branche la plus haute du siphon, dont les ouvertures *AA* sont plongées dans le lac lacrymal, & *BCD*, la branche la plus basse qui s'ouvre dans le nés; je dis que

ce ſiphon étant une fois plein de larmes, & les ouvertures *AA* toûjours préſentes au fluide du lac lacrymal, les larmes couleront ſans interruption de la branche la plus haute dans la plus baſſe ; & cela ſuffit pour que les larmes coulent continuellement dans le nés.

J'adjoûte que comme il y a une liqueur muceuſe, qui mouille toûjours la membrane du nés, il y a lieu de croire que l'adhéſion des larmes avec ce mucus, doit encore favoriſer leur écoulement.

J'aurois encore bien des choſes à dire ſur l'écoulement des larmes, ſi je l'examinois dans toutes les attitudes différentes où les yeux peuvent ſe trouver ; mais comme ces recherches curieuſes ne ſont préſentement d'aucune utilité à mon ſujet, je paſſe à la ſeconde partie de ce Mémoire.

SECONDE PARTIE.

En quoy les organes qui ſervent à l'écoulement des larmes ſont changés, lorſqu'ils ſont attaqués de la Fiſtule lacrymale.

J'appelle Fiſtule, tout ulcere dont l'entrée eſt étroite & le fond large, dont les bords & les environs ſont durs & calleux. La fiſtule lacrymale eſt un ulcere de cette eſpece, qui attaque le ſiphon lacrymal, & qui l'ayant percé, permet aux larmes de ſe répandre ſur la jouë. Quoique cette deſcription ne puiſſe convenir qu'à la fiſtule lacrymale, on appelle cependant de ce nom, deux autres maladies bien différentes, dont l'une eſt à la vérité lacrymale, mais elle n'eſt point fiſtule ; & l'autre eſt fiſtule, mais elle n'eſt point lacrymale.

La premiére eſt une petite tumeur, qui s'éleve au-deſſus du bord de l'orbite, entre l'angle interne des paupiéres & la racine du nés. Cette tumeur eſt pour l'ordinaire une ſuite de l'obſtruction du ſiphon lacrymal du côté du nés ; les larmes que les points lacrymaux y conduiſent ne pouvant s'écouler dans le nés, s'accumulent & font effort pour dilater

ce ſiphon; mais parce que la partie étroite & baſſe du ſiphon eſt renfermée dans un canal oſſeux, elle réſiſte, & tout l'effort que font les larmes, ſe paſſe ſur la partie large appellée ſac. Ce ſac n'a que ſa moitié interne renfermée dans une gouttiére oſſeuſe; l'autre moitié, qui n'eſt couverte que de membranes, obéit & céde à l'effort des larmes, qui, en s'accumulant en ce lieu, le dilatent, l'étendent, & le pouſſent au dehors. Quand on comprime cette tumeur, elle diſparoît, parce que cette compreſſion oblige les larmes renfermées dans la tumeur, de repaſſer dans le grand coin de l'œil par les points lacrymaux; mais quelque temps après elle reparoît, à meſure qu'il rentre des larmes à la place de celles que l'on a obligé de ſortir.

Quoique cette maladie ne ſoit, à proprement parler, qu'une rétention de larmes, qu'elle ne ſoit le plus ſouvent accompagnée ni d'ulcération, ni de dureté, ni de calloſité, on lui a cependant donné le nom de Fiſtule lacrymale; peut-être parce qu'elle eſt ſouvent la cauſe de cette fiſtule; peut-être auſſi parce que, lorſqu'on a donné ce nom à cette maladie, ne connoiſſant pas encore les points lacrymaux, on a pris pour un trou fiſtuleux, celle de ces ouvertures naturelles par laquelle on voyoit ſortir la matiére, à meſure que l'on preſſoit la tumeur. Ce qui pouvoit d'autant mieux tromper, c'eſt que ſouvent il ſort avec les larmes une matiére blanche aſſés ſemblable à du pus, ce qui n'eſt cependant que des larmes qui ont ſéjourné; & l'on voit même ſortir du pus bien formé, dans celles de ces tumeurs auxquelles il eſt ſurvenu inflammation. Cette maladie, qui n'eſt point fiſtule lacrymale, doit être nommée *Rétention de larmes*, & l'on ne peut lui refuſer ce nom, ſi l'on fait attention au rapport qu'elle a avec la rétention d'urine. En effet, les points lacrymaux dépoſent les larmes dans le ſac lacrymal, comme les ureteres dépoſent les urines dans la veſſie. Le canal nazal conduit les larmes dans le nés, comme l'uretre conduit les urines au dehors. L'obſtruction de celui-ci eſt cauſe de la rétention des urines dans la veſſie, & l'obſtruction du conduit nazal, qui empêche

les larmes de couler dans le nés, les retient dans le ſac lacrymal.

Dans la premiére partie de ce Mémoire, j'ai regardé l'action des paupiéres comme une des cauſes qui oblige les larmes à couler dans les points lacrymaux; ſi l'on pouvoit douter de cette vérité, on en trouveroit une preuve bien ſenſible dans la rétention des larmes. En effet, on ne peut pas nier que dans cette maladie, les larmes n'entrent dans le ſac lacrymal; & l'on ne peut pas dire qu'elles y entrent par le méchaniſme du ſiphon lacrymal, puiſque ce ſiphon eſt bouché : mais comme l'action des paupiéres eſt dans ce cas, l'unique cauſe capable de déterminer les larmes à entrer dans les conduits lacrymaux, il en faut néceſſairement conclurre que l'action des paupiéres eſt réellement une des cauſes qui pouſſent les larmes par les points lacrymaux & dans le ſac lacrymal.

L'écoulement des larmes ne ſe faiſant plus du côté du nés, ce ſac en eſt rempli, & par la ſuite il eſt ſi conſidérablement dilaté, qu'il forme cette tumeur lacrymale du grand angle, que j'ai dit être mal-à-propos nommée Fiſtule lacrymale. Ce qu'il y a de particulier, c'eſt que la force avec laquelle les paupiéres pouſſent les larmes, & qui paroît peu de choſe, ſoit cependant capable de dilater le ſac lacrymal, & de forcer ſon reſſort juſqu'à le percer & le rompre. On ſeroit étonné de ce fait, ſi l'on ne ſçavoit que les fluides qui ſont pouſſés par une petite ouverture dans un lieu ſpacieux, comme dans une veſſie, agiſſent ſur chaque partie de cette veſſie égale à l'ouverture, avec la même force qui pouſſe le fluide dans cette ouverture; de ſorte que ſi le fluide qui entre a un degré de force, & que la ſurface de la veſſie ait 1000 parties égales à l'ouverture, la veſſie ſera dilatée par 1000 degrés de force, quoique la liqueur ne ſoit pouſſée que par un degré. Ainſi la force, avec laquelle les larmes ſont pouſſées dans les points lacrymaux, ſera à celle par laquelle le ſac eſt dilaté, comme le diametre des points lacrymaux eſt à la capacité du ſac.

Pour que la tumeur causée par la rétention des larmes, telle que je viens de la décrire, se change en fistule lacrymale, il faut qu'elle dégénére en ulcere, & que les bords de cet ulcere, & même les environs, durcissent & deviennent calleux. Souvent toutes ces choses se suivent si promptement, qu'on n'a pas le temps d'appercevoir l'ordre de leurs successions; mais il est des cas dans lesquels la lenteur a permis de les examiner. Comme mon dessein n'est pas de traiter à fonds cette matiére, je me contenterai de rapporter l'ordre ordinaire des principaux changements.

Les larmes retenuës font une tumeur, qui, dans certaines personnes, subsiste pendant plusieurs années, sans leur causer d'autre incommodité que le larmoyement. Ceux qui sont affligés de cette tumeur, sont obligés de la presser plusieurs fois par jour, & elle diminuë à proportion de la quantité de l'humeur qui sort par les points lacrymaux. Dans l'espece dont il s'agit, s'il ne sort que des larmes, c'est lorsqu'elles sont douces & sans salure; ce qui fait qu'elles séjournent sans fermenter, & sans causer de douleur, ni d'inflammation. D'ailleurs le sac souvent vuidé par la compression, ne souffre point d'extension extraordinaire; & la tumeur est long-temps sans augmenter, sur-tout si le Malade n'a pas naturellement beaucoup de larmes. Il n'en est pas de même de ceux qui ont beaucoup de larmes, ni de ceux en qui les larmes sont salines.

Dans les premiers, le sac se remplit plus souvent que dans les autres, & les Malades sont obligés de le vuider presque toutes les heures. C'est à quoi ils peuvent bien être attentifs pendant le jour; mais la nuit, n'étant point avertis de la nécessité de comprimer le sac, ils l'abandonnent à la puissance des larmes qui, continuellement poussées dans les points lacrymaux, forcent les parois du sac, le déchirent & le percent à la fin. Les larmes se répandent alors sous la peau des paupiéres; & j'ai quelquefois vû paroître au reveil, ces sortes de tumeurs sous la forme d'un œdeme ou d'une bouffissure, qui, par le secours de la compression, diminuë

& diſparoît quelquefois entiérement; car cette premiére crevaſſe n'eſt pas conſidérable; mais elle augmente les nuits ſuivantes; l'œdeme alors eſt plus conſidérable, & la compreſſion peut bien le diminuer, mais elle ne peut faire qu'il diſparoiſſe entiérement. C'eſt ainſi que de jour en jour le mal augmente, que l'œdeme s'enflamme, qu'il ſuppure & forme un ulcere caverneux.

Ceux qui ont les larmes âcres, quoiqu'en médiocre quantité, peuvent, en comprimant pendant le jour, empêcher le ſéjour des larmes, & par ce moyen éloigner l'inflammation; mais la nuit les larmes ſéjournent, & par leur âcreté elles irritent & enflamment le ſac, qui eſt pour lors d'autant plus ſuſceptible d'irritation, qu'il eſt plus tendu & plus dilaté par la rétention des larmes; le ſac enflammé ſuppure; l'abcès eſt ouvert, ou s'ouvre de lui-même; & voilà encore un ulcere caverneux, par lequel ſortent enſemble & le pus & les larmes. L'un & l'autre, je veux dire le pus & les larmes, par ſucceſſion de temps endurciſſent la peau & les chairs; alors voilà une vraye fiſtule lacrymale.

La troiſiéme maladie à laquelle on donne ce nom, eſt celle que j'ai dit être fiſtule ſans être lacrymale; c'eſt la ſuite d'un petit abcès au coin de l'œil, lequel s'ouvre ſouvent de lui-même; & il devient fiſtuleux, comme le deviennent les abcès du bord de l'anus, & pluſieurs autres qu'on laiſſe percer par le pus, & qu'on néglige d'ouvrir. Ce qui a pû faire croire à quelques-uns, que cette fiſtule eſt lacrymale, c'eſt que dès le commencement de la maladie, il y a toûjours larmoyement, parce que les points lacrymaux ſont ſi voiſins qu'ils ſont bouchés par l'inflammation; mais l'abcès étant percé, l'inflammation ſe diſſipe, les points lacrymaux s'ouvrent, & les larmes coulent à l'ordinaire. La fiſtule dont je veux parler n'eſt point lacrymale, parce que les larmes ne coulent point par l'ouverture fiſtuleuſe; & elles ne coulent point par cette ouverture, parce que le ſac lacrymal n'eſt point percé, comme j'ai fait voir qu'il l'eſt dans les deux autres cas.

Comme

Comme ce Mémoire ne renferme point une hiſtoire complette de la Fiſtule lacrymale, je ne dirai rien des ſignes qui caractériſent chacune de ces maladies ; je paſſerai même ſous ſilence toutes les cauſes capables d'obſtruer le canal nazal. Il me ſuffit de faire remarquer que cette obſtruction eſt la principale cauſe de tous les dérangements qui arrivent aux organes qui ſervent à l'écoulement des larmes ; & que pour guérir la Fiſtule lacrymale, ne la regardant que comme une maladie organique, il eſt eſſentiel, non ſeulement d'ouvrir la fiſtule, mais de déboucher le canal nazal, & de le conſerver ouvert après la guériſon.

TROISIEME PARTIE.

De l'opération de la Fiſtule lacrymale.

Ayant paſſé ſous ſilence les cauſes premiéres de cette maladie, je me diſpenſerai auſſi de rapporter les remedes dont on ſe ſert ordinairement pour combattre ces cauſes ; faiſant donc abſtraction de tout ce qui peut être étranger à mon ſujet, il ne s'agit plus que de rétablir une machine hydraulique dérangée ; machine dont on connoît la ſtructure, ainſi que la cauſe immédiate de ſon dérangement.

Les larmes ne coulent point dans le nés, elles tombent ſur la jouë, elles ſont retenuës dans le ſac lacrymal, elles dilatent ce ſac, elles y cauſent tenſion, inflammation, rupture & fiſtule. La cauſe de tous ces effets eſt l'obſtruction du ſiphon lacrymal. Pour détruire ces effets, il ne s'agit donc que de déboucher ce ſiphon, puis les larmes couleront dans le nés, & alors plus de larmoyement, plus de rétention de larmes, plus d'inflammation, de rupture ni de fiſtule.

Pour déboucher ce ſiphon, je fais une inciſion au ſac lacrymal, j'y introduis une ſonde canelée, je la pouſſe juſques dans la narine, & par ce moyen je débouche le canal. *Voyés la Fig. 4.* La cannelure ou gouttiére de cette ſonde me ſert à conduire dans la voye qu'elle vient de retracer, une bougie avec laquelle je tiens ce canal ouvert. Je change tous les jours

cette bougie. J'en cesse l'usage, quand je crois que la surface interne du canal est bien cicatrisée; alors les larmes reprennent leur cours naturel de l'œil dans le nés, & la playe extérieure se réunit en deux ou trois jours.

Voilà en peu de mots l'opération que j'ai pratiquée avec succès depuis plusieurs années. Je n'entre point dans le détail du manuel, personne ne doute que la parfaite exécution ne dépende de la dextérité de l'opérateur.

Toute difficile que paroisse cette opération, elle est cependant si simple & si conforme aux loix naturelles, que je me dispenserois d'insister sur les raisons de préférence, si les autres façons d'opérer ne trouvoient encore des partisans; mais comme on ne peut en juger que par comparaison, je vais rapporter succinctement celles de ces méthodes qui sont ou qui ont été les plus usitées.

Avant que le Siphon lacrymal fût connu, on se contentoit de faire l'ouverture de la fistule. L'ignorance où l'on étoit sur le méchanisme de cette partie ne permettoit pas de porter les vûës plus loin; aussi ne réussissoit-on pas, à moins qu'il n'arrivât quelqu'un des hasards dont nous parlerons ci-après. Mais il est étonnant que depuis qu'on a connu les points lacrymaux, le sac lacrymal & le canal nazal, on se soit contenté pendant plusieurs années de faire à cette fistule, pour toute opération, une simple ouverture. C'est sans doute parce que l'on ne soupçonnoit pas que l'obstruction du canal lacrymal fût la cause du larmoyement; ceux qui depuis l'ont connu ou soupçonné, ont imaginé de pratiquer un trou, du sac nazal dans le nés, pour ménager le passage des larmes. Ce trou se faisoit à la hauteur des points lacrymaux, soit avec un poinçon, soit avec un fer pointu rougi au feu. Le premier moyen ne réussissoit jamais; & si le second a réussi quelquefois pour la fistule, il restoit toûjours un larmoyement. Le poinçon ne faisant son trou qu'en écartant les parties, il devenoit inutile, parce que la réunion s'en faisoit même assés promptement. Le fer rouge faisoit mieux, parce qu'en brûlant, il occasionnoit une perte de substance qui laissoit un

troù par lequel on espéroit que les larmes se procureroient d'elles-mêmes un passage dans le nés; mais voyant que malgré cela le larmoyement subsistoit, on a crû qu'après la guérison de la fistule, ce troù se bouchoit; & qu'il ne se bouchoit, que parce que l'on ne l'avoit pas conservé ouvert pendant tout le traitement, ou du moins jusqu'à ce qu'il fût cicatrisé au point que les chairs en croissant ne pussent le boucher. C'est pour cela que depuis on a fait tout ce que l'on a pû pour conserver l'ouverture, soit avec des tentes de linge, soit avec des sondes, ou des cannules de plomb, d'or ou d'argent.

J'ai moi-même fait cette opération, & j'étois bien persuadé que le nouveau conduit que j'avois pratiqué s'étoit conservé, puisqu'après la guérison de la fistule, le malade en se mouchant faisoit sortir l'air par les points lacrymaux; cependant je n'eus point la satisfaction d'avoir remédié au larmoyement. Ayant réfléchi sur ce fait, je me persuadai que, pour que les larmes coulassent librement dans le nés, un canal quelconque ne suffisoit pas, & qu'il en falloit un, tel que la Nature nous l'a donné. En effet, en perçant un trou à la hauteur des points lacrymaux, le nouveau canal *AABN* abolit la fonction du siphon lacrymal; la longue branche de ce siphon *BD*, devient inutile, & les larmes perdent la pente qui les conduisoit dans le nés. Par mon opération, je ne change point la construction naturelle du Siphon, sa branche inférieure conserve toute sa longueur, & les larmes toute la pente qui les conduit dans le nés. Fig. 3.

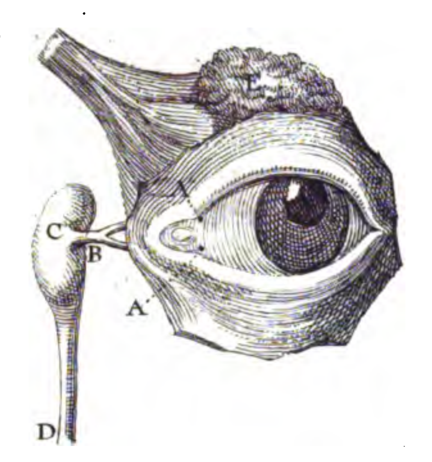
Si par la méthode ordinaire quelqu'un a paru guéri sans larmoyement, il ne faut point l'attribuer à cette méthode. Il y a des personnes qui ont l'œil moins larmoyant que d'autres, & celles-là peuvent bien se passer de quelqu'une des causes qui facilitent l'écoulement des larmes. De plus, cela dépend aussi de la direction qu'on donne à l'instrument avec lequel on perce; car, si au lieu de lui donner une direction horisontale, on le pousse obliquement de haut en bas, alors on forme un canal plus long, & la pente des larmes en est

moins diminuée. D'ailleurs si par cette méthode l'on a vû des malades guéris sans larmoyement, ce peut être parce que le canal nazal s'est débouché naturellement, dans le même temps que le nouveau trou s'est fermé ; ce qui a rétabli la fonction du siphon lacrymal. Il n'est point douteux que le canal nazal ne puisse quelquefois se déboucher sans opération. On en a l'exemple dans ceux à qui on guérit la tumeur lacrymale, par le moyen d'un bandage compressif ; & c'est sans doute aussi parce que ce canal peut se déboucher naturellement, que la tumeur, & même la Fistule lacrymale se sont quelquefois guéries sans y rien faire. Ces cas ne sont pas sans exemple.





Fig. 2



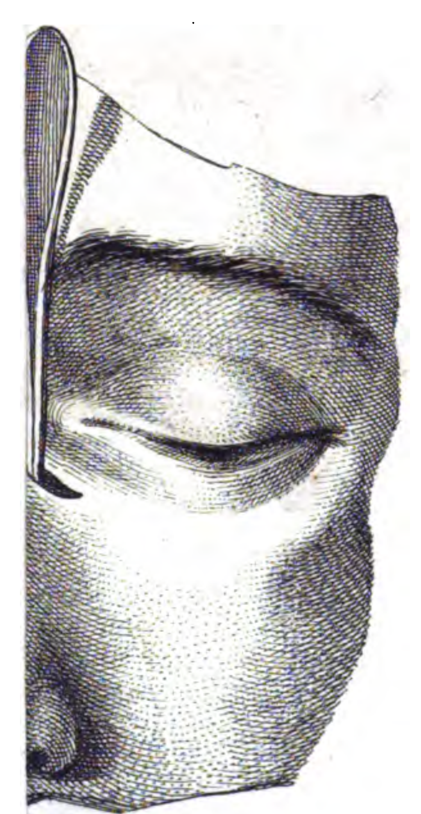
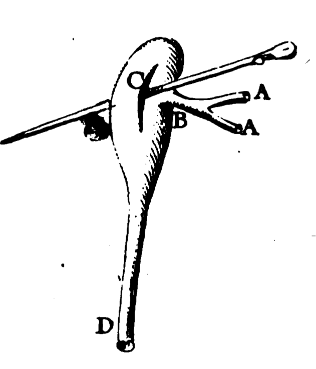


Fig. 3



Simonneau Sculp.

SUR LES LIGNES COURBES QUI SONT PROPRES A FORMER LES VOUTES EN DOME.

Par M. BOUGUER.

PLUSIEURS personnes ont traité avec beaucoup de soin des Voutes en simple Arc : les derniers Volumes des Mémoires de l'Académie contiennent d'excellents morceaux sur cette matiére, entre lesquels on doit citer avec distinction ceux de M. Couplet. Il ne reste que les Voutes en Dome que personne, que je sçache, n'a examinées. L'utilité que peut avoir cet examen, me l'a fait entreprendre: l'usage des Domes est très-fréquent dans plusieurs de nos Edifices. Je montrerai qu'une infinité de lignes courbes sont propres à former ces sortes de Voutes, & j'indiquerai en même temps la maniére de les choisir. Je supposerai toûjours que les pierres ou les Voussoirs ont leurs surfaces infiniment polies : si un Dome doit se soûtenir dans cette supposition, on n'en sera que plus sûr qu'il se soûtiendra dans l'état actuel où sont les choses, lorsque les Voussoirs ne peuvent glisser les uns contre les autres qu'avec une assés grande difficulté. 19 Mai 1734.

BbA (Fig. 1.) est la courbe qui forme le Dome par sa révolution autour de son axe, la verticale *AD*. Cette ligne courbe passe dans tous les points *B*, *b*, &c. par le milieu de l'épaisseur *KL*, *HI*, &c. de la Voute, épaisseur que nous regardons ici comme très-petite, & qui l'est toûjours en effet par rapport aux dimensions du Dome. Tous les joints, comme *KL*, *HI*, &c. des Voussoirs sont aussi supposés ici perpendiculaires à la même courbe *BbA*, comme ils le sont ordinairement. Si l'on considere après cela une partie *HAh* du Dome, il est évident qu'elle poussera tous les Voussoirs Fig. 1.

Fig. 1. *HL* qui sont immédiatement au dessous, selon la perpendiculaire *bC* au joint *HI*, ou selon le prolongement du petit côté *Cb* de la courbe. Mais à mesure qu'on considérera des points plus bas, la direction doit changer, parce que la pesanteur de chaque assise s'adjoûte successivement à l'effort que fait la partie supérieure. Cette partie pousse au point *b* selon *bC*, & l'effort est exprimé, si on le veut, par *bC* même. Mais si l'on suppose toute la pesanteur du Voussoir *HL* réunie dans le point *b*, ce qu'il est permis de faire aussi-tôt que l'épaisseur *Bb* des Voussoirs est infiniment petite, on n'aura qu'à représenter cette pesanteur par la petite verticale *bF*; & si on la compose avec l'effort *bC* que fait la partie supérieure, on aura dans la diagonale *bG* du parallelogramme *CbFG* la direction de l'effort total que fait la partie supérieure augmentée par en bas d'une assise, c'est-à-dire, l'effort que fait toute la partie *KAk*. La direction de la pression se trouve ainsi continuellement détournée; elle forme une courbe, qui peut se confondre avec la courbe *ACbB*, mais qui peut aussi en être différente, comme elle l'est ici.

Cette différence est susceptible de plusieurs cas. 1.° Si la partie *Bb* de la courbe qui forme le Dome se trouve située par rapport à *bG*, comme dans la Figure premiére, la Voute doit se soûtenir, pourvû que la courbe *AbB* n'ait aucune partie horisontale. Car le joint *KL* étant perpendiculaire à la courbe, il sera oblique par rapport à la direction de l'effort *bG* que fait le Voussoir *HL*, tant par sa propre pesanteur que par la pression de la partie supérieure de la Voute. Mais la maniére dont la direction *bG* est oblique par rapport au joint *KL*, est cause que l'effort *bG* ne tend qu'à faire avancer le Voussoir *HL* vers le centre du Dome, ou à le faire tomber en dedans; & c'est ce qui ne peut point arriver, puisque tous les autres Voussoirs de la même assise s'y opposent, en faisant un égal effort. En un mot toute la partie de l'effort *bG*, qui ne tombe pas sur le joint *KL*, tombe sur les joints montants ou verticaux, & en est soûtenuë, & il n'y a point par conséquent ici d'écroulement à

craindre, comme il y en auroit dans une Voute à ſimple Arc, où l'effort que font les Vouſſoirs n'eſt porté que par les ſeuls joints horiſontaux. Or il ſuit de-là que toutes les lignes courbes, ſans en excepter une ſeule, qui tournent leur convéxité vers leur axe, ſont propres à former des Domes, pourvû que par leur extrémité *B* elles ne deviennent pas tout-à-fait paralleles à l'horiſon. Fig. 1.

2.° Le petit côté *bB* peut être ſitué préciſément ſur *bC*, prolongement de *Cb*, c'eſt-à-dire, que la ligne *AbB* peut être droite, & alors la Voute, qui ſera parfaitement conique, & qui prendra le nom de Flêche ou d'Aiguille, n'en ſera pas moins ſtable, car l'effort *bB* ne tendra encore qu'à faire entrer le Vouſſoir, & c'eſt ce que ſa figure & ce que ſon équilibre avec les autres de la même aſſiſe doivent empêcher. Ainſi nous voyons encore que toutes les Voutes en Aiguilles ſont parfaites, & qu'elles doivent ſe ſoûtenir, ſans qu'il importe quel angle aigu ou obtus faſſent au ſommet les côtés du cone.

Enfin 3.° ſi le petit côté *bB* de la courbe, au lieu d'être extérieur par rapport à *bC* comme dans les Voutes repréſentées par la premiére Figure, ou au lieu d'être ſitué ſur *bC*, comme dans les Voutes coniques, lui eſt intérieur comme dans la Figure 2; la Voute ſe ſoûtiendra encore, pourvû que *bB* ne ſoit pas en même temps intérieur par rapport à *bG*. La petite ligne *bC* eſt toûjours le prolongement du petit côté *Cb*, & repréſente l'effort que fait la partie ſupérieure du Dome, pendant que *bF* repréſente la peſanteur particuliére du Vouſſoir *HL*, & que *bG*, diagonale du parallelogramme *CF*, repréſente l'effort compoſé qui réſulte des deux. Or ce dernier effort s'occupe encore ici à pouſſer le Vouſſoir en dedans, & quand même *bB* ſeroit ſitué exactement ſur *bG*, il n'y auroit encore aucun riſque, puiſque tout l'effort que feroit le Vouſſoir *HL* ne tendroit qu'à l'appliquer fortement contre le Vouſſoir inférieur, en agiſſant ſelon une direction perpendiculaire au joint *KL*. Mais ce ne ſeroit pas la même choſe ſi la courbûre augmentoit trop ſubitement, Fig. 2.

Fig. 2. ou si bB devenoit intérieur par rapport à bG. Alors le Dome tomberoit, parce que les Voussoirs, comme HL, seroient poussés en dehors, & qu'aucun obstacle ne les empêcheroit de suivre ce mouvement. Quoi qu'il en soit, il est clair que comme bB peut avoir une infinité de diverses situations entre bC & bG, il peut y avoir aussi une infinité de courbes convexes propres à former des Domes, & que celle qui a le plus de courbûre, ou qui est la plus convexe, & qu'on peut regarder comme la *derniére de toutes*, a ses petits côtés, comme bB, exactement situés sur les directions bG. Les joints verticaux ne supportent dans celle-ci aucune partie de l'effort, puisque les Voussoirs ne sont point poussés en dedans. Aussi le moindre agent extérieur est-il capable de renverser cette derniére Voute; & quoiqu'elle se soûtienne, elle est toûjours prête à tomber.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire, qu'il ne peut y avoir de difficulté à choisir les lignes courbes qui ont l'usage que nous demandons, que lorsqu'elles tournent leur convéxité en dehors. Toutes les lignes courbes qui sont concaves, comme dans la Fig. 1, peuvent être employées avec succès, de même que les lignes droites, sans qu'il importe quel angle elles fassent au sommet A. Mais lorsque la courbe est convexe, comme dans la Fig. 2, il faut qu'elle ne soit pas trop courbe, il faut que le petit côté bB ne soit point intérieur par rapport à bG, ou, ce qui revient au même, il faut que la petite ligne CB, interceptée entre la courbe & sa tangente, ne soit pas plus grande que CG, il faut que $CG \geqq CB$, & c'est ce qu'on ne peut gueres vérifier que par le calcul.

Si nous prolongeons le côté bC jusqu'à la rencontre M de l'axe, & de la tangente tirée de l'autre côté du Dome, & que prenant l'espace MN pour représenter la pesanteur de toute la partie HAh de la Voute, nous décomposions cette pesanteur en achevant le parallelogramme $NOMP$, nous aurons MO pour l'expression de l'effort que fait la Voute sur le Voussoir HL, en poussant perpendiculairement au

au joint HI; & on voit que si bC est égal à cet effort, comme nous l'avons supposé ci-devant, la petite ligne be qui est parallele à l'axe, & qui est égale à δd, sera égale à MQ qui représente la pesanteur de la partie AH de la Voute. Or nous n'avons qu'à nommer x les abscisses ou les parties de l'axe AD, y les ordonnées, comme BD, & e les épaisseurs HI, KL, de la Voute, nous aurons be ou $bE = dx$, $BE = dy$, $bB = \sqrt{dy^2 + dx^2}$, & $e\sqrt{dy^2 + dx^2}$ pour le petit trapeze HL, que nous n'avons qu'à multiplier par l'ordonnée y, pour avoir la quantité $ey\sqrt{dy^2 + dx^2}$ qui peut désigner la pesanteur de chaque Voussoir, pendant que l'intégrale $\int ey\sqrt{dy^2 + dx^2}$ désignera la pesanteur de la partie entiére HA de la Voute. Nous n'avons que faire de dire que nous ne multiplions par y, que parce que les Voussoirs qui supportent la partie HA sont plus larges à mesure que la circonférence du Dome se trouve plus grande. Maintenant si nous faisons attention que la petite ligne CG ou bF représente la pesanteur du Voussoir HL, pendant que bC représente l'effort que fait la partie supérieure, & que be représente la pesanteur de cette partie, nous pourrons faire cette proportion, la pesanteur $\int ey\sqrt{dy^2 + dx^2}$ de HA est à $be = bE = dx$, comme la pesanteur $ey\sqrt{dy^2 + dx^2}$ du Voussoir HL est à $bF = CG = \frac{eydx\sqrt{dy^2 + dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2 + dx^2}}$. Enfin comme la petite ligne CB, interceptée entre la courbe & la tangente, est la différentielle des dx, pendant que les dy sont constantes, nous aurons $\frac{eydx\sqrt{dy^2 + dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2 + dx^2}} \geqq ddx$ pour l'expression analytique de $CG \geqq CB$. Cette formule nous fera connoître toutes les courbes dont on peut se servir pour former des Voutes en Dome, & parmi toutes ces courbes Fig. 2.

Fig. 2. l'équation $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = ddx$ nous indiquera la plus convexe, ou la *derniére* qui y est propre.

Cette formule se change en $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{ddx} \geqq \int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ qui nous suggere une nouvelle remarque sur la propriété des courbes dont il s'agit ici. La formule sous la premiére forme nous apprenoit qu'il faut exclure, ou ne point employer les lignes dont la courbûre est trop subite, les lignes dont les branches ne s'ouvrent point assés. Elles peuvent s'ouvrir de plus en plus, jusques-là qu'elles peuvent devenir presque horisontales : mais de l'autre côté elles ont un terme, leurs branches ne doivent pas trop se fermer, ou ne doivent pas tendre trop promptement au parallelisme avec l'axe. Maintenant nous voyons que ces courbes qui sont trop convexes, donnent à la partie supérieure de la Voute une trop grande pesanteur $\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$; & il est très-facile de voir, en jettant les yeux sur la Figure, qu'un de ces inconvénients revient à l'autre. Si l'on augmente trop la pesanteur de la partie supérieure *HA*, l'effort *bC* devient trop grand par rapport à la pesanteur *bF* du Voussoir *HL*, l'angle *CbB* devient trop petit, & alors la direction *bG* de l'effort composé se trouve extérieure par rapport à *bB*, ce qui montre que le Voussoir est plus poussé en dehors par la pression selon *bC* que fait la partie supérieure de la Voute, qu'il n'est sollicité à avancer en dedans par sa propre pesanteur. Or dans ce cas l'assise entiére doit faillir en dehors, & le Dome doit tomber. La pesanteur de chaque partie *HA* a donc un certain terme qu'elle ne doit point passer : mais notre formule nous montre que cette même pesanteur peut être aussi petite qu'on le veut, & qu'elle peut même être nulle sans inconvénient. En effet, si l'on supprimoit toute la partie supérieure du Dome, il est

évident que le reste se soûtiendroit également, par la raison que chaque assise étant circulaire, le Dome est, pour ainsi dire, plus Voute que les autres Voutes. Fig. 2.

Pour montrer maintenant l'usage de notre formule, nous commencerons par la solution d'un Probleme qu'on peut regarder comme le premier, dans lequel connoissant la courbe, il s'agit de trouver l'épaisseur qu'on doit donner en chaque endroit. Nous pouvons représenter la formule $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} \geqq ddx$, ou $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} \geqq \frac{ddx}{dx}$ par l'équation $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{ddx}{dx} + \frac{dt}{t}$, en prenant t pour une quantité variable quelconque, qu'il suffit de ne faire ni décroissante ni négative, & qu'il n'y aura simplement qu'à rendre constante, afin de faire disparoître le terme $\frac{dt}{t}$, lorsqu'on voudra avoir le cas extrême marqué par l'équation $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{ddx}{dx}$. Si l'on integre, on aura $L\int ey\sqrt{dy^2+dx^2} = Ldx + Lt$, ou plûtôt $L\int ey\sqrt{dy^2+dx^2} - La = Ldx - Ldy + Lt$, en rendant l'intégrale exacte par le moyen des constantes a & dy. Cette même intégrale se réduit par la propriété des logarithmes à $L\frac{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} = L\frac{tdx}{dy}$ & à $\frac{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} = \frac{tdx}{dy}$. Redescendant après cela aux différentielles, on aura $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} = \frac{dtdx+tddx}{dy}$, & enfin $e = \frac{adtdx+atddx}{ydy\sqrt{dy^2+dx^2}}$ qui nous fournit en grandeurs entierement connuës toutes les diverses épaisseurs e que peut avoir le Dome. Il n'y a qu'à mettre à la place de t quelle puissance ou quelle fonction on voudra de y ou de x; & de cette sorte on

Fig. 2. convertira l'expression précédente en d'autres qui seront encore absolument générales, dans ce sens-là, qu'on pourra les appliquer à toutes les diverses courbes.

Au lieu de rendre notre formule $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} \geq \frac{ddx}{dx}$ par l'équation $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{ddx}{dx} + \frac{dt}{t}$, nous pouvons encore la représenter, quoiqu'avec quelque limitation, par l'équation $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{pddx}{dx}$, pourvû que nous prenions pour p un nombre constant quelconque, qu'il suffit de ne pas faire plus petit que l'unité. Or en procédant précisément comme nous venons de faire, c'est-à-dire, en intégrant, si on le veut, par le moyen des logarithmes; en passant des logarithmes aux grandeurs mêmes, en redescendant aux différentielles, & en dégageant e, on trouvera $\frac{padx^{p-1}ddx}{ydy^p\sqrt{dy^2+dx^2}}$ pour l'épaisseur que doit avoir la Voute. Il est toûjours facile de réduire cette expression, de même que la premiére, à des grandeurs purement finies; & on voit qu'elles donnent également $e = \frac{addx}{ydy\sqrt{dy^2+dx^2}}$, lorsque dans l'une on traite t comme une quantité constante, & que dans l'autre on fait $p = 1$.

Si l'épaisseur au contraire est donnée, & qu'il s'agisse de reconnoître si un Dome construit sous une forme proposée pourra se soûtenir, ce second Probleme considéré généralement est plus difficile que le premier; il appartient à la Géométrie transcendante, parce que l'application de la formule $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{ddx} \geq \int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ suppose que l'on puisse trouver la valeur de l'intégrale $\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$. Si nous

examinons, par exemple, le Dome elliptique *RAT* (*Fig. 3.*) dont la hauteur $AS = a$ eſt la moitié du grand axe de l'ellipſe, & la largeur $RT = 2b$, le petit axe; nous aurons, en prenant le centre *S* de l'ellipſe pour l'origine des abſciſſes, $dx = \frac{ay\,dy}{b\sqrt{b^2-y^2}}$ & $ddx = \frac{ab\,dy}{\overline{b^2-y^2}^{\frac{3}{2}}}$; & ſubſtituant ces valeurs dans notre formule générale $\frac{ey\,dx\sqrt{dy^2+dx^2}}{ddx} \geqq \int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$, il nous viendra $\frac{ey^2\sqrt{b^2-y^2}\sqrt{b^4+\overline{a^2-b^2}\times y^2}}{ddx} \geqq \int ey\,dy\sqrt{\frac{b^4+\overline{a^2-b^2}\times y^2}{b^2-y^2}}$, eſpece d'équation dont la réſolution parfaite dépend de la quadrature de l'ellipſe, auſſi-tôt que l'épaiſſeur *e* de la Voute eſt par-tout la même. La difficulté ne vient au ſurplus que de ce qu'on ne peut pas trouver la ſuperficie d'un ellipſoïde, ainſi ce ne ſera pas la même choſe ſi l'on rend le Dome ſphérique. Les deux demi-axes *a* & *b* ſe trouveront égaux; on aura $y^2\sqrt{a^2-y^2} \geqq \int\frac{a^2y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$, & le ſecond membre ſera intégrable; on aura $y^2\sqrt{a^2-y^2} \geqq a^3 - a^2\sqrt{a^2-y^2}$, dont on tire $a\sqrt{-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}}} \geqq y$. On voit donc que les Domes ſphériques ſont bons, mais qu'on ne doit pas employer l'hémiſphere entiére, & qu'on ne doit en prendre tout au plus qu'une partie *BA*B, dont la demi-largeur *BD* ſoit égale à $a\sqrt{-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}}}$; c'eſt-à-dire, que ſi le rayon de la ſphere, dont la Voute eſt une portion, eſt ſuppoſé de 1000, la largeur *B*B du Dome ne doit être tout au plus que de 1572 parties, & ſa hauteur *AD* de 382, ce qui donne un peu moins de 52 degrés pour la plus grande étenduë que peut avoir l'arc *AB* depuis la Clef juſqu'au bord de la Voute.

Fig. 3.

Fig. 2. Mais dans les cas mêmes où il ne ſera pas poſſible d'intégrer $\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$, il ſera ſouvent aſſés facile, à l'aide des Séries, de tirer de la formule générale $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{ddx} \geqq \int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ preſque toutes les connoiſſances qu'on voudra. On n'a qu'à réduire le dernier membre en une ſuite convergente dont les termes ſoient alternativement poſitifs & négatifs. On ſçait que dans une pareille ſuite l'excès cauſé par l'addition d'un terme trop grand eſt toûjours corrigé en partie par la ſouſtraction du terme qui vient après, & que la ſomme d'un nombre impair de termes, comme de 3, de 5, de 7, &c. ſurpaſſe toûjours la juſte valeur de la quantité que la Série entiére doit exprimer. Ainſi ſi la ſomme d'un nombre impair de termes eſt ici moindre que la quantité $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{ddx}$; ce ſera une marque certaine que l'intégrale $\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ ſera auſſi moindre que cette quantité, & on ſera ſûr par conſéquent que la ligne courbe propoſée ſera propre à l'uſage que nous avons en vûë. Pour éclaircir ceci par un exemple, nous n'avons qu'à examiner les paraboles dont l'équation eſt $x = a^{1-m}y^m$. Introduiſant les valeurs $ma^{1-m}y^{1-m}dy$ de dx, & $m \times \overline{m-1}\, a^{1-m} y^{m-2}dy^2$ de ddx dans notre formule générale; & ſuppoſant l'épaiſſeur e conſtante, nous trouverons . . . . . $\frac{1}{m-1} \times y^2\sqrt{1+m^2a^{2-2m}y^{2m-2}} \geqq \int ydy\sqrt{1+m^2a^{2-2m}y^{2m-2}}$.

Je réduis le dernier membre en une Série convergente conditionnée comme je l'ai dit, & je trouve . . . $\frac{1}{m-1} \times y^2\sqrt{1+m^2a^{2-2m}y^{2m-2}} \geqq \frac{1}{2}y^2\sqrt{1+m^2a^{2-2m}y^{2m-2}}$ $- \frac{m^2 \times \overline{m-1} \times a^{2-2m}y^{2m}}{6\sqrt{1+m^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$ . . . . $+$

$$\frac{\overline{2m^2 - 5m + 3} \times m^2 a^{2-2m} y^{2m} + \overline{m^2 - 3m + 2} \times m^4 a^{4-4m} y^{4m-2}}{24 \times \overline{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}^{\frac{3}{2}}} - \&c.$$ Fig. 2.

Or si sans aller jusqu'au troisiéme terme, on se borne simplement au premier, on déduira de . . . . . $\frac{1}{m-1} \times y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} \geqq \frac{1}{2} y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}$ que $3 \geqq m$; ce qui nous apprend que toutes les paraboles exprimées par l'équation $x = a^{1-m} y^m$, dans lesquelles l'exposant m ne surpasse pas 3, peuvent servir à faire des Domes. Il y en a de cette sorte une infinité : car sans parler des deux paraboles cubiques, de la conique ou de celle d'Apollonius, & de la ligne droite qu'on peut regarder dans cette rencontre comme la premiére des paraboles, chaque genre nous en fournira un grand nombre. Le cinquiéme degré, par exemple, nous fournit les trois indiquées par les équations $x = a^{-\frac{3}{2}} y^{\frac{5}{2}}$, $x = a^{-\frac{2}{3}} y^{\frac{5}{3}}$, & $x = a^{-\frac{1}{4}} y^{\frac{5}{4}}$, ou $a^3 x^2 = y^5$, $a^2 x^3 = y^5$ & $a x^4 = y^5$. Le 7.me degré nous donne de même les quatre paraboles $a^4 x^3 = y^7$, $a^3 x^4 = y^7$, $a^2 x^5 = y^7$, $a x^6 = y^7$, & ainsi de tous les autres degrés à l'infini.

Enfin nous allons passer à la Solution d'un troisiéme Probleme : nous allons chercher cette ligne courbe qui est la derniére de toutes celles qui peuvent nous servir, & nous suivrons pour cela une Méthode qui nous fera encore joindre à la multitude infinie de celles que nous avons déja indiquées, une infinité d'autres. On se ressouviendra que nous avons rendu notre formule générale $\frac{ey\sqrt{dy^2 + dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2 + dx^2}} \geqq \frac{ddx}{dx}$ par deux différentes équations, l'une entiérement générale, $\frac{ey\sqrt{dy^2 + dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2 + dx^2}} = \frac{ddx}{dx} + \frac{dt}{t}$, & l'autre très-étenduë,

Fig. 2. quoique moins universelle, $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{pddx}{dx}$. Nous pouvons nous servir avec succès de l'une ou de l'autre, & même en opérant dessus précisément de la même maniére. Si nous résolvions la première $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{ddx}{dx} + \frac{dt}{t}$; nous ne pourrions pas manquer de trouver encore une infinité de figures propres à l'usage que nous demandons, puisque cette équation les renferme absolument toutes, depuis le cone dont l'angle au sommet est le plus obtus, jusqu'au conoïde le plus convexe qui sert de terme de l'autre côté. Cependant nous préférons l'équation $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{pddx}{dx}$, parce que sans qu'il soit nécessaire de faire aucune hypothese, elle nous fournira une suite réglée de courbes. En intégrant cette équation, & en la rendant exacte, on trouve $\frac{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} = \frac{dx^p}{dy^p}$. C'est d'ici d'où nous partons pour découvrir la relation des coordonnées x & y.

Nous prenons pour cela une nouvelle variable z que nous supposons égale à $\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$: nous déduisons de cette supposition $dz = ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ & $dx = \frac{\sqrt{dz^2-e^2y^2dy^2}}{ey}$, & par le moyen de ces valeurs, nous transformerons l'équation $\frac{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} = \frac{dx^p}{dy^p}$ en $\frac{z}{a} = \overline{\frac{dz^2-e^2y^2dy^2}{e^2y^2dy^2}}^{\frac{1}{2}p}$ qui se réduit à $e^{2p}z^2y^{2p}dy^{2p} = a^2 \times \overline{dz^2 - e^2y^2dy^2}^p$, & à $e^2z^{\frac{2}{p}}y^2dy^2 = a^{\frac{2}{p}}dz^2 - a^{\frac{2}{p}}e^2y^2dy^2$, dont on tire

eydy

$eydy = \frac{a^{\frac{1}{p}} dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}}}$. Or comme les variables ſont ici ſéparées, & ſi l'on connoît l'épaiſſeur e en y, on pourra toûjours trouver par cette derniére équation la relation qu'il y a entre y & z, & il n'y aura plus qu'à introduire la valeur de y dans l'expreſſion $\frac{\sqrt{dz^2 - e^2y^2dy^2}}{ey}$ de dx pour pouvoir découvrir x. Lorſque la Voute eſt par-tout de même épaiſſeur, on peut mettre l'unité à la place de e; l'équation Fig. 2.

$$ydy = \frac{a^{\frac{1}{p}} dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}}} \text{ donne } y^2 = 2\int \frac{a^{\frac{1}{p}} dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}}} \text{ \&}$$

$$y = \sqrt{2\int \frac{a^{\frac{1}{p}} dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}}}}\text{; } \textit{formule} \text{ qui nous fournit } y.$$

Subſtituant enfin les valeurs de y & de dy dans $dx = \frac{\sqrt{dz^2 - e^2y^2dy^2}}{ey}$, on aura la *ſeconde formule*

$$x = \int \frac{z^{\frac{1}{p}} dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}} \sqrt{2\int \frac{a^{\frac{1}{p}} dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}}}}}.$$

Il n'importe que nous ne connoiſſions pas immédiatement la relation qu'ont entr'elles les coordonnées, auſſi-tôt que nous ſçavons la relation qu'elles ont avec une troiſiéme quantité z à laquelle nous n'avons qu'à attribuer ſucceſſivement différentes valeurs.

Si nous voulons nous fixer à la derniére de nos lignes, nous n'avons, conformément à ce que nous avons dit, qu'à faire $p = 1$. Alors nous aurons pour formules

Fig. 2. $y = \sqrt{2\int \frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}}}$ & $x = \int \frac{zdz}{\sqrt{a^2+z^2}\sqrt{2\int \frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}}}}$

qui nous annoncent une courbe méchanique. Nous nous en ſommes aſſûrés, en cherchant la valeur des ſoutangentes *DM* par les regles ordinaires du calcul différentiel; nous avons fait cette proportion,

$$dy = \frac{a^{\frac{1}{p}}dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}}+z^{\frac{2}{p}}}\sqrt{2\int \frac{a^{\frac{1}{p}}dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}}+z^{\frac{2}{p}}}}}} \text{ eſt à}$$

$$dx = \frac{z^{\frac{1}{p}}dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}}+z^{\frac{2}{p}}}\sqrt{2\int \frac{a^{\frac{1}{p}}dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}}+z^{\frac{2}{p}}}}}} \text{ comme}$$

y eſt à $DM = \frac{yz^{\frac{1}{p}}}{a^{\frac{1}{p}}}$: les ſoutangentes ont donc ici un rapport tranſcendant avec les ordonnées, & il ſuit de-là que notre courbe eſt méchanique. Il eſt clair que les ſoutangentes ont dans cette rencontre un rapport tranſcendant avec les ordonnées, puiſqu'elles ſont égales ou proportionnelles au produit de ces mêmes ordonnées & de la quantité z dont la relation dépend de la quadrature de l'hyperbole, comme nous le montre la formule $y = \sqrt{2\int \frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}}}$.

Cette tranſcendance de relation doit ſubſiſter dans tous les autres cas où $\frac{a^{\frac{1}{p}}dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}}+z^{\frac{2}{p}}}}$ n'eſt point intégrable, c'eſt-à-dire, qu'elle doit non ſeulement avoir lieu, lorſque p eſt

égal à l'unité, mais encore lorsque p désigne tout nombre impair. Ce que nous apprenons ici touchant la derniére de nos courbes, nous persuade que nous ne pouvons réussir à la mieux connoître que par approximation : ainsi nous ne sommes que trop autorisés à faire pour cela usage des Séries...

Nous réduisons d'abord la quantité $\overline{a^2 + z^2}^{-\frac{1}{2}}$ dans la suite $\frac{1}{a} - \frac{z^2}{2a^3} + \frac{1.3z^4}{2.4a^5} - \frac{1.3.5z^6}{2.4.6a^7} +$ &c. que nous multiplions par adz, & nous avons $\frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}} = dz - \frac{z^2dz}{2a^2} + \frac{1.3z^4dz}{2.4a^4} - \frac{1.3.5z^6dz}{2.4.6a^6} +$ &c. qui étant intégrée & multipliée par 2, nous donne $2\int\frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}} (= y^2) = 2z - \frac{z^3}{3a^2} + \frac{1.3z^5}{4.5a^4} - \frac{1.3.5z^7}{4.6.7a^6} +$ &c. Or déduisant de cette derniére Serie, par la méthode *du retour des suites*, la valeur de z exprimée en y, nous aurons $z = \frac{y^2}{2} + \frac{y^6}{2.4.6a^2} + \frac{y^{10}}{2.4.6.8.10a^4} +$ &c. dont la différentielle $dz = ydy + \frac{y^5dy}{2.4a^2} + \frac{y^9dy}{2.4.6.8a^4} +$ &c. étant divisée par $\sqrt{2\int\frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}}} = y$, nous donne $\frac{dz}{\sqrt{2\int\frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}}}} = dy + \frac{y^4dy}{2.4a^2} + \frac{y^8dy}{2.4.6.8a^4} +$ &c. Je multiplie cette derniére Serie par $z = \frac{y^2}{2} + \frac{y^6}{2.4.6a^2} + \frac{y^{10}}{2.4.6.8.10a^4} +$ &c. il vient $\frac{zdz}{\sqrt{2\int\frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}}}} = \frac{y^2dy}{2} + \frac{y^6dy}{12a^2} + \frac{y^{10}dy}{240a^4} +$ &c.

Enfin multipliant par $\frac{1}{\sqrt{a^2+z^2}}$, mais convertie dans la suite

$\frac{1}{a} - \frac{z^2}{2a^3} + \frac{3z^4}{2.4a^5} - \frac{3.5z^6}{2.4.6a^7} +$ &c. & exprimée en y par $\frac{1}{a} - \frac{y^4}{2.4a^3} + \frac{5y^8}{2.4.6.8a^5} - \frac{61y^{12}}{2.4.6.8.10.12a^7} +$ &c. nous aurons

$$\frac{zdz}{\sqrt{a^2+z^2}\sqrt{2\int\frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}}}} = \frac{y^2dy}{2a} + \frac{y^6dy}{2.4.6a^3} + \frac{y^{10}dy}{2.4.6.8.10a^5} + \text{\&c.}$$

& c'est-là la valeur de dx. Ainsi il ne nous reste plus qu'à intégrer pour avoir dans la Série

$$x = \int\frac{zdz}{\sqrt{a^2+z^2}\sqrt{2\int\frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}}}} = \frac{y^3}{2.3a} + \frac{y^7}{2.4.6.7a^3} + \frac{y^{11}}{2.4.6.8.10.11a^5} + \text{\&c.}$$

ou

$$x = \frac{y^3}{6a} + \frac{y^7}{336a^3} + \frac{y^{11}}{42240a^5} + \frac{y^{15}}{9676800a^7} + \frac{y^{19}}{3530096640a^9} + \frac{y^{23}}{1880240947200a^{11}} + \text{\&c.}$$

la relation qu'ont entre elles les coordonnées x & y de notre courbe. Le Probleme est de cette sorte entiérement résolu, & le calcul qu'exige la Solution est d'autant moins difficile que la Série est assés convergente. Cependant j'ai cru qu'à cause de l'utilité qui en pouvoit résulter, je ne devois laisser au Lecteur aucune sorte de supputations à faire; c'est pourquoi j'ai construit la Table suivante, en supposant $a = 100000$.

Mem. de l'Acad. 1734. pl. 12. pag. 164.

Fig. 1

A M O Q P N H b B C G F I e L D d h k i l

Fig. 3

B T

Fig. 2

M O Q P N A H b C B G F I e E L d D h k

Simonneau Sculp.

TABLE

Des Dimensions de la dernière de toutes les Lignes courbes, qui est propre à former des Domes.

LARGEURS du Dome.	HAUTEURS depuis le sommet jusqu'à chaque point de l'axe.	LARGEURS du Dome.	HAUTEURS depuis le sommet jusqu'à chaque point de l'axe.
100	0 $\frac{1}{5}$	1560	1495
200	1 $\frac{2}{3}$	1600	1721
300	5 $\frac{2}{3}$	1640	1986
400	13 $\frac{2}{3}$	1670	2216
500	26 $\frac{1}{5}$	1700	2476
600	45 $\frac{2}{3}$	1720	2668
700	73 $\frac{2}{5}$	1740	2878
800	111 $\frac{2}{3}$	1760	3107
900	163 $\frac{1}{3}$	1780	3357
1000	232 $\frac{3}{4}$	1800	3630
1080	305 $\frac{1}{5}$	1820	3928
1140	372	1840	4255
1200	452	1860	4613
1260	550	1880	5005
1320	668	1900	5436
1360	761	1920	5909
1400	869	1940	6429
1440	992	1960	7003
1480	1135	1980	7635
1520	1301	2000	8330

Le Dome formé sur ces dimensions aura toutes ses assises dans un parfait équilibre; & par cette raison il n'aura pas pour se soûtenir contre l'action des agens extérieurs, précisément autant de force qu'en ont les autres Domes que nous avons indiqués. Il en aura cependant toûjours assés, puisque

les joints des Vouſſoirs ne ſont jamais infiniment polis; & d'ailleurs comme il ſera le plus convexe, & que ſes côtés s'éloigneront de l'axe le moins qu'il ſera poſſible, il aura auſſi l'avantage particulier d'avoir une pouſſée moins grande. Une remarque que nous devons encore adjoûter, quoiqu'elle n'appartienne point à la Géométrie, c'eſt qu'en traçant par les nombres de notre Table la figure d'un Dome, nous nous ſommes aſſûrés qu'elle faiſoit un fort bel effet à la vûë. Enfin ſi l'on vouloit laiſſer une ouverture au ſommet, & y placer un autre petit Dome ou une lanterne, on n'auroit qu'à donner à cette lanterne la même peſanteur qu'à la partie retranchée de la Voute, ou une peſanteur moindre.



EXPERIENCES

Sur les différents degrés de froid qu'on peut produire, en mêlant de la Glace avec différents Sels, ou avec d'autres matiéres, soit solides, soit liquides; & de divers usages utiles auxquels ces expériences peuvent servir.

Par M. DE REAUMUR.

AVEC du feu actuel, avec du feu sensible appliqué contre des matiéres que nous nommons *inflammables*, nous sçavons produire de nouveau feu. Cette production du feu si facile, & qui nous est si nécessaire, nous paroîtroit un des plus merveilleux phénomenes de la Nature, si nous étions moins accoûtumés à la voir. Rien ne devroit nous paroître plus surprenant que de ce qu'au moyen d'une étincelle on peut transformer des masses immenses dans une matiére prodigieusement active, pareille à celle de l'étincelle même. Ce qu'est pour nous du feu actuel pour la production de nouveau feu, la glace l'est pour la production de nouvelle glace. Avec de la glace, mêlée avec certaines matiéres, avec certains sels, on gele, on transforme en un corps solide, en glace diverses especes de liqueurs aqueuses. 5 Mai 1734.

La pratique connuë & usitée pour faire de la glace, lorsque l'air n'est pas assés froid pour geler l'eau, suppose donc de la glace déja faite. On met dans un vase mince, tel qu'un vase de fer blanc, la liqueur qu'on veut convertir en glace. On pose ce vase dans un autre vase plus grand; & on remplit de glace pilée & mêlée avec quelque sel l'espace qui est entre les parois intérieures du grand vase & les parois extérieures du vase qui contient la liqueur qu'on veut faire geler.

Cette voye de produire des congélations, qu'on peut nommer *artificielles*, a fourni aux Physiciens une ample

matiére à des expériences curieuſes. Pour prendre une idée ſuffiſante de toutes celles qui ont été faites ſur ce ſujet, & ſur beaucoup d'autres ſujets de Phyſique, on n'a qu'à lire la Traduction Latine que nous a donnée depuis peu M. Muſſchenbroeck des Eſſais de l'Académie de Florence. Ce ſçavant & laborieux Auteur l'a accompagnée d'additions conſidérables, où il a raſſemblé avec un très-grand ſoin les expériences les plus ſinguliéres qui ont été faites par d'autres, ou par lui-même, ſur chacun des ſujets traités dans le corps de l'ouvrage depuis 1667, c'eſt-à-dire, depuis le temps où il fut imprimé pour la premiére fois.

Malgré pourtant le grand nombre d'expériences qui ont été faites ſur les congélations artificielles, j'oſe dire que c'eſt une matiére qui n'eſt encore qu'ébauchée; les expériences les plus ſimples, qui ſont pourtant les fondamentales, nous manquent encore; d'autres plus recherchées, les ont fait négliger.

On ſçait que l'eau qui commence à bouillir, a pris le plus grand degré de chaleur qu'elle puiſſe prendre, mais il n'en eſt pas de même du degré de froid qu'a pris l'eau qui commence à ſe geler, ou de la glace qui n'a que le degré de froid qu'il lui faut pour reſter glace : elle eſt ſuſceptible d'une ſuite de degrés de froid de plus grands en plus grands, dont nous ignorons le terme. Différents ſels mêlés avec la glace, ou le même ſel mêlé avec la glace en différentes proportions, font naître des degrés de froid ſupérieurs à celui qu'elle avoit, lorſqu'elle a été formée, & ces degrés de froid ſont plus grands ſelon la nature du ſel qui a été employé. Ce que j'appelle les expériences ſimples & fondamentales, ſont celles qui doivent nous apprendre quel degré de froid peut produire chaque ſel, & la proportion dans laquelle il doit être mêlé avec la glace pour produire le plus grand des froids qu'il eſt capable de faire naître. Ces expériences ſont les points d'où nous devons partir pour arriver à des expériences plus curieuſes, & elles nous fourniront quelques réſultats utiles auxquels nous nous arrêterons principalement ici.

J'ai

J'ai donné dans les Mémoires de 1730, la construction de Thermometres dont les degrés sont comparables, c'est-à-dire, de Thermometres tels que si on en place plusieurs les uns auprès des autres, ils marqueront par un même nombre de degrés, l'état du froid ou du chaud de l'air qui les environne, & en degrés qui ne sont pas des portions du tube prises arbitrairement, mais qui sont chacun des portions égales d'un volume connu d'une liqueur connuë. Comme de pareils Instruments étoient absolument nécessaires pour nous donner des mesures connuës des degrés de refroidissement, il étoit en revanche absolument nécessaire de produire de très-grands degrés de froid, & de les faire soûtenir à ces Thermometres, pour mettre leur marche hors d'état d'être troublée par les froids des plus rudes hivers auxquels ils peuvent être exposés; car il y a long-temps que des Physiciens ont observé que la marche des Thermometres à esprit de Vin étoit quelquefois dérangée par de grands degrés de froid. J'ai établi ailleurs que le dérangement qui y arrive étoit produit par l'air qui s'en échappe, & j'ai cherché à mettre leur esprit de Vin en un état tel que les plus grandes chaleurs de l'air que nous respirons, ne pussent occasionner l'échappement d'aucunes bulles d'air de leur liqueur. Il n'est pas moins certain que le grand froid, comme le grand chaud, donne occasion à des bulles d'air de se dégager de l'esprit de Vin, & ce sont les bulles qui s'en échappent pendant le grand froid, qui troublent alors les marches des Thermometres. Les observations qui ont été faites sur ces Thermometres par un attentif observateur *, dans un Voyage aux Indes Orientales, nous ont déja appris qu'on peut passer la Ligne, vivre sous les Tropiques, & près de la Ligne sans être exposés à des chaleurs aussi insupportables qu'on les imagine dans des endroits où les rayons du Soleil sont dardés presque à plomb. Les observations faites pendant plus de 16 mois, tant aux Isles de Bourbon, de France & de Madagascar, que dans la route pour y arriver, & par conséquent sous la Ligne, ont fait voir que dans ces 16 mois il n'y avoit pas eu un jour

* M. Cossigny.

dont la chaleur n'eût été au moins inférieure d'un degré ou deux à celle que nous avons euë à Paris dans certains jours de nos étés les plus chauds. Il seroit de même curieux de sçavoir si les plus rudes froids des pays habités près des poles, ne sont pas inférieurs à ceux que nous avons éprouvés dans le mémorable hyver de 1709, ou s'ils leur sont de beaucoup supérieurs : mais pour cela il faut être sûr que la liqueur des Thermometres ne sera aucunement altérée par un froid plus grand peut-être que ceux qu'on a jamais ressentis dans aucun des pays où les hommes ayent pénétré.

Nous sommes maîtres de faire naître presque dans un instant de ces prodigieux degrés de froid. Avant que de parler des moyens par lesquels on les produit, nous dirons que lorsqu'on s'est servi de ces grands froids pour regler le Thermometre, on peut ensuite lui faire soûtenir les mêmes degrés de froid sans qu'il en soit dérangé le moins du monde. Mais il nous suffit actuellement de sçavoir que nous avons dans nos Thermometres des instruments propres à mesurer tous les degrés de froid. Nous nous en sommes d'abord servi pour reconnoître celui que pourroit produire chaque sel, & pour régler mieux les rangs dans lesquels on doit mettre les sels par rapport à cet effet, qu'ils ne l'ont été jusqu'ici. Nous avertirons encore que toutes nos expériences ont été faites dans des temps où l'air n'étoit pas assés froid pour geler l'eau, & où la glace n'avoit que le degré de froid nécessaire pour la conserver dans son état de glace.

Le Salpêtre a été regardé comme un des sels des plus efficaces pour produire des congélations artificielles ; tous les Traités qui ont été faits sur la glace concourent à nous en donner cette idée. M. de la Hire, dans le Traité qu'il publia en 1673, sur la formation de la Glace, & où il l'attribuë à une espece de sel très-volatil, contenu en plus ou moins grande quantité dans les sels concrets, prétend que le Salpêtre ou le Nitre a beaucoup plus de ce sel volatil propre à geler que le sel marin. On a recours au Nitre pour expliquer divers phénomenes singuliers de congélation. Si

les Riviéres prennent à la Chine à des hauteurs de poles & dans des saisons où le froid ne sembleroit pas devoir être capable de geler, on en attribuë la cause au Nitre ou au Salpêtre dont sont imprégnées les terres des pays où ces Riviéres ont leur cours. Il est vrai aussi que le Salpêtre est propre à produire des congélations, mais il s'en faut bien qu'il puisse faire naître des degrés de froid aussi grands que ceux que peuvent produire d'autres sels. Avec quelques soins, en quelques proportions que j'aye mêlé avec la glace, du Salpêtre bien raffiné, tel que celui de la troisiéme cuite, ou du Salpêtre des Indes, le froid qui a résulté du mélange n'a fait descendre la liqueur de nos Thermometres que 3 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessous du terme de la congélation artificielle, c'est-à-dire au-dessous du froid qui suffit pour geler l'eau; & nous verrons bien-tôt que des sels dont on n'a pas une si grande idée par rapport au refroidissement, sont capables de faire descendre plus bas la liqueur du Thermometre.

Le sel marin sur-tout, le sel de table a bien une autre efficacité pour la production du froid. Si on le mêle dans les proportions convenables avec la glace, c'est-à-dire, si on mêle une partie de ce sel avec deux parties de glace, ou encore mieux deux parties de sel avec trois parties de glace, au milieu des plus grandes chaleurs de l'été, on fait naître dans l'instant un degré de froid plus considérable que celui que l'hiver de 1709 fit sentir dans ce pays. Par des comparaisons d'observations faites en différents temps sur le Thermometre de l'Observatoire, le plus violent degré de froid de cette année eût fait descendre la liqueur de nos Thermometres à 14 degrés $\frac{1}{4}$ ou environ, & le sel marin mêlé avec la glace pilée fait descendre la liqueur du Thermometre à 15 degrés complets.

Il est vrai que le froid de la boule du Thermometre est alors bien grand; si on la retire du mélange où elle l'a pris, les gouttes d'eau qu'on fait tomber sur cette boule sont gelées presque aussi-tôt qu'elles l'ont touchée. Un certain degré de chaleur tel que celui de la salive, ne retarde pas

ſenſiblement cet effet ; un crachat qui tombe ſur la boule n'a pas le temps d'y couler, il eſt ſolide dans l'inſtant. Si on plonge alors la boule dans de l'eau, elle eſt ſur le champ enduite d'une calote de glace, & on l'envelopperoit ainſi ſucceſſivement d'une couche de glace très-épaiſſe, comme on couvre une mêche du ſuif dans lequel on la plonge.

Le Salpêtre ne peut donc produire qu'un degré de froid déterminé par trois degrés & demi de notre Thermometre, pendant que le Sel marin en produit un de 15 degrés. Les degrés, qui ſont les meſures de l'efficacité du froid de chaque ſel, ſeront commodes pour nous donner des degrés fixes de froid ; car en mêlant chacun de ces ſels dans des proportions conſtantes avec la glace, on parvient conſtamment à avoir le même degré de froid. D'où il ſuit que dès que d'autres ſels que ceux que nous venons d'examiner, nous donneront d'autres degrés de froid intermédiaires, nous ſerons en état de mieux déterminer les degrés de froid de différents jours d'hiver & de différents païs, de les caractériſer en quelque ſorte. Les uns pourront être déſignés par le froid produit par le Salpêtre ; les autres par le froid produit par le Sel marin ; & les autres par des froids d'autres ſels dont nous parlerons dans la ſuite ; au moyen de quoi il ſera toûjours aiſé de ramener les degrés de froid marqués par un Thermometre quelconque aux degrés de froid du nôtre.

La différence connuë des efficacités du Sel marin & du Salpêtre peut être employée à un uſage qui paroîtra plus important à bien des gens, & qui généralement paroîtra plus ſingulier. Pendant la guerre, tout ce qui y a rapport eſt ce qui nous touche le plus. La Poudre à canon eſt le grand & le principal agent des opérations militaires ; il importe extrêmement de faire de bonne Poudre, & par la même raiſon il importe extrêmement d'avoir des moyens de s'aſſûrer de la qualité des Poudres. On en a enſeigné pluſieurs moyens ; on a imaginé & conſtruit diverſes eſpeces d'éprouvettes ou de machines pour reconnoître les forces des différentes Poudres. Toutes ces machines ſont faites pour meſurer, ſoit

l'étenduë de la dilatation de la Poudre qu'on essaye, soit la force avec laquelle elle se dilate. Mais ceux qui sont le plus au fait de l'Artillerie, sçavent combien toutes les épreuves de la Poudre qu'on a proposées jusqu'ici sont incertaines. Quoique je vienne de préparer à la proposition que je vais avancer, peut-être ne s'attend-on pas encore que je propose comme le meilleur moyen d'éprouver la Poudre à canon, qu'on n'a jamais considérée que par rapport à son inflammabilité, que je propose, dis-je, de l'éprouver par le froid qu'elle peut produire. Toute paradoxe que semble cette proposition, elle paroîtra bien-tôt certaine, au moins pour l'épreuve de la plus essentielle des matiéres qui entrent dans la composition de cette Poudre, pour le Salpêtre. Il paroîtra tout aussi singulier que le Salpêtre, qui est d'autant plus parfait, qu'il est plus inflammable, ne puisse pas être éprouvé aussi sûrement par le feu qu'il le peut être par la glace. Des notions simples & familiéres à ceux qui ont quelque connoissance des Sels, & sur-tout de la maniére dont on raffine le Salpêtre, suffisent pour faire voir la certitude du nouveau genre d'essai du Salpêtre que je propose. On sçait que le meilleur Salpêtre est le plus raffiné, & que raffiner le Salpêtre n'est presque que lui ôter une partie du Sel marin avec lequel il étoit mêlé : on lui en ôte une quantité considérable par la premiére cuite; on lui en ôte par la seconde cuite; & on lui en ôte encore par la troisiéme ou derniére cuite.

Rappellons-nous à présent nos deux premiéres expériences sur l'efficacité des sels pour produire du froid; rappellons-nous que le Salpêtre bien raffiné ne produit que 3 degrés & demi de froid au dessous de la congélation, & que le Sel marin en produit 15, & on ne pourra s'empêcher d'en conclure qu'un Salpêtre qui ne sera pas bien raffiné, qui contiendra plus de Sel marin que n'en contient celui qui ne peut faire descendre la liqueur du Thermometre qu'à 3 degrés & demi au dessous de la congélation; que ce Salpêtre, dis-je, moins raffiné, fera descendre la liqueur du Thermometre au dessous de 3 degrés & demi; qu'il la fera

descendre d'autant plus bas qu'il sera moins raffiné, ou qu'il contiendra plus de sel marin. Cela est si évident, que je ne crois pas même qu'il faille avoir recours aux expériences pour le prouver. Aussi me bornerai-je à en citer deux qui donneront quelque idée de ce qu'on peut attendre de ce genre d'épreuves.

Dans la premiére, j'ai mêlé du Salpêtre de la premiére cuite avec de la glace pilée, dans les mêmes proportions que j'avois mêlé du Salpêtre bien raffiné avec de pareille glace. La liqueur du Thermometre mis dans ce nouveau mêlange a descendu à 8 degrés & demi. Du Salpêtre plus raffiné ne l'eût fait descendre que de 3 degrés & demi. Dans une seconde expérience j'ai employé du Salpêtre encore moins épuré; la liqueur du Thermometre a descendu à 11 degrés. Si on a eu si grande idée du froid que le Salpêtre peut produire, c'est qu'on n'a pas été difficile sur le choix, lorsqu'on a voulu l'employer pour faire de la glace, & qu'on aura souvent pris le moins parfait, le moins salpêtre, qui heureusement étoit le plus efficace pour la production du froid.

Je ne m'arrêterai point actuellement à faire voir plus au long combien il est facile de déterminer par cette voye le degré de perfection de tout Salpêtre donné. Il est clair que si on prend la peine de raffiner du Salpêtre autant qu'il est possible; que si on l'amene à un point où il ne contienne plus, ou au moins il puisse être censé ne plus contenir de sel marin; qu'après qu'on se sera assûré du point où ce Salpêtre peut faire descendre la liqueur du Thermometre, si on mêle ensuite avec ce même Salpêtre du sel marin en différentes proportions toûjours de plus grandes en plus grandes, & qu'on s'assûre du degré de froid que peut produire le Salpêtre mêlé avec chacune de ces différentes doses de sel marin, on aura une Table des qualités des différents Salpêtres, exprimées en degrés du Thermometre; & cette Table apprendra ensuite la quantité de sel marin que contiendra tout Salpêtre dont on éprouvera la qualité.

Je ne crois donc pas qu'on puisse avoir une meilleure

maniére d'essayer le Salpêtre que par le froid qu'il peut produire. Le même genre d'épreuve ne paroîtra pas moins convenir à la Poudre à canon, lorsqu'on sçaura qu'elle est les trois quarts salpêtre; car les doses ordinaires de sa composition sont de trois parties de Salpêtre, d'une demi-partie de charbon pilé, & d'une demi-partie de soufre. Le charbon & le soufre ne sont par eux-mêmes aucunement capables d'augmenter ou de diminuer le froid de la glace, & combinés avec le Salpêtre, ils n'en altérent point l'effet; en voilà des preuves décisives. J'ai mêlé une partie de bonne Poudre à canon bien pulvérisée avec deux parties de glace; le froid qui a été excité par ce mélange a fait descendre la liqueur du Thermometre à près de 3 degrés $\frac{1}{2}$, comme elle y fût descenduë, si du Salpêtre eût été mêlé avec la glace.

Mais pour m'assûrer des différents degrés de froid que la Poudre à canon produiroit selon la différente qualité du Salpêtre qui seroit entré dans sa composition, j'ai fait moi-même de la Poudre avec du Salpêtre de la troisiéme cuite, & ma Poudre a eu le même effet que la bonne Poudre que j'avois achetée. J'ai fait d'autre Poudre avec du Salpêtre de la premiére cuite; j'en ai mêlé une partie avec deux parties de glace pilée; ce mélange a fait descendre la liqueur du Thermometre à 8 degrés $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, à 5 degrés $\frac{1}{2}$ plus bas que n'eût fait la Poudre composée de Salpêtre bien raffiné.

De la Poudre à canon faite avec de bon Salpêtre pourroit pecher en ce qu'on n'auroit pas fait entrer assés de ce sel dans sa composition, parce qu'on auroit employé le charbon & le soufre en trop grandes doses. Notre épreuve avec la glace nous mettroit encore en état de connoître l'imperfection de cette Poudre; mêlée en même quantité & en même proportion avec de la glace, elle ne produiroit pas autant de froid que de bonne Poudre en produiroit dans les mêmes circonstances.

Il est vrai qu'on pourroit combiner de mauvais Salpêtre avec des doses plus fortes de charbon pilé & de soufre, de maniére que de la Poudre qui pecheroit, & par les doses,

& par la qualité du Salpêtre feroit capable de faire naître le même froid que fait naître la bonne Poudre, si on les mêloit l'une & l'autre en même proportion avec la glace pilée. Mais le rapport du poids & du volume de la mauvaise Poudre, au poids & au volume de la bonne, pourroit aider à reconnoître la tromperie, pour peu qu'on l'eût soupçonnée. Il y auroit même un moyen sûr de la découvrir. On feroit dissoudre de cette Poudre avec une suffisante quantité d'eau, l'eau se chargeroit de son Salpêtre. Après avoir filtré cette eau, on la feroit évaporer, & on auroit le Salpêtre de cette Poudre. Par l'essai de la glace, on reconnoîtroit aisément sa qualité, comme on peut reconnoître celle de tout Salpêtre. Ainsi il ne paroît pas qu'il puisse y avoir aucune mauvaise manœuvre dans la fabrique de la Poudre, que notre épreuve par la glace ne découvre. Sans aucun appareil, on parviendroit même à reconnoître la Poudre dans laquelle seroit entré le mauvais Salpêtre; on n'auroit qu'à la mêler en grande dose avec la glace, par exemple, à parties égales; elle produiroit alors un froid plus grand que celui qu'elle avoit produit dans de la glace, y étant mêlée dans une moindre proportion, un froid de plus de 3 degrés $\frac{1}{2}$. La Poudre au contraire faite avec le bon Salpêtre ne fera jamais naître plus de 3 degrés $\frac{1}{2}$ de froid au-dessous de la congélation.

Mais, pour reprendre la suite de nos essais des sels, & pour déterminer en même-temps les degrés de froid de notre Thermometre qui leur répondent, nous supposerons que nous les avons mêlés chacun avec la glace dans la proportion la plus avantageuse, nous dirons ailleurs quelle est cette proportion la plus avantageuse pour chacun d'eux. Les degrés dont nous parlerons seront toûjours des degrés au-dessous du terme où l'eau commence à se geler.

Quoiqu'on regarde le Soufre comme propre à refroidir l'eau, il n'a nullement refroidi la glace. Le Charbon pilé ne l'a aussi aucunement refroidie.

Le Borax n'a donné à la glace qu'un demi-degré de froid au-dessous de la congélation.

Les

Le Vitriol verd ou de Mars donne 2 degrés de froid au-dessous de la congélation. Le sel de Glauber n'en donne pas davantage.

Mais le Sucre a fait descendre la liqueur du Thermometre à 5 degrés au-dessous de la congélation; il est capable de produire un froid plus grand d'un degré & demi que celui du Salpêtre bien raffiné.

Le sel de Verre, qui est un sel moyen de la nature du sel marin, a fait descendre la liqueur du Thermometre à 10 degrés.

Les essais précédents ont été faits avec des sels moyens; des sels d'une autre nature, des sels alkalis méritoient d'être éprouvés. L'effet du sel de Tartre est assés considérable, il a fait naître un froid plus grand de 10 degrés que celui qui suffit pour geler l'eau.

Le Natron d'Egypte, qui est une espece de sel alkali naturel qui se trouve mêlé inégalement avec le sel marin, a aussi donné un froid de 10 degrés.

Tous les sels alkalis ne sont pas capables de produire autant d'effet ; celui que j'ai tiré de la Soude n'a pû faire descendre la liqueur du Thermometre qu'à 6 degrés $\frac{1}{2}$ au dessous du terme de la congélation.

La Chaux même, malgré la chaleur qu'elle produit, quand l'eau la pénétre, augmente d'un degré & demi le froid de la glace avec laquelle elle est mêlée.

La Soude, c'est-à-dire, cette cendre de la Plante appellée *Kali ;* la Soude, dis-je, qui est employée à tant d'usages, d'où a été tiré l'espece de sel dont nous venons de parler, fait descendre la liqueur du Thermometre un peu plus de 3 degrés au dessous de la congélation.

Le goût pour ces liqueurs glacées que nous nommons des Glaces, va tous les jours en augmentant. Le temps où une chaleur excessive nous porte à chercher à nous rafraîchir, l'Eté n'est plus la seule saison qui leur soit consacrée; on n'est plus étonné de les voir paroître sur les tables au milieu de l'Hiver sous des formes variées & recherchées, &

avec des couleurs différentes. Quoi qu'il en soit du bon ou du mauvais usage que nous faisons des liqueurs glacées, le grand usage que nous en faisons fût-il l'effet d'un luxe poussé trop loin, plus cet usage s'étend, & plus il importe de pouvoir faire les glaces à moins de frais, en tout temps, & en tous lieux ; le résultat de notre derniére expérience nous en donne un moyen. On sçait déja que ceux dont la profession est de les vendre, les ont mises à un prix excessif par rapport à celui qu'elles leur coûtent. La plus grande dépense à laquelle elles engagent, est celle du sel marin, du sel de table qu'on y employe ordinairement. Si on s'en est tenu à ce sel, quoique cher à Paris, c'est qu'il l'est encore moins que le Salpêtre. Si le Salpêtre ne coûtoit que deux ou trois sols la livre, les faiseurs de glaces se donneroient bien de garde d'employer le sel marin. Nous avons dans la Soude une matiére capable de produire à peu-près autant d'effet que le Salpêtre bien raffiné, & une matiére à si bon marché, qu'on l'employe même pour les lessives ordinaires.

Ne doutant nullement du succès, j'ai donc essayé de faire des glaces avec la Soude mêlée avec de la glace ordinaire ; l'expérience a réussi selon mon attente toutes les fois qu'elle a été répétée, quoique je l'aye faite dans des endroits aussi chauds que le sont pendant l'Été ceux où l'on fait des glaces.

Puisque le sel marin est capable de produire un degré de froid si supérieur à celui du Salpêtre & de la Soude, il sembleroit que le sel marin devroit être employé avec beaucoup plus d'avantage que la Soude, & avec un avantage qui compenseroit la différence du prix. Mais lorsqu'il est simplement question de produire des glaces telles que celles que nous prenons, il n'est pas nécessaire d'avoir recours aux matiéres qui peuvent donner les plus grands degrés de froid. Quelques remarques sur la petite manoeuvre de la fabrique des glaces, nous feront voir même qu'un degré de froid excessif ne répondroit pas aux vûës qu'on se propose. Les glaces destinées à nous être servies, ne doivent pas avoir la dureté des

morceaux de glace, nous les voulons semblables à la neige; pour louer même des glaces bien faites, nous les appellons *des neiges*. On sçait que l'eau qui touche les parois du vase, se gele la premiére, c'est l'endroit le plus proche des matiéres qui produisent le refroidissement, & l'endroit qui se refroidit le premier. Pour parvenir à avoir de la glace rare, de la glace en neige, on ratisse de temps en temps avec une lame de coûteau ou avec quelque instrument équivalent la couche de glace qui s'est formée contre les parois intérieures du vase; on la divise ainsi en petites parties qui viennent nager dans la liqueur. Plus on ratisse souvent, plus on est attentif à emporter des couches minces, & mieux on réussit à avoir une glace bien en neige. Si les matiéres qui produisent le froid, produisent trop subitement un froid excessif, des couches épaisses se forment trop vite, on ne réussit pas à faire une glace si parfaite pour nous.

Une autre considération encore, c'est qu'il est difficile de compasser le temps nécessaire à faire des glaces, de maniére qu'elles ne soient faites que dans celui où on les veut prendre. On est souvent obligé de les garder pendant plusieurs heures, & alors on est en risque de les perdre, si on ne revient, & quelquefois à bien des reprises, à les entourer de nouvelle glace mêlée avec du sel. La glace d'eau, celle qui a servi à les produire se fond, elle s'échauffe, & les liqueurs glacées ont le même sort. Il ne suffit donc pas que la matiére qu'on employe donne un grand degré de froid, il vaut mieux qu'elle donne un degré de froid moindre, & qu'elle le donne pendant un temps plus long. D'où il suit que lorsqu'on veut faire des glaces, & les conserver pendant quelque temps, la préférence peut être accordée pour cette opération à des sels qui produisent un moindre degré de froid, s'ils le produisent pendant un temps plus long. Les sels qui mêlés avec la glace, font naître un plus grand degré de froid, & généralement toutes les matiéres qui font naître un froid plus subit, fondent plus subitement la glace. Si la Soude ne produit pas un degré de froid aussi considérable

que celui du ſel marin, degré de froid qui n'eſt pas néceſſaire pour notre opération, & qui peut même nuire à un ſuccès parfait, elle a ſur le ſel marin l'avantage conſidérable de ne pas faire fondre auſſi promptement la glace, & de la maintenir plus long-temps dans le degré de froid qui ſuffit pour empêcher les liqueurs qu'on a gelées de ſe fondre.

Il réſulte de tout ce que nous venons de dire, que quand on veut faire des glaces promptement, qu'on veut les faire en cinq ou ſix minutes, comme on s'en pique aujourd'hui, il faut avoir recours à un ſel capable, comme le ſel marin, de produire ſubitement un froid exceſſif; mais que ſi on aime mieux les faire à moindres frais, quoique ce ſoit en plus de temps, on doit ſe ſervir de la Soude, & qu'on doit l'employer par préférence, lorſqu'on a beſoin de conſerver ſes glaces pendant pluſieurs heures, pendant des demi-journées.

Heureuſement il en eſt encore ici de la Soude comme du Salpêtre, la meilleure, je veux dire la plus eſtimée comme Soude, & la plus chere, celle d'Alicante eſt la moins efficace pour la production du ſel. Cette Soude vaut quelquefois juſqu'à quatre ſols la livre chés les marchands, & ils ont, ou au moins ils ont eu, & ils auront, quand on voudra, des Soudes, dont ils ne trouvoient pas le débit, qu'ils ne vendent qu'un ou deux ſols la livre; ces mauvaiſes Soudes ſont capables de produire 9, 10, & même 12 degrés de froid au deſſous de celui de la congélation, c'eſt-à-dire, un froid capable de faire des glaces aſſés promptement.

Mais veut-on encore une matiére plus ſimple & à meilleur marché que les Soudes les moins cheres, & dont on ſe ſervira avec ſuccès, pourvû qu'on ne ſoit pas preſſé par le temps, & une matiére qu'on peut trouver par-tout; c'eſt la Cendre ordinaire. On n'a qu'à prendre celle qui ſe trouve en toute cheminée où on a brûlé du bois neuf. Cette cendre mêlée avec la glace, à peu-près à poids égal, donne un degré de froid de 3 degrés au deſſous de la congélation, un degré de froid peu inférieur à celui du Salpêtre raffiné, & peu

différent de celui de la Soude d'Alicante. Si le refroidissement qu'elle produit n'est pas bien subit, elle a au moins l'avantage de conserver pendant long-temps le degré de froid qu'elle est capable de faire naître : sa matiére terreuse boit l'eau qui sort de la glace qui se fond ; cette matiére terreuse devient une espece de pâte qui arrête mieux les impressions de l'air extérieur, & qui est plus difficile à échauffer que ne seroit de l'eau.

Mais si on veut absolument faire des glaces en aussi peu de temps qu'on les fait avec le sel marin, les faire avec un sel capable de produire un aussi grand degré de froid, nous trouverons encore un sel plus cher à la vérité à Paris que la Soude ordinaire, mais moins cher que le sel marin, qui méritera d'être préféré à ce dernier. Le sel dont nous voulons parler est encore une espece de Soude; on sçait qu'en général les Soudes sont des cendres qui sont extrêmement chargées de sel fixe. Il y a de ces especes de cendres qui sont presque tout sel, & qui sont faites de bois ordinaires brûlés dans des especes de fours, & avec certaines précautions que nous ne devons pas expliquer ici. Ces especes de soudes, ou de sels, sont appellées *des potasses ;* elles nous viennent d'Allemagne, & on en peut faire par-tout où on a trop de bois. On les vend à Paris au plus huit sols, & quelquefois six sols la livre, & on pourroit les y avoir à très-grand marché. Quelques-unes de ces potasses sont assûrément préférables au sel marin pour faire promptement des glaces. J'en ai essayé qui ont produit un degré de froid de 17 degrés $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, un froid de 2 degrés $\frac{1}{2}$ plus grand que celui du sel marin. De moins bonnes que celles dont je viens de parler, m'ont encore donné un degré $\frac{1}{2}$ de froid de plus que le sel marin, 16 degrés $\frac{1}{2}$.

Les différences considérables qui sont entre les efficacités des différentes Soudes pour la production du froid, nous fournissent un genre d'épreuve pareil à celui dont le Salpêtre nous a donné occasion de parler, pour reconnoître les différentes qualités de ces sels.

Le ſel ammoniac eſt celui de tous les ſels à qui on a accordé le premier rang par rapport aux congélations, cependant dans un très-grand nombre d'épreuves, & dans les proportions les plus favorables de ſon mêlange avec la glace, il ne m'a jamais produit que 13 degrés de froid, c'eſt-à-dire, 2 degrés de moins que le ſel marin.

Le ſel marin capable de faire naître 15 degrés de froid au deſſous de la congélation, eſt le ſel de table dont nous nous ſervons à Paris, celui qu'on tire des Marais ſalants de Brouage, & de ceux des pays voiſins; mais il peut y avoir, & il y a des ſels marins qui ne produiroient pas d'auſſi grands effets, & il peut y en avoir, & il y en a qui en produiſent de plus grands.

Le ſel marin ou le ſel de même nature qui ſe trouve au fond des chaudiéres dans leſquelles on raffine le Salpêtre, a pourtant fait deſcendre la liqueur, comme notre ſel de table, à 15 degrés au deſſous de la congélation. Mais du ſel gemme, qui, comme on ſçait, eſt un ſel foſſile de la nature du ſel marin, a produit plus de froid que le ſel marin de nos tables. Il a fait deſcendre la liqueur du Thermometre à 17 degrés, à 2 degrés plus bas que le ſel marin ordinaire.

Avec des eſprits, avec des liqueurs ſpiritueuſes tirées de ces mêmes ſels dont nous avons éprouvé la puiſſance, on parvient à faire naître de prodigieux degrés de froid. C'eſt ſur quoi on a déja fait de curieuſes expériences, mais que nous avons eu beſoin de répéter pour en déterminer les effets en degrés de notre Thermometre.

Qu'on prenne de la glace pilée très-fine, & réduite preſqu'en neige, qu'on mette un de nos petits Thermometres dans cette glace, contenuë elle-même dans un vaſe de capacité proportionnée à celle du Thermometre. Qu'on prenne une quantité d'eſprit de Nitre dont le poids ſoit environ égal à la moitié de celui de la glace, & à qui on ait eu ſoin de donner le degré de froid de la congélation, en le tenant pendant quelque temps au milieu de la glace. Tout étant ainſi préparé, verſés l'eſprit de Nitre ſur la glace,

vous verrés descendre la liqueur du Thermometre avec beaucoup de vîtesse, & elle ne s'arrêtera que lorsqu'elle sera à environ 19 degrés au dessous de la congélation. Voilà donc 4 degrés de froid par de-là les 15 que donne le sel marin.

On ira pourtant plus loin; on produira un degré de froid beaucoup plus grand, si avant que de verser l'esprit de Nitre sur la glace, on a fait prendre à cette glace & à l'esprit de Nitre un plus grand degré de froid que celui de la congélation. Je les ai refroidis l'un & l'autre au point d'avoir le degré de froid de 14 degrés, en les environnant de glace mêlée avec du sel marin. Cet esprit de Nitre, déja très-froid, versé sur de la glace très-froide, a produit un froid qui a fait descendre la liqueur du Thermometre à 23 degrés $\frac{1}{2}$.

Si on avoit refroidi la glace & l'esprit de Nitre à ce prodigieux degré de froid, c'est-à-dire, si on avoit fait prendre à la glace 22 à 23 degrés de froid, & si on avoit fait prendre le même degré de froid à l'esprit de Nitre, du mélange de cet esprit de Nitre si prodigieusement refroidi avec de la glace également refroidie, il en naîtroit une nouvelle augmentation de froid que j'ai ainsi poussée jusqu'à 25 degrés. On ne voit point le terme où le froid pourroit être porté, en versant de l'esprit de Nitre de plus froid en plus froid avec de la glace de plus froide en plus froide. C'est pourtant une progression qui va en décroissant, & même en décroissant assés vîte.

L'efficacité du sel marin étant si supérieure, par rapport à la production du froid, à celle du Salpêtre, il sembloit qu'on devoit attendre que l'esprit de Sel employé avec les mêmes précautions que l'esprit de Nitre, feroit naître un degré de froid beaucoup plus considérable. Mais plus on fait d'expériences, plus nous avons de preuves que nous ne devons pas trop nous fier aux premiéres apparences. L'esprit de Sel a produit un peu moins de froid que l'esprit de Nitre n'en avoit produit, trois quarts de degré de moins.

S'il est singulier que l'esprit de Sel ne soit pas capable de produire un plus grand degré de froid que celui que l'esprit

de Nitre peut produire, il doit le paroître bien davantage qu'une liqueur inflammable, qu'une liqueur que nous regardons comme tout feu, que l'esprit de Vin en un mot soit propre à produire un degré de froid à peu-près égal à celui que font naître les esprits acides les plus violents. Les Physiciens sçavent pourtant que l'esprit de Vin versé sur de la glace, produit sur le champ un refroidissement qui est supérieur à celui de sels assés efficaces. Mais, pour mieux connoître tout ce que peut l'esprit de Vin pour la production du froid, je lui ai fait prendre à lui-même 19 degrés de froid, en environnant la bouteille, dans laquelle il étoit, de glace refroidie à ce point. Je l'ai versé sur de la glace refroidie au même degré; la liqueur du Thermometre qui étoit dans cette glace, est descenduë à 21 degrés $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, qu'il ne s'en est fallu que 2 degrés que le froid produit par l'esprit de Vin n'ait été égal à celui qui est produit par l'esprit de Nitre dans les mêmes circonstances.

Nous nous sommes fait une loi de ne nous point arrêter à donner des explications qui pourroient paroître incertaines, dans un Mémoire où nous ne pourrons même rapporter qu'une petite partie des faits que nos expériences nous ont fournis. Les explications que nous pourrions donner, devant être tirées des faits, le détail des faits doit les précéder. Un fait que nous pouvons prendre pour certain, c'est que si on mêle une matiére quelconque avec la glace, ce mélange ne produit de froid qu'autant qu'il occasionne la fonte de la glace. C'est un principe que M. de Mairan n'a pas manqué de saisir dans son Traité de la Glace, & dont il a bien sçû faire usage. Dans la vûë de démontrer la vérité de ce principe, j'ai fait une expérience dont le succès eût surpris ceux à qui ce principe n'eût pas été connu. J'ai fait prendre à de la glace bien pilée 12 degrés de froid; j'ai jetté sur cette glace du sel marin froid lui-même de 12 degrés. La glace & le sel froids à ce point étoient très-secs l'un & l'autre; le sel devoit toucher la glace, être mêlé avec elle

sans

ſans la fondre. Je les ai mêlés enſemble avec un inſtrument très-froid; il ne s'eſt fait aucune fuſion, auſſi ne s'eſt-il fait aucune nouvelle production de froid. La liqueur du Thermometre qui auroit dû deſcendre à 15 degrés par l'effet du mêlange du ſel & de la glace, a reſté à 12 degrés, c'eſt-à-dire, au degré qu'avoient la glace & le ſel avant que d'être mêlés.

J'ai pourtant cru qu'avec de la glace & du ſel refroidis on pouvoit produire des degrés de froid plus grands que ceux qu'ils donnent lorſqu'on les mêle enſemble, n'ayant chacun que le froid de la congélation, ou un froid moindre. J'ai mêlé enſemble de la glace & du ſel marin qui avoient chacun 14 degrés de froid; la liqueur du Thermometre eſt reſtée à ce terme. Pendant qu'elle y paroiſſoit fixe, j'ai verſé ſur la glace, de l'eau chargée de ſel marin, & froide de 8 à 9 degrés. Le but que je me propoſois eſt aiſé à voir, je voulois mettre le ſel marin concret & la glace en état de fondre. La glace & le ſel ſe ſont auſſi fondus, & ſur le champ le froid des matiéres qui ſe fondoient a augmenté. Non ſeulement la liqueur du Thermometre a deſcendu à 15 degrés, terme ordinaire du froid de la glace & du ſel marin, elle eſt deſcenduë 2 degrés $\frac{1}{2}$ plus bas, à 17 $\frac{1}{2}$. D'où il ſuit qu'au moyen de cet expédient, on pourroit avec de la glace & du ſel refroidis de plus en plus, produire des degrés de froid de plus grands en plus grands. Cette maniére de faire uſage des ſels, & les combinaiſons que j'ai tenté de faire de différents ſels les uns avec les autres, m'ont déja appris qu'avec des ſels concrets on peut produire des degrés de froid preſque auſſi conſidérables que les plus grands qui ayent été produits avec les plus forts eſprits acides. Avec du ſalpêtre, du ſel marin & du ſel ammoniac refroidis, mêlés ſucceſſivement avec la glace, en doſes convenables, j'ai fait naître un degré de froid de 22 degrés. Partant de-là pour faire uſage des eſprits acides, quel froid ne produiroit-on pas!

La meilleure & la plus préciſe maniére de meſurer les degrés du froid, eſt aſſûrément par les degrés de condenſation qu'il produit dans la liqueur du Thermometre; il en eſt

encore une autre qui a quelque chose de moins exact, mais de plus satisfaisant, c'est celle qui nous détermine leur puissance pour geler, pour faire prendre de la solidité à des liqueurs. L'eau est gelée par un degré de froid que nous prenons pour le terme d'où nous commençons à compter les degrés qui vont en augmentant. Il y a des liqueurs qui conservent leur fluidité, quoiqu'on leur fasse prendre les plus grands degrés de froid que nous ayons produits; tel est heureusement l'esprit de Vin de nos Thermometres. Si on l'affoiblit en le mêlant avec de l'eau, on donne plus de prise au froid pour le fixer, pour le rendre solide. Dans mes différentes épreuves j'ai mis dans le mêlange de glace & de sel de petits tubes de verre remplis chacun d'esprit de Vin affoibli en différentes proportions. Tout ce qu'a pû faire le froid de 23 degrés $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, ce prodigieux froid qui naît de l'esprit de Nitre refroidi, versé sur la glace refroidie, a été de faire geler l'esprit de Vin, tel que celui de nos Thermometres, mêlé en parties égales avec l'eau. Un mêlange de trois parties du même esprit de Vin & de deux parties d'eau a conservé sa fluidité au milieu de ce grand froid. Mais ce mêlange de trois parties d'esprit de Vin & de deux parties d'eau a été converti en glace par un degré de froid de 25 degrés, que j'ai produit en versant de l'esprit de Nitre très-refroidi sur de la glace très-refroidie.

Le froid de 15 degrés, celui que produit le sel marin, ne peut geler qu'un mêlange fait d'une partie d'esprit de Vin & de trois parties d'eau.

Nous ne sommes pas surpris que les liqueurs inflammables, telles que l'esprit de Vin, & peut-être ne le devons-nous pas être encore, que les puissants esprits acides, que les eaux mêmes chargées de beaucoup de sels conservent leur liquidité contre des froids excessifs. Mais la Nature sçait composer des liqueurs qui ne sont nullement inflammables, qui n'ont pas d'acidité sensible pour nous, & qui cependant sont en état de résister à de très-grands froids. Je veux parler de l'espece de sang qui circule dans des Insectes de tant

d'especes; par sa couleur, par son goût, nos sens grossiers le jugeroient de l'eau, ou au moins une liqueur extrêmement aqueuse. Les canaux dans lesquels il circule, nous conduisent, à la vérité, à en prendre une autre idée. Il m'a paru curieux de sçavoir quels degrés de froid étoient capables de soûtenir les liqueurs des Insectes sans se geler. S'il est un état de mort, c'est assûrément celui où toutes les liqueurs sont gelées, où tout leur mouvement, même leur mouvement intestin, est arrêté. Quand l'hyver nous fait sentir un froid que nous trouvons trop rude, ce seroit une espece de consolation de sçavoir qu'il nous délivre de certaines especes d'Insectes; qu'il fait périr telle espece de Chenilles qui pendant l'été auroit dépouillé les arbres de nos jardins de leurs feuilles; qu'il en fait périr une autre qui auroit ravagé les choux ou d'autres légumes. J'ai mis dans des tubes de verre des Chenilles de différentes especes & d'autres insectes, & cela pendant l'hyver, & au commencement du printemps. J'ai placé ce tube de verre dans un mêlange de glace & de sel propre à faire naître un grand degré de froid, qu'un Thermometre placé dans la même liqueur me faisoit connoître. Je réserve le détail de ces expériences pour un autre ouvrage, pour l'histoire des Insectes où il doit se trouver; je me contenterai d'en donner ici quelques résultats. Huit degrés de froid au-dessous de la congélation ont été nécessaires, mais ils ont suffi pour geler parfaitement des Chenilles de quelques especes. Ces 8 degrés de froid les ont renduës roides, & aussi dures que la plus dure glace, on ne pouvoit les couper que comme on coupe une pierre tendre; aussi toutes ces Chenilles étoient-elles bien mortes, & ne se sont jamais donné de mouvement depuis.

J'ai exposé au même degré de froid, & ensuite à de plus grands degrés de froid, des Chenilles qui, quoiqu'elles dûssent devenir d'une grandeur médiocre, c'est-à-dire, longues de plus d'un pouce, & grosses à proportion, n'avoient que deux ou trois lignes de longueur, & n'étoient guere plus grosses que de grosses épingles. Si jeunes, & par

conſéquent ſi délicates, elles ne ſembloient pas être en état de réſiſter à un froid bien rude ; il y en a pourtant eu à qui j'ai fait ſoûtenir un froid de plus de 17 degrés, plus grand de près de 3 degrés que celui de l'année 1709. Quand je les ai eu retirées de l'endroit où regnoit un ſi furieux froid, elles ſembloient mortes, mais elles ne l'étoient pas ; leur corps avoit ſa premiére ſoupleſſe, il cédoit ſous le doigt, il ſe laiſſoit plier. Enfin ces Chenilles réchauffées peu-à-peu, c'eſt-à-dire, d'abord dans de la glace ordinaire, ont commencé à ſe mouvoir, & ont paru auſſi vigoureuſes qu'elles l'étoient avant que d'avoir été miſes à une ſi rude épreuve.

Le ſang & les principales liqueurs qui ſe trouvent dans le corps de ces inſectes, toutes aqueuſes qu'elles nous ſemblent, ſont donc d'une nature à ſoûtenir un froid exceſſif ſans ſe geler. Je vois bien qu'on peut ſoupçonner que ce que j'attribuë à la nature de leurs liqueurs, a peut-être pour cauſe la chaleur qui regne dans l'intérieur de l'inſecte, & la rapidité avec laquelle les liqueurs y circulent. Quoiqu'après une diette de trois à quatre mois qu'avoient faite les Chenilles dont je parle, la vîteſſe de la circulation dût être bien affoiblie, & la chaleur intérieure bien diminuée, j'ai pourtant craint que les deux cauſes dont je viens de parler, ne produiſiſſent l'effet que j'attribuois à la qualité de leurs liqueurs. Le doute étoit aiſé à lever par une expérience. J'ai tué pluſieurs de ces Chenilles, & bien mortes, je les ai miſes dans le tube de verre que j'ai tenu pendant un temps ſuffiſant au milieu du mêlange qui produit un froid de 17 degrés; quand je les en ai eu retirées, j'ai vû que leurs corps étoient auſſi ſouples que l'étoient, après la même épreuve, ceux des Chenilles qui l'avoient ſoûtenuë vivantes. Les liqueurs du corps des mortes n'avoient donc été aucunement gelées par un ſi grand froid; ce n'eſt donc ni la chaleur intérieure de leur corps, ni le mouvement rapide de leurs liqueurs qui empêche ces liqueurs de ſe geler.

Nous ne pouvons donc pas eſpérer que les plus grands froids de notre climat nous délivrent, ni même qu'ils diminuent le nombre des Chenilles de l'eſpece dont je viens de

parler, & malheureusement c'est celle qui fait le plus de ravage; dans certaines années, le nombre de ses individus égale peut-être en France celui des individus d'un millier d'autres especes, aussi avons-nous nommé cette espece *la Commune.* C'est celle qui passe l'hyver dans des nids de toiles qui paroissent sur les arbres, mieux qu'en tout autre temps, lorsque leurs feuilles sont tombées.

Il n'est pas sûr même que l'hyver nous délivre des especes de Chenilles dont les liqueurs sont gelées par 7 à 8 degrés de froid, lorsque le froid de l'air devient plus considérable. Le grand Maître qui a fait les Chenilles, a plus songé à les constituer comme elles le devoient être, qu'à les constituer comme nous voudrions qu'elles le fussent. Quantité d'especes passent l'hyver sous la forme de crisalides. Il y a de ces crisalides qui, pendant cette rude saison, sont attachées contre des murs, contre des entablements d'édifices, contre des branches d'arbres; qui y sont nuës, c'est-à-dire, qui ne sont point couvertes d'une coque de soye. J'ai fait souffrir à de pareilles crisalides de très-grands degrés de froid, sans que leurs liqueurs se soient gelées, sans qu'elles ayent paru en souffrir. Dautres crisalides au contraire ont été durcies par un froid de 7 à 8 degrés, & elles ont péri; mais ces derniéres étoient des crisalides venuës de Chenilles qui étoient entrées en terre, qui s'y étoient construit des coques dans lesquelles elles s'étoient métamorphosées. Ainsi les insectes qui restent exposés à de grands degrés de froid sont ceux qui les peuvent braver. Ceux qui sont plus sensibles aux impressions du froid, agissent comme s'ils prévoyoient celui qui doit regner pendant l'hyver sur la surface de la terre, & auquel ils ne sçauroient résister; je dis qu'ils agissent comme s'ils le prévoyoient, parce que ce ne sont pas les approches de l'hyver, le froid actuel qui détermine les Chenilles à entrer en terre, il y a des Chenilles qui s'y enfoncent dans les mois de Juillet & d'Août, & d'autres même dès le commencement du printemps. Peu après y être entrées, elles s'y transforment en crisalides, & y restent quelquefois des neuf à dix mois, &

même près d'une année. Ce n'eſt que l'année ſuivante que l'inſecte ſort de terre ſous la forme de Papillon.

Au reſte le ſang des grands animaux, celui des oiſeaux, celui des quadrupedes & le nôtre même non ſeulement ſe coagulent aiſément, mais ils ſont bien plus aiſés à geler que celui des inſectes. Le ſang d'un Pigeon qu'on a fait couler tout chaud dans un tube, a été réduit en glace très-dure par 7 à 8 degrés de froid, & eût pû être gelé par un moindre froid. Le ſang d'un Agneau a ſoûtenu, ſans ſe geler, 3 degrés de froid, mais 5 degrés l'ont rendu de la glace. Les grands animaux ont dans leurs corps une chaleur & un principe de chaleur qui ne ſe trouvent pas dans ceux des inſectes. Les grands animaux n'avoient donc pas beſoin d'avoir un ſang qui gelât auſſi difficilement que gele celui des inſectes.

Pour avoir des Thermometres dont la marche ſoit la même, dont les degrés ſoient exactement comparables, ils doivent être remplis d'une même liqueur, d'un eſprit de Vin également dilatable, auſſi la difficulté qui nous a arrêté le plus, a été de trouver un moyen de nous aſſûrer de la dilatabilité de l'eſprit de Vin. Pour y parvenir, nous avons cherché combien différents eſprits de Vin condenſés par le froid de la congélation artificielle de l'eau qui commence à ſe geler, pourroient être dilatés par le plus grand degré de chaleur que l'eſprit de Vin puiſſe prendre ſans bouillir. Lorſque nous avons enſeigné la maniére de faire cette épreuve, nous avons averti qu'elle eſt extrêmement délicate, qu'elle demandoit à être faite par quelqu'un qui y apportât toute ſon attention, & même qui s'y fût exercé plus d'une fois. Il y a à craindre, lorſqu'on chauffe un peu trop bruſquement l'eau, de faire bouillir l'eſprit de Vin avant que de lui avoir fait prendre tout le degré de chaleur qu'il peut prendre ſans bouillir, lorſqu'il eſt échauffé plus doucement. Quand l'épreuve eſt bien faite, l'eſprit de Vin le plus rectifié ſe dilate davantage que celui qui l'eſt moins. Tel eſprit de Vin, dont le volume condenſé par la congélation de l'eau eſt à 1000, a un volume de 1090, lorſqu'il eſt dilaté par le

plus grand degré de chaleur qu'il puiſſe prendre ſans bouillir. Dans le même cas le volume d'un autre eſprit de Vin plus foible ſera de 1085; & nous avons choiſi pour nos Thermometres l'eſprit de Vin, dont le volume condenſé par la congélation étant 1000, devient 1080 rarefié par le plus grand degré de chaleur qu'il puiſſe prendre ſans bouillir.

Si le même degré de chaleur rarefie davantage l'eſprit de Vin le plus rectifié, le même degré de froid condenſe davantage cet eſprit de Vin qu'il n'en condenſe un plus foible. Au lieu de caractériſer l'eſprit de Vin par ſon degré de dilatabilité, nous pouvons donc le caractériſer par ſon degré de *condenſabilité*. On a deux eſprits de Vin différents dont le volume eſt réduit à 1000 par le degré de froid de la congélation de l'eau; ſi on met des boules de Thermometres faits de ces différents eſprits de Vin, dans un mêlange convenable de ſel & de glace, l'eſprit de Vin le plus foible ne deſcendra pas auſſi bas dans ſon tube que l'eſprit de Vin le plus fort deſcendra dans le ſien. Nous avons vû, par exemple, que l'eſprit de Vin ordinaire de nos Thermometres, l'eſprit de Vin dont nous les rempliſſons, eſt deſcendu à 15 degrés dans un mêlange de ſel & de glace fait dans les rapports de 1 à 2 & de 2 à 5. J'ai mis dans un autre Thermometre un eſprit de Vin rectifié, de celui que je fais affoiblir en le mêlant avec l'eau, avant que d'en remplir les Thermometres, cet eſprit de Vin a deſcendu à 17 degrés $\frac{1}{3}$, la boule du Thermometre ayant été miſe dans un pareil mêlange de ſel & de glace. Ainſi le rapport de condenſabilité de ces deux eſprits de Vin eſt comme 15 à 17$\frac{1}{3}$. La dilatabilité de ces deux eſprits de Vin, priſe au-deſſus de la congélation, étoit comme 80 à 90, comme 8 à 9, & leur condenſabilité comme 15 à 17$\frac{1}{3}$, ce qui ne donne pas un rapport auſſi différent qu'on auroit pû l'attendre.

La commodité de ce genre d'épreuve, c'eſt qu'elle ne demande d'autre attention que celle de bien mêler le ſel & la glace; on n'a point de bouillonnements à craindre; elle peut être aiſément répétée. Si les réſultats des différents eſſais

sont les mêmes, ou varient peu, on est sûr d'avoir bien opéré. A la vérité on n'a pas une aussi grande suite de degrés de condensabilité que celle des degrés de dilatabilité, mais ce desavantage est plus que compensé par le peu d'inconvénients auxquels cette épreuve expose. Il est très-aisé de la faire avec précision. On pourroit même prendre une assés grande suite des degrés de condensabilité, si au lieu de faire l'épreuve à un froid de 15 degrés au dessous de la congélation dans notre Thermometre ordinaire, on la faisoit à un froid de 22 à 23 degrés.

Mais, pour revenir aux expériences par le moyen desquelles nous produisons des augmentations de froid, il est clair que la matiére qu'on mêle avec la glace y doit être mêlée en une certaine proportion & avec certaines précautions. Des regles générales seront aisées à déterminer, si on se rappelle l'expérience qui a prouvé incontestablement que le refroidissement ne se fait qu'à l'occasion de la fonte de la glace; elle apprend, cette expérience, qu'il faut employer la quantité, soit de matiére solide, soit de liquide, nécessaire pour fondre la glace, & qu'il ne faut en employer que cette quantité. Si on n'employe pas le sel marin, par exemple, en quantité suffisante, le degré de froid qui sera produit ne sera pas aussi considérable qu'il peut l'être. Si on mêle au contraire le sel marin en trop grande proportion avec la glace, il en arrivera encore que l'on n'aura pas un aussi grand degré de froid qu'on auroit eu, si on l'eût employé dans une moindre dose. Ce n'est pas seulement la glace qui doit se fondre, le sel doit se fondre en même temps; c'est la liqueur qui vient de la glace & du sel fondu qui a un plus grand degré de froid que la glace. Le sel & la glace qui ne sont pas fondus, sont moins froids que la liqueur composée de glace nouvellement fonduë & de sel; d'où il suit que le sel excédent qui a été employé, ne sert qu'à réchauffer les parties qui se fondent & qui se mêlent par la fusion.

Deux expériences, dans l'une desquelles le sel marin a été employé en trop petite quantité, & dans l'autre desquelles

ce

ce ſel a été mis en trop grande quantité, donneront les preuves de ce que nous venons d'avancer. La plus petite doſe dans laquelle j'ai employé le ſel marin, a été d'une ſeule partie de ce ſel contre dix de glace. Il n'a pas laiſſé de réſulter de ce mêlange un froid conſidérable, il a été de 8 degrés $\frac{3}{4}$, moindre pourtant de 6 degrés $\frac{1}{4}$ que celui qui eût été produit par la combinaiſon la plus avantageuſe. Dans une autre expérience, j'ai mêlé le ſel avec la glace en parties à peu-près égales, huit parties de ſel avec neuf de glace; le froid qui a été produit, n'a été que 13 degrés $\frac{1}{2}$, moindre par conſéquent d'un degré $\frac{1}{2}$ que celui qui eût été donné par la proportion la plus favorable.

La proportion la plus efficace du mêlange d'un ſel avec l'eau ſeroit aiſée à déterminer, ſi le ſel pouvoit être mêlé par des parties indéfiniment petites avec la glace prodigieuſement diviſée; la quantité de ſel ſeroit alors à peu-près égale ou peu ſupérieure à la quantité de ce ſel que l'eau peut tenir en diſſolution. Mais comme le ſel eſt toûjours employé en gros grains, que la glace même, fût-elle priſe en neige, eſt toûjours en gros molécules, pour que la glace ſoit le plus touchée qu'il eſt poſſible par le ſel, pour que la fuſion ſoit opérée le plus promptement qu'il eſt poſſible, la quantité du ſel qui doit être employée, doit ſurpaſſer celle que cette eau tiendroit en diſſolution. Ainſi, quoique l'eau ne puiſſe tenir qu'un peu plus du tiers de ſon poids de ſel marin diſſous, j'ai trouvé qu'il falloit mêler une partie de ſel marin en grains avec deux parties de glace. Il y a même ſur tout cela des limites d'une aſſés grande étenduë; deux parties de ſel mêlées avec trois parties de glace, ont produit le même effet qu'une partie de ſel mêlée avec deux parties de glace.

Mais au moins réſulte-t-il de ces obſervations, que pour produire les plus grands degrés de froid poſſibles avec différents ſels, on employera en moindres doſes que le ſel marin les ſels dont l'eau ne peut pas tenir en diſſolution une auſſi grande quantité que celle qu'elle tient de ce ſel; & qu'on employera au contraire en plus grande proportion les ſels

dont l'eau peut diſſoudre davantage que de ſel marin.

Enfin, on voit qu'il faut faire le mêlange de la glace & du ſel le plus parfaitement & le plus promptement qu'il eſt poſſible, pour produire le plus grand degré de froid poſſible. Plus le froid tarde à naître, & moins il eſt grand, parce que la chaleur des matiéres extérieures a plus le temps d'agir avec ſuccès contre le mêlange. La meilleure maniére de mêler enſemble la glace & le ſel, m'a paru être de les poſer l'une & l'autre par couches autour du vaſe qu'on veut refroidir, & de remuer enſuite le tout avec quelque inſtrument de fer bien refroidi. La pratique de quelques faiſeurs de glace eſt de mêler la glace & le ſel enſemble dans un grand vaſe, d'où ils la tirent bientôt pour la mettre dans un vaſe plus petit où eſt celui qui contient la liqueur qu'ils veulent geler; mais il eſt évident que ce procédé fait perdre une partie du froid. Pendant qu'on mêle la glace avec le ſel, il s'éleve une fumée très-épaiſſe, ſemblable à celle d'un feu qu'on vient d'éteindre, la vapeur qui ne peut s'élever que très-lentement dans un air très-froid, s'y raſſemble ſous la forme de fumée.

Quoiqu'il ſemblât que plus le ſel ſeroit pulvériſé & réduit en grains fins, & plus ſon effet ſeroit prompt, j'ai pourtant obſervé qu'on réuſſiſſoit ſouvent moins bien en employant le ſel marin, par exemple, extrêmement pulvériſé, qu'en l'employant après avoir ſimplement écraſé ſes grains, ou en leur laiſſant même toute leur groſſeur. Ce n'eſt pas qu'il ne ſoit certain que le meilleur des procédés eſt celui de mêler la glace & le ſel par les plus petites parties qu'il eſt poſſible, mais il arrive que lorſqu'on a jetté du ſel en poudre très-fine, il ſe trouve bientôt dans la glace par maſſes plus groſſes que celles des grains écraſés, ou dans leur entier, l'humidité lie enſemble des amas de ces petits grains.

Moins de circonſtances s'oppoſent à ce que l'eſprit de Vin, les eſprits acides, & généralement tous les liquides propres à faire naître du froid, en produiſent les plus grands degrés qu'ils ſont capables de produire. Ils ſe mêlent bien plus

parfaitement avec la glace, ils la touchent & l'attaquent dans un inſtant de toutes parts.

Une remarque que nous avons faite, c'eſt que pour produire de nouveaux degrés de froid, il faut que de la glace fonduë & de la matiére ſoit ſolide, ſoit liquide, qui a été employée, il ſe faſſe un nouveau liquide. De-là naît une regle pour connoître les liqueurs, qui mêlées avec la glace, ſont incapables d'y produire du froid. Toutes les liqueurs huileuſes qui ne peuvent pas ſe mêler avec l'eau, ſeront employées ſans ſuccès. Auſſi ai-je éprouvé que des huiles groſſiéres, telles que l'huile de Lin, ou des huiles plus ſubtiles, comme l'huile & l'eſprit de Térébenthine, ſeront jettées inutilement ſur la glace; elles la peuvent fondre, mais elles ne peuvent ſe mêler avec l'eau qui naît de la fuſion, & par-là elles ſont incapables de produire des degrés de froid. Il en eſt de même de toute matiére, ſoit graſſe, ſoit terreuſe, de forme ſolide qui ne pourra être tenuë en une parfaite diſſolution par l'eau, qui ne forme pas avec elle un nouveau fluide. J'ai inutilement fait mêler de la glace avec de la graiſſe, & avec des matiéres terreuſes qui contiennent peu de ſels dont l'eau puiſſe ſe ſaiſir, telle que la Craye; il ne s'en eſt ſuivi aucun refroidiſſement.



SOLUTION
DE PLUSIEURS PROBLEMES
Où il s'agit de trouver des Courbes dont la proprieté consiste dans une certaine relation entre leurs branches, exprimée par une Equation donnée.

Par M. CLAIRAUT.

DANS les Courbes dont on parle dans ce Mémoire, il ne suffit pas, comme dans la plûpart des autres, de considérer un de leurs points quelconques, ou une partie infiniment petite de la Courbe pour la déterminer toute entiére. Les propriétés de celles-ci demandent nécessairement qu'on prenne à la fois plusieurs points à des distances finies les uns des autres, & dans des branches différentes.

Les Problemes que je vais donner, & ceux qui sont de la même espece, seroient fort faciles, si, pour trouver les Courbes qui en sont la solution, on se contentoit de prendre deux ou plusieurs branches de différentes Courbes, au lieu de trouver une seule Courbe qui les comprenne toutes. Prenant une branche d'une Courbe quelconque, on en trouveroit aisément d'autres par les méthodes ordinaires, qui auroient avec cette premiére la relation demandée. Mais pour faire ensorte que les différentes branches appartiennent toutes à la même Courbe, il faut nécessairement avoir recours à d'autres méthodes qui adjoûtent de plus grandes difficultés à ces Problemes.

Il n'y a eu jusqu'ici, du moins que je sçache, que très-peu de Problemes de cette nature, on peut dire même qu'il n'y a d'expliqué que le fameux Probleme des Trajectoires réciproques, dont M.[rs] Bernoulli, Pembreton & Euler ont donné des solutions dans les Actes de Leipsic, années 1718,

1719 & 1720, & dans le Tome II. des Mémoires de l'Académie de Peterſbourg.

Dans les autres Problemes, dont je parlerai tout à l'heure, on ne trouve que quelques-unes des Courbes qui ont la propriété demandée, ſans montrer la méthode, ou du moins ſans donner le détail néceſſaire pour la faire bien entendre.

DÉFINITIONS.

On doit ſçavoir que par fonction d'une variable, on entend une quantité compoſée de cette variable & de conſtantes, de quelque maniére qu'elle en ſoit formée, par exemple, x^2, x^3, $x^4 + ax^3$, $\frac{x^2+ax}{x+\sqrt{(ax)}}$ ſont des fonctions de x. Je me ſervirai de différents ſignes comme Πx, Φx, Δx, &c. pour exprimer différentes fonctions en général.

Lorſque je parlerai dans ce Mémoire, d'équations où deux quantités ſont la même fonction, ce ſera des équations où on peut mettre une de ces deux quantités à la place de l'autre, ſans que l'équation en ſoit changée, par exemple, $xy = a$, $x^2 + y^2 = a$, $bx + by + cxy + y^3 + x^3 = d$, ſont de ces ſortes d'équations.

LEMME.

Si dans une équation où deux quantités ſont la même fonction, l'on ſubſtituë à la place de l'une de ces quantités $A + B$, & à la place de l'autre $A - B$ (A & B marquent tout ce que l'on veut), il arrivera toûjours dans le réſultat qu'il ne reſtera plus que des puiſſances paires de B. Par exemple, dans l'équation $bx + by + cxy = d$, ſi l'on met pour x, $A + B$, & pour y, $A - B$, il viendra $2bA + cAA - cBB = d$, où B eſt au quarré; dans $x^3 + y^3 = a$, on trouvera $2A^3 + 6ABB = a$, &c.

La même choſe arrivera ſi l'on met pour les deux quantités $\frac{A+B}{C+B}$ & $\frac{A-B}{C-B}$, ou $\frac{A+C-B}{D+B}$ & $\frac{A+C+B}{D-B}$; & en général, ſi l'on employe deux quantités qui ne différent entre elles que par le ſigne $+$ ou $-$ qu'on donnera à B.

Mais si l'on fait les mêmes substitutions dans une équation où les deux quantités ne sont pas la même fonction, les puissances impaires de B ne s'en iront point.

Dans les Journaux de Leipsic (années 1696 & 1697), le célébre M. Jean Bernoulli donne un Mémoire qu'il intitule *Supplementum defectus Geometriæ Cartesianæ circa inventionem locorum*, il y remarque que d'autres courbes que le cercle peuvent avoir cette propriété, que d'un point extérieur tirant une infinité de droites sécantes, le produit des segmens est toûjours constant, & il donne une équation qui renferme quelques-unes des courbes qui ont cette propriété, mais sans montrer sa solution.

Il imagine ensuite que les sécantes, au lieu de partir d'un point fixe, soient toutes paralleles entre elles, & terminées par une droite donnée de position, & il donne quelques-unes des courbes dans lesquelles le produit de ces segmens est constant, ensuite il prend pour la propriété des segmens que leur somme soit constante, au lieu de leur produit.

Et il propose aux Géometres, de trouver des Courbes dans lesquelles la somme de deux puissances quelconques des segmens soit constante. M.rs Leibnitz, Jacques Bernoulli, & le Marquis de l'Hôpital résolurent ce Probleme, en donnant chacun une équation qui renfermoit quelques-unes des courbes demandées, mais sans démonstration, excepté M. Jacques Bernoulli dont la solution n'est autre chose que de prendre une équation $y = ax^n + bx^m$, dont les coëfficients & les exposants sont arbitraires, & de les trouver ensuite par la méthode des indéterminées, de façon que la courbe ait la propriété demandée; mais il est aisé de voir que cette méthode n'est pas directe. Il n'en est pas de même d'une solution de ces Problemes que M. Newton a mise dans le même Journal, on voit bien par le peu qu'il donne, qu'il avoit le véritable chemin pour les résoudre; mais sa méthode est si peu expliquée que j'ai cru qu'on verroit avec plaisir la solution suivante, qui, au fonds, est, je crois, la même que celle de M. Newton, mais avec toute l'étendue

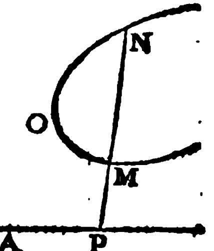
qui m'a paru nécessaire pour la rendre claire & applicable à tous les Problemes de la même nature.

Les deux premiers des Problemes suivants ne sont uniquement que ceux de M. Bernoulli pris plus généralement; mais le troisiéme est extrêmement différent, & beaucoup plus difficile. Il ne paroît pas d'abord de la même sorte, on pourroit croire même qu'il est de ceux qui sont résolus par une seule équation, mais cependant il y a une infinité d'équations de formes différentes qui le résolvent, & je donne la maniére de les trouver. La principale difficulté de ce Probleme consistoit à trouver ce qu'il avoit de commun avec les deux premiers, j'espere que la méthode que j'employe pour cela pourra servir à beaucoup d'autres Problemes.

PROBLEME I.

On demande la courbe MON, *que chacune, d'une infinité de droites* PMN, *paralleles entre elles, & terminées par l'axe* AP, *coupe de façon que la relation entre* PM *&* PN *soit exprimée par une équation donnée!*

SOLUTION.



Puisque les droites *PMN,* qui sont les ordonnées de la courbe *MON,* sont rencontrées en deux points *M* & *N,* l'équation de cette courbe doit être telle que si on la résout pour avoir la valeur de l'ordonnée exprimée en abscisse, on trouve deux valeurs en même temps, l'une de *PM,* & l'autre de *PN.* Je cherche donc ce qui peut entrer dans l'expression de l'ordonnée pour qu'elle puisse avoir deux valeurs, ce ne peut être que quelque quantité radicale. Ainsi le Probleme se réduit à trouver des quantités dans lesquelles il y ait des radicaux qui, selon que l'on prendra le signe + ou le signe — donnent deux valeurs telles qu'étant substituées dans l'équation donnée, l'une à la place de *PM,* & l'autre à la place de *PN,* elles résolvent cette équation.

Pour cela, on n'aura qu'à prendre une forme de fonction dans laquelle il y ait un radical que l'on ſuppoſera inconnu, & toutes les autres quantités connuës & priſes à volonté, puis ſubſtituer les deux valeurs que l'on peut avoir en prenant ce radical en $+$ ou en $-$ dans l'équation donnée, & chercher la valeur de ce radical, comme on fait pour dégager une inconnuë; enſuite ayant trouvé ce radical, on le mettra dans la fonction qu'on avoit choiſie pour la valeur de l'appliquée de la courbe cherchée. Alors ſi on prend le ſigne $+$ on aura l'équation de la branche compoſée des points *N*, & ſi on prend le ſigne $-$ on aura celle des points *M*, ou au contraire. Et en faiſant évanouir les radicaux, on aura l'équation de la courbe entiére.

Suppoſons, par exemple, qu'on veuille trouver la courbe où $PM^2 + PN^2 = aa$. Je nomme AP, x; PM, y; PN, y', j'imagine que l'ordonnée de la courbe ſoit exprimée en général par la quantité $\Phi u \pm \sqrt{z}$ où Φu exprime une quantité quelconque compoſée de u & de conſtantes, & $\sqrt{z}$ un radical que je vais déterminer. Par ce que je viens de dire, y' ſera $\Phi u + \sqrt{z}$, & y, $\Phi u - \sqrt{z}$; ſubſtituant ces deux valeurs dans l'équation $PM^2 + PN^2 = aa$, ou $yy + y'y' = aa$, on aura $2(\Phi u)^2 + 2z = aa$; d'où l'on tire $z = \frac{1}{2}aa - (\Phi u)^2$ qui étant remis dans la valeur de l'ordonnée donnera $y' = \Phi u + \sqrt{[\frac{1}{2}aa - (\Phi u)^2]}$, & $y = \Phi u - \sqrt{[\frac{1}{2}aa - (\Phi u)^2]}$, & en faiſant évanouir les radicaux $y'y' - 2y'\Phi u = \frac{1}{2}aa - 2(\Phi u)^2$, & $yy - 2y\Phi u = \frac{1}{2}aa - 2(\Phi u)^2$ qui ſont les mêmes, & qui font voir que les deux branches *MO*, *NO*, ſont à la même courbe, & ont la propriété demandée. Il en ſera ainſi des autres, quelque forme de fonction que l'on imagine avec des radicaux, réſoudra le Probleme, s'il peut être réſolu. Mais il y a bien des cas où il eſt impoſſible de trouver des courbes dans leſquelles *PM* & *PN* ayent certaine

relation

relation entre elles. Ces cas sont ceux où la relation entre *PM* & *PN* n'est pas exprimée par une équation dans laquelle ces deux quantités fassent la même fonction, il n'y a point de courbes qui résolvent le Probleme alors.

La démonstration de tout ce que nous venons de dire est évidente par le Lemme précédent; car les quantités dans lesquelles il entre un radical sont dans le même cas que $A+B$ & $A-B$, dont j'ai parlé dans ce Lemme; ainsi en les substituant dans une équation où *PM* & *PN* sont la même fonction, les puissances impaires du radical $\sqrt{z}$ que l'on a pris s'évanouiront, & il n'y aura plus que des z, de maniére qu'en dégageant le z de ces équations, on en aura une valeur dont la racine quarrée pourra être mise à la place de $\sqrt{z}$. Mais si *PM* & *PN* ne sont pas la même fonction, les $\sqrt{z}$ ne s'en iront pas par-tout, & l'on ne trouvera pas pour $\sqrt{z}$ une valeur qui ne soit purement qu'un radical, il y entrera des quantités rationnelles auxquelles on ne pourra pas donner à volonté le signe $+$ ou $-$. Pour mieux faire voir par un exemple comment il est impossible de trouver des courbes où *PM* & *PN* ne fassent pas la même fonction, supposons que l'on demande des courbes où $PM+2PN = a$; faisant $PM = \Phi u + \sqrt{z}$ & $PN = \Phi u - \sqrt{z}$, on aura $3\Phi u - \sqrt{z} = a$, d'où l'on tire $\sqrt{z} = 3\Phi u - a$, qui n'est pas une quantité radicale, & qui ne peut pas par conséquent donner deux valeurs différentes à *PM* & *PN*. Si l'on vouloit trouver des courbes où $PM^2 + PN \times b = aa$, en supposant toûjours $PM = \Phi u + \sqrt{z}$ & $PN = \Phi u - \sqrt{z}$, on aura $(\Phi u)^2 + 2\Phi u\sqrt{z} + z + b\Phi u - b\sqrt{z} = aa$, dans laquelle la quantité $\sqrt{z}$ se trouveroit égale à un radical plus une quantité rationnelle, & par conséquent elle ne pourroit pas être substituée pour $\sqrt{z}$ dans la fonction $\Phi u \pm \sqrt{z}$. Mais dans toutes les équations où *PM* & *PN* entrent de la même maniére, les termes où seront $\sqrt{z}$ se détruiront, il n'y aura que des z, & par conséquent après avoir dégagé ces z, on aura une valeur de $\sqrt{z}$ qu'on pourra prendre en $+$ ou en $-$ pour avoir les valeurs de *PM* & de *PN*.

EXEMPLE.

Pour faire quelque application de notre Probleme, supposons qu'on demande la courbe où $PM \times PN = A$.

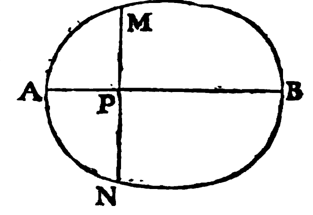
Faisant PM ou PN en général $= \Phi x + \sqrt{z}$, on aura $(\Phi x)^2 - z = A$, qui donne $z = (\Phi x)^2 - A$; d'où l'équation de la courbe est $y = \Phi x \pm \sqrt{[(\Phi x)^2 - A]}$, ou en faisant évanouir les radicaux pour avoir l'équation de la courbe entiére $yy - 2y\Phi x + A = 0$ qui renferme une infinité de courbes, car on peut mettre à la place de Φx telle fonction composée de x & de constantes qu'on voudra.

Si Φx est seulement x, on aura $yy - 2xy + A$ qui exprime une hyperbole.

Si $\Phi x = x^m$, on a $yy - 2yx^m + A = 0$.

Si au lieu de supposer $y = \Phi x \pm \sqrt{z}$, on l'avoit fait $= \sqrt[m]{(\Phi x \pm \sqrt{z})}$, le Probleme auroit été résolu de même, & l'on auroit eu $y^{2m} - 2y^m \Phi x + A^m = 0$.

Si l'on veut que le produit des segments, au lieu d'être constant, soit égal au produit des segments PA & PB, la méthode sera la même, au lieu de supposer $(\Phi x + \sqrt{z}) \times (\Phi x - \sqrt{z}) = A$, il faudra l'égaler à $-(bx - xx)$, (b étant la valeur de AB). Je mets cette quantité en moins, parce que dans la Figure la partie PN est en dessous, & par conséquent négative.



Par la réduction, il viendra $\Phi x^2 - z = -bx + xx$, d'où l'on tire $z = (\Phi x)^2 - xx + bx$, & par conséquent $y = \Phi x \pm \sqrt{[(\Phi x)^2 - xx + bx]}$ ou $yy - 2y\Phi x = bx - xx$ qui exprime une infinité de courbes qui ont la propriété demandée. On en trouvera encore autant d'autres que l'on voudra, selon les différentes formes de fonctions qu'on imaginera, où il entrera un radical. Dans cette équation, pour que b exprime la droite AB qui est rencontrée

aux points A & B par la courbe demandée, il faut que si l'on fait $x = o$ & $= b$, y ait dans ces deux cas, une valeur $= o$, c'est ce qui arrive effectivement, car l'on a, soit que $x = o$ ou $= b$, $yy - 2y\Phi x = o$, d'où l'on tire $y - 2\Phi x = o$ & $y = o$.

Pour trouver le cercle parmi toutes les courbes précédentes, il faut faire $\Phi x = a$, & l'on a $yy - 2ay = bx - xx$ qui exprime un cercle, quand l'angle MPA est droit.

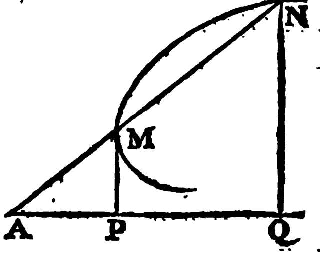
Si l'on vouloit que $PM \times PN$ fût égal en général à quelque fonction que ce soit de x & de constantes, la méthode iroit encore, & même on pourroit supposer de plus la relation entre PM & PN telle que l'on voudroit, pourvû que ces deux quantités fissent la même fonction dans l'équation qui exprimeroit leur relation.

PROBLEME II.

Soit A *un point fixe que l'on prendra pour le pole d'une infinité de droites comme* AMN, *on demande les courbes* MN *que toutes ces droites coupent en deux points* M *&* N, *de telle façon que la relation entre* AM *&* AN *soit exprimée par une équation où elles fassent la même fonction.*

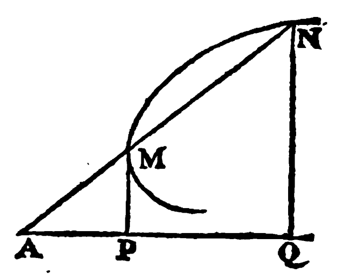
SOLUTION.

On prendra la droite AP pour axe, & l'on abbaissera des points M & N des perpendiculaires MP & NQ; AP, x, & PM, y, seront les coordonnées du point M, & AQ, x', & QN, y', seront celles du point N.



Ensuite on nommera t la quantité $\frac{PM}{AP}$ ou $\frac{QN}{AQ}$ qui exprime la tangente de l'angle MAP, & par conséquent la position de la droite AMN. On nommera aussi les droites AM & AN qui sont les segments de la sécante AMN, u & u'.

Cela fait, pour avoir des courbes où AM & MN ayent la relation donnée, on ſuppoſera que u en général eſt une fonction de t qui ait deux valeurs en même temps, c'eſt-à-dire, une fonction où il entre des radicaux; & ſubſtituant à la place de u & de u' les deux différentes valeurs que l'on a en prenant le ſigne $+$ ou le ſigne $-$, on déterminera le radical comme dans le Probleme précédent, de ſorte que l'on aura une valeur de u en t. Si l'on ſe contentoit d'une équation de cette nature pour exprimer la courbe MN, le Probleme ſeroit réſolu. Mais ſi l'on veut avoir l'équation en x & en y, on ſe ſervira des équations $xx + yy = uu$ & $\frac{y}{x} = t$ par le moyen deſquelles on chaſſera u & t.



Suppoſons que Πt ſoit la valeur de u, on aura $x = \frac{\Pi t}{\sqrt{(1+tt)}}$ & $y = \frac{t \Pi t}{\sqrt{(1+tt)}}$ qui peuvent ſervir à examiner la courbe, & à déterminer le nombre de ſes branches, auſſi-bien que l'équation en x & en y.

Exemple.

Suppoſons que l'on veuille trouver les courbes où $(AM)^m + (AN)^m = 1$, on prendra $u^m = \Phi t + \sqrt{z}$ & $u'^m = \Phi t - \sqrt{z}$, qui étant ſubſtitués, donneront $2 \Phi t = 1$ où il n'y a point de z, ce qui marque qu'on peut prendre pour z tout ce que l'on veut, ainſi $u^m = \frac{1}{2} \pm \sqrt{(\Delta t)}$ marque une infinité de courbes qui ont la propriété demandée.

En faiſant évanouir les radicaux, on aura $u^{2m} - u^m + \frac{1}{4} = \Delta t$ dans laquelle ſi l'on met à la place de u & de t leurs valeurs en x & en y, on aura l'équation de la courbe exprimée par ſes coordonnées. Si on veut que l'équation ſoit ſemblable à celle que M. Bernoulli donne pour ces courbes dans les Journaux de Leipſick 1696 & 1697, où les hypoténuſes des coordonnées ſervent d'abſciſſe, les

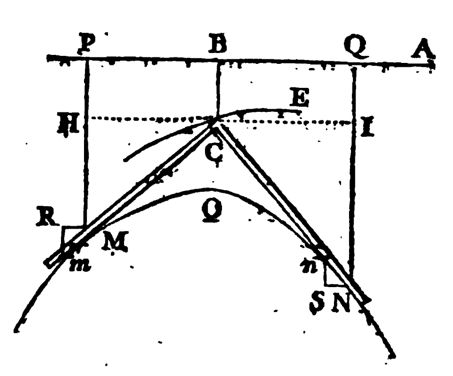
ordonnées étant conſervées les mêmes ; je ſuppoſerai que t, au lieu d'exprimer la tangente de l'angle *MAP*, en exprime le ſinus, ce qui peut ſe faire à cauſe que le ſinus marque auſſi-bien la poſition de la droite *AM* que la tangente, alors l'ordonnée *PMy* ſera $= ut$, d'où l'on tire $t = \frac{y}{u}$, qui étant ſubſtitué dans l'équation précédente, donnera $u^{2m} - u^m = (\Delta \frac{y}{u}) - \frac{1}{4}$ qui eſt infiniment plus générale que celle de M.rs Bernoulli, Leibnitz & de l'Hôpital. Qu'on ſuppoſe ſeulement $(\Delta \frac{y}{u}) = \frac{by}{u} + \frac{1}{4}$, on aura $u^{2m+1} - u^{m+1} = by$, qui eſt celle de M. Leibnitz, & en faiſant $(\Delta \frac{y}{u}) = \frac{b^{\frac{1}{n}} y^{\frac{1}{n}}}{u^{\frac{1}{n}}} + \frac{1}{4}$, on a $u . \overline{u^{2m} - u^m}^{n} = by$, qui eſt celle de M.rs Jacques Bernoulli & de l'Hôpital.

Dans cet exemple, on a pris $u^m = \Phi t + \sqrt{z}$ qui a donné un calcul fort ſimple. Si on avoit pris ſeulement $u = \Phi t + \sqrt{z}$, comme cela étoit plus naturel d'abord, on auroit eu $(\Phi t + \sqrt{z})^m + (\Phi t - \sqrt{z})^m = 1$, de laquelle on ne ſçauroit tirer la valeur de z en général. Et il y a bien d'autres cas de relations entre *PM* & *PN* où on arriveroit par la ſuppoſition de u égale à une quantité, comme $\Phi t + \sqrt{z}$ a des équations de cette nature. Cependant comme on eſt bien ſûr que ſi elles étoient réſoluës, on auroit pour $\sqrt{z}$ des valeurs purement radicales, on peut regarder l'équation précédente & celles qui arrivent en pareil cas, comme réſolvant le Probleme, quoiqu'on n'en puiſſe pas dégager le z pour avoir l'équation de la courbe cherchée. On peut bien voir même qu'elle peut ſervir à décrire la courbe, quel que ſoit m, car par la géométrie de Deſcartes on peut apprendre à réſoudre par des conſtructions géométriques une équation comme la précédente, ce qui prouve la généralité de la méthode.

PROBLEME III.

Trouver les courbes MON *autour desquelles faisant glisser l'équerre* MCN, *le sommet* C *de cette équerre soit toûjours dans la courbe donnée* EC.

SOLUTION.



Soient *M* & *N* deux différents points de la courbe *MON* touchés par les deux jambes de l'équerre *MCN*; *MP*, *PA*, *NQ*, *QA*, les coordonnées correspondantes à ces deux points; *MRm* & *SNn*, leurs triangles différentiels; *CB* & *AB*, les coordonnées de la courbe *EC* pour le point *C*, qui est le sommet de l'équerre, & en même temps un point quelconque de la courbe *EC*, *HCI*, une parallele à l'axe *AP*.

Je fais $AP = x$ $\quad AQ = x'$.
$PM = y$ $\quad QN = y'$.
$RM = dx$ $\quad SN = dx'$.
$Rm = dy$ $\quad Sn = -dy'$.
$AB = u$, BC, qui est l'ordonnée de la courbe *EC*, sera donné en u, ainsi je le fais $= \Phi u$, d'où il vient $HC = x - u$ $\quad IC = u' - x'$.
$HM = y - \Phi u$ $\quad IN = y' - \Phi u$.

Ensuite les triangles *HCM*, *RMm*, *NnS*, *CIN*, donnent

$$(A)\ \frac{dy}{dx} = \frac{y - \Phi u}{x - u} \ \& \ -\frac{dy'}{dx'} = \frac{y' - \Phi u}{u - x'}$$

$$\text{ou } (B)\ \frac{dy'}{dx'} = \frac{y' - \Phi u}{x' - u}.$$

Et l'angle *MCN* étant droit, les triangles *RMm*, *NnS*, seront semblables, ainsi l'on aura $dy : dx :: dx' : -dy$,

donc $-dy\,dy' = dx\,dx'$, ou *(C)* $\frac{dy}{dx} \times \frac{dy'}{dx'} = -1$.

Cette équation avec les deux autres ne ſuffit pas pour avoir celle de la courbe *MON*, car il y a cinq variables. On voit bien que ſi l'on avoit de plus une équation entre x & y qui exprimât la branche de la courbe qui eſt touchée par le côté *MC* de l'équerre, on auroit l'équation de l'autre branche, dont les coordonnées ſont x' & y'. La difficulté du Probleme eſt donc de trouver une équation entre x & y, telle que celle qui en proviendra entre x' & y' par le réſultat des équations précédentes ſoit la même.

Pour exprimer cette derniére condition du Probleme, j'abandonne pour un moment la façon ordinaire de prendre les équations des courbes ; j'en cherche une entre la quantité $\frac{dy}{dx}$ & la quantité u, c'eſt-à-dire, que je prends la droite *AB* pour abſciſſe, & la tangente de l'angle *HCM* pour ordonnée. Il eſt bien ſûr que lorſqu'on aura cette équation, on en trouvera une entre x & y avec le ſecours des équations précédentes. Je ſuppoſe que cette équation m'eſt donnée, & j'examine quelle propriété elle doit avoir ; elle doit être telle que, pour un même u, on trouve à la fois deux valeurs de $\frac{dy}{dx}$, l'une qui exprime la tangente de l'angle *HCM* que j'ai déja appellé ſimplement $\frac{dy}{dx}$, & l'autre qui ſoit la valeur de la tangente de l'angle *ICN* que j'ai appellé $\frac{dy'}{dx'}$, c'eſt-à-dire, qu'en réſolvant cette équation, on doit trouver pour la valeur de $\frac{dy}{dx}$ en général, une fonction de u ſuſceptible de deux valeurs qui ayent entr'elles la relation exprimée par l'équation *(C)*. Je cherche enſuite quelle forme doit avoir cette fonction de u.

Pour cela, je prends, ainſi que dans les Problemes précédents, une quantité où les radicaux entrent de la façon la plus ſimple, c'eſt-à-dire, une fonction compoſée de deux membres, dont l'un ſoit un radical, & l'autre une

quantité quelconque sans radicaux, ou au moins dans laquelle il n'entre que des radicaux impairs. J'écris ainsi cette quantité $\Theta u + \sqrt{z}$ qui donnera pour sa seconde valeur $\Theta u - \sqrt{z}$, & je cherche à déterminer z de façon que ces deux valeurs mises à la place de $\frac{dy}{dx}$ & de $\frac{dy'}{dx'}$ résolvent l'équation *(C)*.

Les substitutions faites donneront $(\Theta u)^2 - z = -1$, d'où l'on tire $z = (\Theta u)^2 + 1$, & remettant cette valeur à la place de z dans $\Theta u + \sqrt{z}$, elle deviendra $\Theta u + \sqrt{[(\Theta u)^2 + 1]} = \frac{dy}{dx}$ & $\Theta u - \sqrt{[(\Theta u)^2 + 1)} = \frac{dy'}{dx'}$, c'est-à-dire, que la quantité $\frac{dy}{dx}$ est en général dans la courbe $\Theta u \pm \sqrt{[(\Theta u)^2 + 1)}$. Ce qui donne une 4.me équation, qui avec les trois *A, B, C,* résoudra entiérement le Probleme. Pour le bien démontrer, nous allons, par le moyen de cette équation & de l'équation *(A)*, trouver les valeurs de x & de y en u; & de même par le moyen de l'équation que donne la valeur de $\frac{dy'}{dx'}$ & de l'équation *(B)* nous trouverons les valeurs de x' & de y' en u, & l'on verra alors que les valeurs de x & de y ne différeront de celles de x' & de y' que par les signes + & — des quantités radicales, & qu'en les faisant évanouir, les équations qui en viendroient seroient absolument les mêmes.

Comme les équations *A* & *B* ont absolument la même forme, il suffira de se servir de l'équation *A* & de la valeur de $\frac{dy}{dx}$ en général; & pour abréger, au lieu de la fonction $dy = \Theta u \pm \sqrt{(\Theta u^2 + 1)}$, nous mettrons simplement Πu. Nous aurons donc $\frac{dy}{dx} = \Pi u$ & $\frac{dy}{dx} = \frac{y - \Phi u}{x - u}$, d'où l'on tirera *(E)*. $x \Pi u - u \Pi u = y - \Phi u$ & $\frac{dy}{dx} = \Pi u$

ou $dy = dx \Pi u$.

En différenciant la premiére de ces deux équations, & y substituant pour dy la valeur que donne la seconde, on aura

$dx \Pi u$

$dx\Pi u - \Pi u du = \Pi u dx - du\Xi u - xdu\Delta u + udu\Delta u$ (je suppose que $du\Delta u$ & $du\Xi u$ soient les différences de Πu & de Φu) ou à cause que $dx\,\Pi u$ se détruit de part & d'autre, & que toute l'équation se divise par du *(F)* $x = \frac{\Pi u + u\Delta u - \Xi u}{\Delta u}$ qui étant substituée dans l'équation *(E)* donnera *(G)* $y = \frac{(\Pi u)^2 - \Xi u \Pi u + \Phi u \Delta u}{\Delta u}$, ce qui donne la résolution générale de l'équation *A*. Il n'y a plus qu'à remettre dans ces équations pour Πu sa valeur $\Theta u \pm \sqrt{[(\Theta u)^2 + 1]}$, & l'on aura, selon que l'on prendra le signe $+$ ou le signe $-$ des quantités radicales, la valeur de x & de y ou de x' & de y', & en faisant évanouir les radicaux & chassant u, une équation qui exprimera également les deux branches de la courbe *MON*.

REMARQUE.

Dans la façon précédente de traiter les équations *A* & $\frac{dy}{dx} = \Pi u$, on évite le calcul intégral, cependant ce calcul paroît d'abord nécessaire pour les résoudre, & même dans un autre chemin qui se présente pour parvenir à la solution, on arrive à une équation entre y & x, dx & dy, qui sembleroit demander bien plus visiblement le calcul intégral. Ce chemin est de résoudre par le moyen de l'équation $\frac{dy}{dx} = \Pi u$, la valeur de u en $\frac{dy}{dx}$, & ensuite de la substituer dans l'équation *A*, alors on arrive à une équation en dx, dy, y, x, dont l'intégrale devroit être la solution des équations *A* & $\frac{dy}{dx} = \Pi u$, cependant cette solution, par le calcul intégral, ne peut pas être la même que la précédente, car elle doit renfermer une constante que l'on ajoûte toûjours en intégrant. Il reste à voir si cette équation intégrée ne seroit point plus générale que celle que l'on a par l'autre méthode, & si elle ne la renfermeroit pas par la détermination de la constante ajoûtée; mais comme on ne peut pas suivre cette seconde méthode en général, à cause

que l'on ne connoît la quantité Πu que dans chaque exemple particulier, il vaut mieux reprendre la premiére méthode, & examiner si quelque chose pourroit l'empêcher d'être générale.

Premiérement le procédé du calcul jusqu'à l'équation $x \Delta u du - \Pi u du - u du \Delta u = - \Xi u du$ n'empêche sûrement pas cette équation d'être aussi générale que tout ce qui peut provenir des équations A & $\frac{dy}{dx} = \Pi u$. Mais dans la réduction de cette équation à $x \Delta u - \Pi u - u \Delta u = - \Xi u$ qui se fait en divisant tout par du, on prend une équation qui n'est pas la seule, car on pourroit aussi tirer $du = 0$, c'est-à-dire, $u =$ à une constante quelconque a. Remettant donc pour u cette valeur dans l'équation E, on aura $x \Pi a - a \Pi a = y - \Phi a$ qui appartient toûjours à une ligne droite, & ne renferme point les équations trouvées par la premiére méthode. Ainsi il se rencontre dans ce cas deux solutions à la fois des mêmes équations, différentes l'une de l'autre. Mais la premiére est la seule qui soit véritablement la solution du Probleme précédent; car la seconde, au lieu de donner les courbes touchées par l'équerre, n'exprime que les droites qui font les branches de cette équerre.

Présentement je vais donner quelques exemples où l'on verra encore mieux comment le calcul intégral ne donne jamais que les lignes droites exprimées par l'équation générale $x \Pi a - a \Pi a = y - \Phi a$, & comment les équations trouvées par la premiére méthode échappent à l'intégration.

Supposons que les fonctions Πu & Φu soient chacune simplement u, Δu & Ξu seront égales à 1, d'où les équations $\frac{dy}{dx} = \Pi u$ & $\frac{dy}{dx} = \frac{y - \Phi u}{x - u}$ se changeront en $\frac{dy}{dx} = u$ & $\frac{dy}{dx} = \frac{y - u}{x - u}$ qui donneront $x dy dx - dy^2 - dy dx = y dx^2$, ou $dy^2 - dy dx - x dy dx = - y dx^2$, & par conséquent

$$dy - \frac{dx + x dx}{2} = dx \sqrt{\left[- y + \left(\frac{1 + x}{2}\right)^2 \right]} \text{ ou}$$

$dx = \frac{dy - \frac{dx+xdx}{2}}{\sqrt{[-y+(\frac{1+x}{2})^2]}}$; dont l'intégrale est $x+a = -2\sqrt{[-y+(\frac{1+x}{2})^2]}$, ou en réduisant $2ax - 2x = -4y+1-aa$, ou $(\frac{1-a}{2})x = y + \frac{aa-1}{4}$, équation à la ligne droite, qui est positivement la même que celle [illegible]e l'on auroit trouvée par la substitution de a à la place [illegible] Πa & de Φa dans $x\Pi a - a\Pi a =$ [illegible] $-\Phi a$ que l'on a [illegible]vé être l'équation générale qui [illegible]endroit par l'in[illegible]on des équations A & $\frac{dy}{dx} =$ [illegible] il y a seulement [illegible]uer que la lettre a ajoûtée [illegible] la même, mais qu[illegible] l'une vaut $\frac{1-a}{2}$ de l'aut[illegible]

[illegible]'on se sert de la premi[illegible]thode, en substituant [illegible] Πu & Φu, on aura pa[illegible]uations générales F & [illegible] $= 2u - 1$ & $y =$ [illegible] d'où l'on tirera $4y = x$[illegible] $2x + 1$ qui est à un[illegible]abole.

Si l'on [illegible]end maintenant l'équa[illegible]

$dx =$ [illegible] $\frac{dx+xdx}{2}$ [illegible] $+(\frac{1+x}{2})^2]$ qui par son[illegible]gration a donné une lign[illegible]ite, on verra que la pa[illegible]e de l'équation $4y =$ [illegible] $1x + 1$ y la résout au[illegible] quoiqu'elle ne soit poi[illegible]ermée dans l'intégrale [illegible] en substituant $y = (\frac{x-}{2}$[illegible]que donne cette équa[illegible]la parabole dans l'équation [illegible]rentielle, le num[illegible] le dénominateur deviennent [illegible] à cause que [illegible]er est la différentielle du second, & [illegible] peut être égal au quotient, d'où l'on voit donc [illegible]uation $xdydx - dy^2 = ydx^2 - dydx$ provenuë des équations $\frac{dy}{dx} = u$ & $\frac{dy}{dx} = \frac{y-u}{x-u}$ étoit susceptible de deux solutions différentes, dont l'une se trouve renfermée dans l'intégration, & l'autre en est indépendante.

Soit $\Pi u = \frac{u}{a+u}$ & $\Phi u = 0$, on aura par les équations

$$\frac{dy}{dx} = \Pi u \ \& \ \frac{dy}{dx} = \frac{y - \Phi u}{x - u}, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{x - \frac{ydx}{dy}}{a + x - \frac{ydx}{dy}}$$

ou $a dy^2 + x dy^2 - y dy dx = x dx dy - y dx^2$ ou $dx^2 - \left(\frac{xdy + ydy}{y}\right) dx = - \frac{xdy^2 + ady^2}{y}$, d'où l'on tire $dx - \frac{xdy + ydy}{2y} = dy \sqrt{\left[\left(\frac{x+y}{2y}\right)^2 - \frac{4xy + 4ay}{4yy}\right]}$, ou $2ydx - xdy - ydy = dy \sqrt{(xx - 2xy + yy - 4ay)}$ $= dy \sqrt{y} \sqrt{\left[\left(\frac{x-y}{\sqrt{y}}\right)^2 - 4a\right]}$, ou $\frac{dy}{y} \sqrt{\left[\left(\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y}\right)^2 - 4a\right]}$

$$= \frac{2ydx - xdy - ydy}{y\sqrt{y}}, \text{ ou (a) } \frac{dy}{2y} = \frac{\frac{dx\sqrt{y} - \frac{xdy}{2\sqrt{y}}}{y} - \frac{dy}{2\sqrt{y}}}{\sqrt{\left[\left(\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y}\right)^2 - 4a\right]}}$$

dont l'intégrale est

$$lb + \tfrac{1}{2} ly = l\,\overline{\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y} + \sqrt{\left[\left(\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y}\right)^2 - 4a\right]}},$$

ou en repassant aux nombres $b\sqrt{y} = \frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y} + \sqrt{\left[\left(\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y}\right)^2 - 4a\right]}$ qui donne, après la réduction, $bby -$ [illegible] $x + 2by = -4a$, équation à une ligne droite. Mais si l'on reprend l'équation (a), on verra que le numérateur étant la différence du dénominateur, le dénominateur peut être supposé $= 0$, & l'équation $\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y} = \sqrt{4a}$ qui en provient, résout aussi l'équation (a), & exprime une ligne courbe. Si on substitue dans les formules F & G, à la place de Φu & de Πu, leurs valeurs, & qu'on les réduise ensuite, on arrivera à la même équation, de même que l'équation générale $x\Pi a - a\Pi a = y - \Phi a$ ne contiendroit que la ligne droite exprimée par l'équation $bby - 2bx + 2by = -4a$.

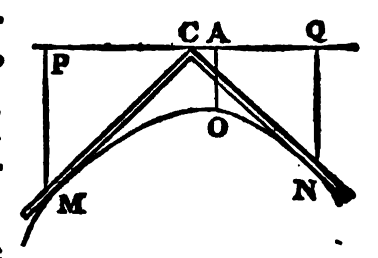
Il en seroit de même, quelque fonction que l'on prît pour Πu & Φu. Je suis entré dans ce détail d'exemples,

pour mieux faire voir la généralité des formules F & G. C'eſt une digreſſion dans le Probleme que nous traitons dans ce Mémoire, mais j'ai été bien aiſe de montrer cette ſingularité de calcul qui s'eſt préſentée d'elle-même ; on pourroit l'énoncer, indépendamment du Probleme préſent, de cette maniére. Il y a des équations différentielles capables d'avoir deux ſolutions différentes l'une de l'autre, dont l'une (& même dans ce cas-ci la plus générale) n'a pas beſoin du calcul intégral ; telles ſont les équations précédentes $xdydx - dy^2 = ydx^2 - dydx$ à laquelle $4y = xx + 2x + 1$ & $2ax - 2x = -4y + 1 - aa$ ſatisfont également, & $ady^2 + xdy^2 - ydydx = xdxdy - ydx^2$ qui donne pour ſolutions $\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y} = \sqrt{4a}$ & $bby - 2bx + 2by = -4a$.

En général $\frac{d(\Phi xy)}{\Phi xy} =$ à une fonction quelconque de x, y, dx, dy, ſeroit de cette nature ; intégrée, elle donneroit une équation, & ſans aucune intégration $\Phi xy = 0$ ſeroit l'autre.

Il y a encore d'autres Problemes où cette ſingularité ſe rencontre, mais ce ſeroit ſortir de l'objet de ce Mémoire que de s'étendre davantage là-deſſus. Je réſerve un plus long détail pour un autre Mémoire.

EXEMPLE I.



Suppoſons que la courbe EC devienne la ligne droite ACP pour avoir les courbes MON, autour deſquelles faiſant gliſſer l'équerre MCM, le ſommet C de cette équerre ſoit toûjours dans la droite PQ, il faudra faire évanouir la quantité Φu, & par conſéquent auſſi Ξu dans les équations précédentes F & G, parce que cette valeur exprimoit l'ordonnée BC qui eſt devenuë nulle, les équations

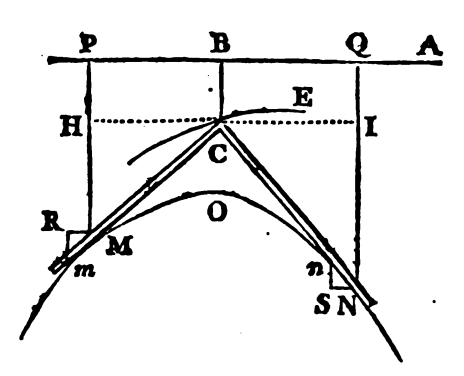
ſe réduiront à $x = \frac{\Pi u}{\Delta u} + u$ & $y = \frac{(\Pi u)^2}{\Delta u}$, dans leſquelles ſubſtituant pour Πu quelqu'une des fonctions exprimée généralement par $\Phi u \pm \sqrt{(1 + \Phi u)^2}$ que nous avons trouvé précédemment ; & pour Δu, la différence de cette quantité dont on a ôté le du, on aura deux équations, d'où ayant chaſſé u, il en viendra une en x & y qui exprimera une courbe qui aura la propriété demandée.

De cette maniére les formules F & G deviendront, en ſuppoſant que $du \Xi u$ ſoit la différence de Φu,
$x = \frac{u \Xi u \pm \sqrt{[1 + (\Phi u)^2]}}{\Xi u}$ & $y = [\Phi u \pm \sqrt{(1 + (\Phi u)^2)}] \times \pm \frac{\sqrt{[1 + (\Phi u)^2]}}{\Xi u}$ qui détermineront une des courbes cherchées auſſi-tôt que l'on aura mis pour Φu une fonction de u quelconque, & pour Ξu ſa différence dont on aura ôté du. En prenant le ſigne $+$, on aura la branche touchée par un côté de l'équerre, & en prenant le ſigne $-$, ce ſera l'autre. Mais en faiſant évanouir u, on aura l'équation en x & en y qui exprimera toute la courbe entiére.

Que Φu ſoit ſimplement u, les équations deviendront $x = u \pm \sqrt{(1 + uu)}$ & $y = [u \pm \sqrt{(1 + uu)}] \times \sqrt{(1 + uu)}$. On tire de la premiére $u = \frac{xx - 1}{2x}$, qui étant ſubſtituée dans la ſeconde, donnera $y = \frac{xx + 1}{2}$ qui exprime une parabole dont la directrice eſt AC & le ſommet O diſtant de la directrice de $\frac{1}{2}$.

Si l'on fait $\Phi u = uu$, & par conſéquent $\Xi u = 2u$, on aura $x = \frac{2uu \pm \sqrt{(1 + u^4)}}{2u}$ & $y = [uu + \sqrt{(1 + u^4)}] \times \frac{\sqrt{(1 + u^4)}}{2u} = \frac{uu\sqrt{(1 + u^4)} + 1 + u^4}{2u}$; d'où faiſant évanouir u, on aura l'équation d'une autre courbe qui ſatisfait au Probleme, & ainſi des autres.

EXEMPLE II.



Soit pris pour la courbe *EC*, une parabole dont l'axe soit *AP*, le sommet *A*, & le parametre 1, Φu sera égale à uu, & Ξu à $2u$; ainsi mettant ces valeurs dans les équations *F* & *G*, elles deviendront $x = \frac{\Pi u + u\Delta u - 2u}{\Delta u}$ & $y = \frac{(\Pi u)^2 - 2u\Pi u + uu\Delta u}{\Delta u}$ dans lesquelles il n'y a plus qu'à mettre pour Πu quelqu'une des fonctions exprimées par $\Xi u \pm \sqrt{[1 + (\Xi u)^2]}$. Je me servirai encore de $u + \sqrt{(1 + uu)}$ qui donne $\Delta u = \frac{u + \sqrt{(1 + uu)}}{\sqrt{(1 + uu)}}$, & qui change par conséquent les équations précédentes en $x = \frac{1 + 2uu}{u + \sqrt{(1 + uu)}}$ & $y = 1 + 2uu - u\sqrt{(1 + uu)}$, d'où faisant évanouir u, on aura une équation entre x & y qui sera celle d'une courbe autour de laquelle faisant glisser une équerre, le sommet est toûjours dans une parabole. On en trouvera une infinité d'autres, en mettant à la place de Πu d'autres fonctions renfermées dans l'expression générale $\Xi u + \sqrt{[1 + (\Xi u)^2]}$.



RECHERCHES SUR LE TOUR.

PREMIER MÉMOIRE.

Par M. DE LA CONDAMINE.

Description & Usage d'une Machine qui imite les mouvements du Tour.

8 Juillet 1733.

LE Tour semble n'avoir été imaginé que pour donner une parfaite rondeur aux ouvrages auxquels cette forme pourroit convenir. Cette Machine en fournit un moyen sûr & commode.

Mais ce qui a passé d'abord pour le chef-d'œuvre de l'Art, est devenu bientôt une pratique ordinaire & commune. Toute l'adresse & l'industrie des Artistes ne s'est presque employée depuis qu'à s'éloigner de plus en plus dans les ouvrages du Tour, de la forme circulaire qui avoit été le but de l'inventeur dans la premiére découverte.

Le Tour a été porté depuis un siécle, & sur-tout de nos jours, à une grande perfection. Nous avons des ouvrages qu'on a peine à concevoir que le Tour puisse executer, mais qu'on imagine encore moins qui ayent pû se faire sans le secours du Tour. Plusieurs ouvriers habiles & divers particuliers qui se sont appliqués à cette ingénieuse méchanique, ont trouvé en différents temps le secret de faire sur le Tour des choses nouvelles & singuliéres *, mais la plûpart tenoient leur pratique secrette, dans la vûë de faire plus admirer ou rechercher leurs ouvrages.

* Voyés la Description du Cabinet de M. Grollier de Serviéres.

Le P. Plumier, Minime, publia en 1701 son Livre de *l'Art de Tourner,* dans lequel il révéla les plus secrets mysteres de cet art, ou du moins donna des moyens d'executer ce qu'on avoit vû de plus singulier dans ce genre. C'est le seul Auteur François, venu à ma connoissance, qui ait approfondi cette

cette matiére, & qui ſoit entré dans un auſſi grand détail ſur les uſages du Tour ſimple & du Tour figuré. Je ne parle point de ce que M. de la Hire a donné en 1719 dans les Mémoires de l'Acad. qui ne peut être d'uſage que pour le cas particulier des Polygones à pans droits auquel il s'eſt borné.

La conſtruction & l'uſage du Tour ſont aſſés connus, ſurtout aujourd'hui qu'il eſt devenu un amuſement à la mode. Cependant en faveur de ceux à qui la méchanique du Tour n'eſt pas bien familiére, on rappellera en peu de mots ce qui eſt néceſſaire pour l'intelligence de ce Mémoire.

On appelle *Tour ſimple,* celui qui ne ſert qu'à tourner en rond. Le *Tour figuré* eſt celui dont on ſe ſert pour tourner toute autre figure que le Cercle. Je ne parle point du *Tour ovale*, qui a ſa conſtruction particuliére, quoiqu'on puiſſe tourner un ovale quelconque avec le ſeul ſecours du Tour figuré.

La principale piéce qui caractériſe le Tour figuré, eſt celle qu'on nomme la *Roſette;* c'eſt elle ſeule qui fournit le moyen de tracer les différentes figures qu'on peut donner aux ouvrages du Tour; ſans elle, avec tout le reſte de l'appareil du Tour figuré, on ne pourroit décrire que des Cercles.

La Roſette, comme on ſçait, eſt un morceau de fer plat de trois ou quatre lignes d'épaiſſeur à peu-près, & d'environ deux ou trois pouces de diametre. Son contour eſt ordinairement à pans, tantôt ſimples, tantôt ondés ou goderonnés. Il peut y en avoir d'une infinité de figures différentes ſuivant le goût & la fantaiſie de l'ouvrier.

Voy. l'Art de Tourner, du P. Plum. part. 6. ch. 1. p. 124.

Cette Roſette eſt percée dans ſon centre d'un trou quarré, l'arbre du Tour eſt auſſi équarri pour la recevoir & lui ſervir d'eſſieu. La Roſette ainſi ajuſtée, tourne avec l'arbre, & le bord de la Roſette, en tournant, rencontre une pointe de fer mouſſe, qu'on appelle *Touche**. Cette Touche eſt fixe &

* La Touche, pour une plus grande commodité dans l'execution, eſt ordinairement garnie d'une Roulette; mais pour ne point trop compliquer cette deſcription, on ſuppoſe, quant à préſent, la Touche ſimple, & ne portant ſur la Roſette qu'en un point, comme lorſqu'elle eſt taillée en coin, ce qui ſe pratique auſſi quelquefois.

immobile, mais l'arbre qui porte la Rosette peut se mouvoir parallelement à lui-même, & par conséquent s'approcher & s'éloigner de la Touche contre laquelle il est continuellement pressé par un ressort disposé pour cela.

Ainsi tandis que la Rosette tourne, elle porte toûjours par son côté sur la Touche, y étant contrainte par la force du ressort; le centre de la Rosette s'approche donc ou s'éloigne de la Touche selon que le permettent les inégalités du contour de cette Rosette, qui présente successivement tous ses points à la Touche. Par la même raison, le centre de la piéce qu'on travaille qui est ajustée & centrée comme la Rosette, mais à l'autre extrémité de l'arbre, s'approchera & s'éloignera de la pointe de l'outil qu'on lui présente, à mesure que la Rosette s'approchera ou s'éloignera de la Touche; l'outil mordra donc sur la piéce, tantôt plus près & tantôt plus loin de son centre, & par conséquent tracera sur la piéce un contour dépendant de celui de la Rosette.

On ne parle point d'un autre mouvement qu'on peut procurer à l'arbre du Tour dans la direction de son axe, & qui sert à pratiquer des creux & des reliefs sur l'ouvrage. Il n'est ici question que des contours qu'on peut tracer sur une surface plane.

Au premier coup d'œil on pourroit être tenté de croire que la même Rosette ne peut produire qu'une même figure; jusqu'à présent les Tourneurs n'ont été guere plus loin, du moins on peut dire qu'avec la même Rosette ils tracent à peine deux contours vraiment différents, l'un à peu-près semblable à celui de la Rosette, l'autre qui est, pour ainsi dire, la contre-partie du premier.

Le premier dessein semblable ou presque semblable au contour de la Rosette, est l'effet de la Touche placée du même côté de l'arbre que l'outil, parce que dans cette situation l'arbre par son mouvement de parallelisme s'approche & s'éloigne de l'outil & de la Touche en même temps. L'autre dessein est l'effet de la Touche placée à l'opposite de l'outil, de l'autre côté de l'arbre, parce qu'alors l'arbre

s'éloigne de l'outil quand il s'approche de la Touche, & réciproquement; ce qui doit nécessairement changer les arcs concaves de la Rosette en convexes sur la piéce, & les convexes en concaves. Voilà, à peu de chose près, jusqu'où s'étend la pratique des ouvriers, & le P. Plumier lui-même, qui a rassemblé dans son Livre tout ce qu'il a recueilli chés les plus habiles Tourneurs, & ce que sa propre expérience lui a fourni, n'en dit pas davantage.

Mais en y regardant d'un peu plus près, on découvrira que la même Rosette peut donner un très-grand nombre de contours différents; que ce n'est que dans un cas unique que le contour tracé est parfaitement semblable à la Rosette, & qu'alors il lui est aussi égal; enfin que quelques Rosettes fort simples donnent en certains cas des figures fort bisarres, comme des courbes nouées & entrelacées, choses inouies chés les Tourneurs.

Il seroit donc utile de connoître les différents contours que peut produire la même Rosette, & jusqu'où peut s'étendre leur variété, en un mot, de sçavoir, une rosette étant donnée, tout le parti qu'on en peut tirer. Ce n'est pas encore tout: avec un grand nombre de Rosettes différentes, & une connoissance exacte de tous leurs effets possibles, on ne seroit pas plus avancé, si on avoit à tracer quelque figure qui ne pût être produite par aucune des Rosettes dont on connoîtroit la capacité.

Il est vrai que comme l'on sçait qu'il y a un cas où la Rosette & la figure sont semblables & égales, on pourroit quelquefois réussir, en employant pour Rosette la figure même qu'on veut tracer, mais le plus souvent la figure proposée seroit peu commode, pour les raisons que nous dirons ailleurs, & quelquefois aussi il seroit impossible d'en faire usage; par exemple, si le trait de la figure étoit entrelacé, comme dans celles qui ont des nœuds, qui peuvent cependant souvent être produites par le moyen d'une Rosette à simple contour.

Il ne suffit donc pas de pouvoir connoître tous les effets

poſſibles d'une Roſette propoſée. Pour n'être jamais arrêté, il faudroit avoir encore le moyen de trouver toutes les Roſettes poſſibles qui peuvent produire la figure que l'on peut tracer ; car alors parmi toutes ces Roſettes on ſeroit en état de choiſir la plus convenable pour la facilité de l'execution. J'avois entendu parler d'une Machine que ſon Inventeur * tenoit fort ſecrette, & qui ſervoit, diſoit-on, à l'un & à l'autre de ces deux uſages ; premiérement, une Roſette étant donnée, à connoître toutes les figures qu'elle peut décrire ; ſecondement, un contour étant donné, à trouver toutes les Roſettes qui peuvent ſervir à tracer ce contour. J'ai cherché quelle pouvoit être la Machine qui produiſoit ces deux effets, en voici une que j'ai imaginée.

* M. Grammare, Preſid. au Gren. à Sel de Harfleur.

M. du Fay, par qui j'ai été invité & encouragé à faire cette recherche, a auſſi travaillé à deviner ou à remplacer la Machine myſtérieuſe. Je compte que le plus grand mérite de celles que j'ai à propoſer eſt le rapport qu'elles ont avec celle de M. du Fay, qui depuis a abandonné ce travail. C'eſt en 1729 que je préſentai à l'Académie, dont je n'avois pas encore l'honneur d'être Membre, mon premier eſſai ſur cette matiére * ſur laquelle j'ai fait depuis de nouvelles réfléxions. J'ai attendu, pour en parler dans nos Mémoires, que je puſſe y joindre l'examen géométrique de la nature des Courbes du Tour, qui n'étoit alors qu'ébauché. C'eſt le ſujet d'un ſecond Mémoire, qu'on trouvera dans ce même volume.

* *V. l'Hiſt. de l'Ac. 1729. p. 91.*

Par la méchanique du Tour figuré que nous venons d'expliquer, on conçoit que l'arbre du Tour a deux mouvements : premiérement, il ſe meut circulairement ſur ſon axe, c'eſt ce qu'il a de commun avec l'arbre du Tour ſimple; & de plus il ſe meut horiſontalement en ligne droite pour s'approcher ou s'éloigner de la Touche, ſelon que l'exigent les éminences ou les creux du contour de la Roſette, & c'eſt en quoi le Tour ſimple differe du Tour figuré.

Si l'arbre du Tour figuré n'avoit de mouvement que ſur ſon axe, & qu'au défaut du mouvement horiſontal de l'arbre qui ſert à l'approcher & à l'éloigner de la Touche, la Touche

y ſuppleât en s'approchant ou s'éloignant elle-même du centre de la Roſette pour ſuivre les inégalités de ſon contour, il eſt aiſé de voir que l'effet ſeroit abſolument le même, puiſqu'il importe peu que l'arbre s'approche de la Touche, ou que la Touche s'approche de l'arbre, pourvû que dans le cas de la Touche mobile, la pointe de l'outil ait le même mouvement que la Touche, & s'approche ou s'éloigne du centre de l'ouvrage à meſure que la Touche s'approchera ou s'éloignera du centre de la Roſette, & c'eſt préciſément l'effet de la Machine dont voici la conſtruction.

Un mouvement de Pendule à reſſort caché par les platines *AAA, BBBB,* & dont le rouage ſe voit marqué *Fig. x.* fait lui ſeul toutes les opérations, après avoir préparé deſſus les piéces convenables; *C (Fig. I.)* eſt l'arbre du remontoir, *D* eſt l'encliquetage, *EF* eſt une détente qui retient le volant *G.* Cette détente étant levée, laiſſe le volant libre, & par conſéquent le rouage qui tourne de toute la force dont le reſſort eſt capable. L'arbre du pignon que le barillet fait mouvoir, eſt prolongé de part & d'autre au dehors des platines; l'extrémité *I* d'un côté *(Fig. I.)* porte une piéce platte *H* qui repréſente la Roſette du Tour qu'on ſuppoſe ici quarrée, & de l'autre côté *(Fig. VI.)* le tambour *IL;* l'un & l'autre étant fixes à cet arbre, ſont néceſſairement entraînés par les révolutions du pignon. La petite piéce *M (Fig. I.)* qui porte ſur les bords de la Roſette, eſt ce qui tient ici lieu de la touche du Tour, la partie qui frotte eſt taillée en couteau. Cette touche qui tient à la piéce *ON* ſe peut ôter quand l'on veut, pour ſubſtituer à ſa place une autre touche platte que l'on fixe ſur le quarré *K,* & dont on parlera dans la ſuite. La piéce *ON* eſt attachée par deux vis ſur une ſeconde piéce pareille unie à deux montants *PQ, RS,* qui gliſſent librement dans les quatre tenons *Z.* Ces piéces & ces montants ſervent à contenir & à empêcher de balotter la touche *M* qui hauſſe & baiſſe alternativement ſuivant que la Roſette *H,* tournant ſur ſon centre, préſente ſes angles ou ſes pans, il eſt clair que les angles de la Roſette ſoûleveront

Planche III. Fig. x.

Planche I. Fig. I.

Planche I. Fig. I. la touche *M*, en la repouſſant en haut avec la piéce *ON* & les montants *PQ*, *RS*. Le tout tend à deſcendre non ſeulement par ſon propre poids, mais encore par le moyen d'un petit barillet *T* adapté ſur la platine derriére la Roſette, & d'un fil roulé ſur le barillet & attaché à la petite fiche *9*, en ſorte que la touche porte toûjours ſur les bords de la Roſette dans toutes ſes ſituations. A cette même piéce *ON* eſt encore fixée une eſpece de broche ou tringle platte *VV* qui traverſe le mouvement, & qui monte & deſcend avec la touche dans les deux rainures *LL* des deux platines. Cette

Planche II. Fig. VI. tringle a ſon autre extrémité coudée & marquée par les lettres *VXY* (*Fig. VI.*). C'eſt à cette extrémité *Y* que l'on ajuſte le crayon *a*, *b*, *c*, *d*, qui repréſente l'outil, & qui trace la figure ſur le plan *IL*. Le crayon peut ſe placer dans différents points, à droite, à gauche, haut & bas, par le moyen des rainures faites dans le milieu des bras *a*, *b*, *f*, *c*, qui gliſſent l'un ſur l'autre, & qu'on arrête fixement où l'on veut avec la vis *e*.

Fg eſt un crochet ſous lequel eſt un reſſort *r* qui repouſſe toûjours le crochet en avant; ce crochet eſt mobile ſur ſon point d'appui *f*, à peu-près aux trois quarts de ſa longueur; ſon autre bout caché derriére le tambour *IL* porte une dent qui traverſe la platine, & arrête une rouë qui tient à l'arbre du pignon pour le fixer quand il a fait une révolution entiére, ſans quoi le même contour ſe répéteroit à chaque révolution du tambour, & le crayon repaſſeroit ſans ceſſe ſur le même trait. Lorſqu'on voudra faire agir la Machine, on obſervera de dégager la dent, en peſant ſur le bout *g*, après qu'on aura détourné la détente *E* qui eſt à la platine oppoſée (*Fig. I.*) & qui retient le volant *G*.

Le tambour *IL* eſt mobile ſur une plaque ronde *HK* fermement attachée ſur la platine par deux vis, l'une en *p*, & l'autre du côté oppoſé, vers *f*. Le bord de cette plaque

Fig. VIII. repréſenté à part (*Fig. VIII.*) & plus diſtinctement, eſt diviſé en parties égales, en faiſant répondre l'alhidade *M* à chaque tour du tambour ſur différentes diviſions également diſtantes.

Le même dessein se répéte en se croisant sous tel angle qu'on veut, ce qui forme des traits entrelacés & simmétriques qui peuvent faire un effet agréable à la vûë.

La seconde Planche contient le développement des parties de la Machine.

ABC (Fig. VII.) est le porte-crayon avec ses coulisses & sa douille *BC* dans laquelle entre la tringle ou broche platte *YXVV*, qui d'un côté tient la touche *M* qui lui est attachée par des vis *ON*, & de l'autre le crayon *A*. Elle porte aussi un bout de tringle quarrée *K* dont l'usage sera expliqué. Planche II. Fig. VII.

KH (Fig. VIII.) est le cercle dont on a parlé, divisé & fixé sur la platine. C'est sur ce cercle que tourne le tambour *IL*, dans l'épaisseur duquel sont plusieurs cartons ou papiers sur lesquels la figure se trace. On enleve ces papiers l'un après l'autre avec la pointe d'une épingle, chaque fois qu'on veut changer de dessein, ou répéter le même sur un autre papier. On taille tous ces papiers à la fois avec un emporte-piéce. Fig. VIII.

M est l'alhidade mobile sur les divisions du cercle *KH*.

N est le canon qui tourne sur l'essieu du cercle mobile.

OP (Fig. IX.) est un cercle de cuivre plein, coupé dans son milieu par deux rainures disposées à angle droit, & sur lequel est une petite piéce *QR* mobile au point *R*, qui s'ajuste le long des côtés des rainures *R, K, R, Z*, pour tirer des lignes qui se croisent à angle droit dans le centre du papier sur lequel on veut tracer une figure. Ces deux lignes, l'une verticale, l'autre horisontale, servent à prendre les dimensions pour placer le crayon dans les dispositions convenables ; pour cet effet, on fait entrer la douille *bc*, adhérente au cercle de cuivre, à la place de la pareille piéce *BC* du porte-crayon, sur la piéce *YX* disposée pour la recevoir. Fig. IX.

STV (Fig. II.) est un assemblage de trois piéces qu'on adapte sur le quarré *K* de la *Fig. I.* On fait entrer ce quarré dans l'ouverture *E*, dans laquelle on l'arrête par le moyen de la vis *O*. Planche I. Fig. II.

Planche I. Fig. II.

Si l'on veut voir les effets de la touche platte *TS*, on détache le côté *SV* & l'arc *VT*, en lâchant l'écrou *T*, & on fait porter la plaque *TS* à plat sur les côtés de la Rosette; si on veut une touche platte inclinée, on remet en place l'assemblage *TV, VS*, au moyen de la vis *T*, & des deux pointes qui entrent dans les deux trous *S*, l'on incline plus ou moins *VS* sur *TS*, à l'aide de la vis *T*, mobile dans la rainure de l'arc *VT*.

On voit que les mouvements de cette Machine sont absolument équivalents à ceux du Tour. L'arbre du Tour qui porte la Rosette & l'ouvrage, tourne sur lui-même, ce que fait dans la Machine l'essieu qui porte la plaque & le tambour. Toute la différence consiste en ce que dans le Tour l'arbre a un second mouvement parallelement à lui-même, qui lui permet de s'approcher & de s'éloigner de l'outil & de la touche, l'un & l'autre fixes, au lieu que dans la Machine, c'est la tringle, portant à ses deux bouts la touche & le crayon, qui se meut parallelement à elle-même & à l'essieu qui représente l'arbre, & qui porte la plaque & le tambour. Il a été plus simple & plus commode, dans une machine d'Horlogerie, de laisser fixe le pivot qui porte les rouës, & de transporter dans la tringle le mouvement de parallelisme, du reste il est clair que cela revient au même.

Il faut encore observer que le mouvement de parallelisme se fait d'ordinaire horisontalement sur le Tour; au lieu qu'il a paru plus commode de l'executer verticalement dans la Machine, ce qui ne change rien à l'effet.

Planche II. Fig. VII.

On a fait faire *(Fig. VII.)* un coude en *X* à la tringle mobile pour faire approcher plus près du centre le bout *M* qui porte sur la Rosette, sans être obligé de rendre les Rosettes plus grandes. Ce coude n'empêche pas que la tringle ne se meuve parallelement, & il n'apporte aucun changement essentiel à la construction de la Machine, il en résulte seulement une plus grande commodité en plusieurs cas.

On se servira indifféremment dans ce Mémoire du mot d'*outil* ou de *crayon*, puisque le crayon représente ici l'outil du

du Tour, par la même raison on entendra la même chose par l'*extrémité de la tringle mobile* que par le terme de *touche*.

Le premier usage de cette Machine, & celui qui se présente d'abord, est de trouver par son moyen quelles sont les différentes figures qu'on peut faire tracer à l'outil avec la même Rosette, ce qui est très-facile à executer, dès qu'on a en cuivre ou en fer un modele de la Rosette qu'on veut essayer; car ayant placé & assujetti ce modele, ou cette plaque de cuivre, comme nous avons dit, à une des extrémités *I (Fig. I.)* de l'arbre du grand pignon, le crayon ajusté à l'autre extrémité *a (Fig. VI.)* qui par le moyen des rainures *a e, f c,* peut se placer dans tous les points différents du papier, tracera dans toutes les différentes positions qu'il peut recevoir, tous les desseins possibles que peut fournir la Rosette donnée, & cela dans la derniére précision, si la Machine est bien faite.

On est surpris de l'extrême différence qui se trouve entre certaines figures produites par la même Rosette; peut-être aussi paroîtra-t-il singulier que ce soient d'ordinaire les Rosettes les plus simples qui donnent les figures les plus bizarres. Il est certain, du moins, que les Rosettes qui ont un grand nombre de côtés, ne produisent dans aucun cas des desseins aussi différents d'elles-mêmes, qu'une Rosette simplement triangulaire ou quarrée, & cela doit être ainsi.

Pour en rendre la raison plus sensible, & en même temps pour donner quelqu'idée de ce premier usage de la Machine, nous allons examiner ses effets dans quelques cas particuliers, résultants des différentes positions du crayon; & afin de rendre la chose plus simple, nous prendrons d'abord pour exemple la Rosette quarrée, telle que nous l'avons proposée dans la description de la Machine.

Dans toutes les figures suivantes, on suppose les plans paralleles de la Rosette & du dessein projettés l'un sur l'autre, le centre de la Rosette & celui de la figure seront par conséquent le même point *C (Fig. I.)*; le trait ponctué marquera le contour de la Rosette, l'autre trait marquera le Planche III. Fig. I.

deſſein qui réſulte de cette poſition, *T* le point de la Roſette où porte la touche, & *O* le point du papier où le crayon répond au même inſtant.

Planche III. Fig. 1.

Si on place le crayon *O* au deſſus du centre *C*, & à la même diſtance de l'axe que la touche *T*, c'eſt-à-dire, à l'endroit même où ſeroit l'autre bout de la tringle, ſi elle n'étoit pas coudée, il eſt clair qu'il tracera alors une figure égale & ſemblable à la Roſette, puiſque la tringle ſe meut parallelement à elle-même, & qu'ainſi ſes deux extrémités doivent faire le même chemin; par conſéquent l'une des deux ne quittant jamais le contour de la Roſette, l'autre doit tracer ſur le plan qu'elle rencontre une figure égale & ſemblable à la Roſette. Ici le deſſein & le contour de la Roſette étant ſemblables, le trait plein & le trait ponctué ſe confondent en un ſeul.

Ainſi, par exemple, dans la poſition du crayon que nous venons d'examiner, une Roſette quarrée fera tracer au crayon un trait quarré de même grandeur. C'eſt-là ce cas unique & le plus ſimple de tous dont on a déja parlé, où la figure tracée eſt toûjours égale & ſemblable au contour de la Roſette; mais pour peu qu'on écarte le crayon de ce point, & qu'on le place ailleurs, la figure tracée ne ſera plus un quarré, & chaque poſition du crayon cauſera de grandes variations dans la figure.

On peut diſtinguer toutes les diverſes poſitions du crayon en deux eſpeces différentes. L'une, lorſque le crayon eſt placé dans l'alignement de la rainure où gliſſe la tringle mobile, c'eſt-à-dire, lorſque la touche *T*, le centre *C* & le crayon *O* ſont dans la même ligne, qui eſt poſée verticalement dans la Machine. L'autre, lorſque le crayon *O* eſt hors de cet alignement. J'appelle les premiéres *poſitions directes*, & les derniéres *poſitions obliques*. Commençons par la premiére eſpece.

Quoiqu'il y ait autant de poſitions directes du crayon qu'il y a de points dans l'alignement dont nous venons de parler, on peut cependant conſidérer ſept poſitions qui renferment

toutes les autres, & qui produisent les effets les plus différents. La premiére est celle dont le crayon copie exactement le contour de la Rosette; c'est celle dont nous venons de parler.

Si on éloigne le crayon du centre en droite ligne au de-là du point où il étoit fixé dans la position précédente, mais toûjours en de-çà du centre, il tracera une figure plus grande que la Rosette, dont les quatre côtés seront bombés ou légerement cintrés dans leur milieu, la convexité en dehors de la figure. C'est l'effet de la seconde position. Planche III. Fig. 2.

La troisiéme est celle où le crayon sera plus près du centre que la touche, mais de telle sorte qu'en descendant à son plus bas, le crayon ne puisse qu'approcher du centre sans y atteindre. En ce cas la figure tracée sera, à la vérité, quadrangulaire, mais ses côtés seront des lignes concaves par dehors qui s'approcheront du centre dans leur milieu, plus le crayon sera posé près du centre, pourvû que ce soit toûjours en de-çà, en sorte que la concavité deviendra un angle rentrant qui approchera à la fin de l'angle droit. Fig. 3.

Quatriéme position. Si le crayon est dans la même ligne au de-là du centre, mais à telle distance qu'en montant à son plus haut point, il ne puisse qu'approcher du centre sans pouvoir y atteindre, il tracera encore une figure quadrangulaire, mais dont les angles seront rentrants, & les côtés, quatre arcs convexes par dehors, & dont la convéxité sera d'autant plus grande, que le crayon aura été placé plus près du centre, mais toûjours au de-là. Il faut remarquer que ce sont ici les angles de la Rosette qui font les angles rentrants de la figure, au lieu que dans la précédente ils sont produits par le milieu des côtés de la Rosette. Fig. 4.

Entre les deux positions précédentes du crayon, il y en a une moyenne, qui est de le placer sur le centre même du tambour, mais il peut y être placé dans trois cas différents, car comme les angles & les côtés de la Rosette font hausser & baisser alternativement le crayon porté par la tringle, le centre peut être rencontré par le crayon, 1.° Quand le

crayon eſt au point le plus bas où il puiſſe deſcendre, & c'eſt l'inſtant où la touche eſt ſur le milieu du côté de la Roſette. 2.° Lorſque le crayon eſt au point le plus haut où il puiſſe monter, ce qui arrive lorſque la touche porte ſur l'angle de la Roſette. Enfin, & c'eſt le troiſiéme cas, le crayon peut rencontrer le centre dans ſa route, je veux dire en paſſant du point le plus haut où il monte, au plus bas où il deſcende, la touche portant entre l'angle & le milieu du côté. Ces trois poſitions donnent encore trois figures différentes.

Planche IV. Fig. 5. Dans le premier cas, les quatre côtés de la figure qui n'étoient que concaves, quand le crayon ne deſcendoit pas juſqu'au centre du deſſein, ſe réuniſſent & ſe confondent par leurs milieux en un ſeul point dans le centre, alors la figure tracée reſſemblera à quatre feuilles oblongues diſpoſées en ſautoir : c'eſt l'effet de la cinquiéme poſition directe du crayon.

Fig. 6. Dans le ſecond cas, ce ne ſeront pas les milieux des côtés, mais les quatre angles rentrants de la *Figure 4,* qui ſe réuniront au centre dans un ſeul point; les quatre côtés ſeront parvenus à leur plus grande convexité, & la figure reſſemblera à un trefle à quatre feuilles diſpoſées en croix. Tel eſt l'effet de la ſixiéme poſition directe.

Fig. 7. Enfin, & c'eſt la derniére des ſept poſitions directes, ſi le crayon ne rencontre le centre ni au plus haut point, ni au plus bas de la ligne droite qu'il parcourt, mais en paſſant de l'un à l'autre, comme alors il monte au deſſus du centre, & qu'il deſcend au deſſous, il raſſemble les deux cas précédents, auſſi décrit-il les deux figures précédentes qui ſe croiſent, de telle ſorte que les quatre feuilles oblongues en ſautoir de la premiére ſe trouvent placées dans les intervalles des quatre feuilles en croix du trefle de la ſeconde, & que le crayon trace les deux ſortes de feuilles alternativement une à une juſqu'à ce que toute la figure compoſée des huit feuilles ſoit entiérement tracée.

Si le crayon fait plus de chemin au deſſous du centre

qu'au dessus, les feuilles du trefle seront plus hautes que les feuilles oblongues ; & s'il en fait plus au dessus qu'au dessous, les feuilles du trefle seront les plus petites.

Enfin, si le crayon rencontre le centre précisément à moitié chemin, les deux especes de feuilles seront de même hauteur ; mais soit qu'il rencontre le centre à moitié chemin ou non, toutes les fois que la figure aura huit feuilles, les hauteurs des deux différentes feuilles, prises ensemble, seront égales à la hauteur que l'une ou l'autre feuille auroit euë séparément dans les deux positions précédentes où la figure n'avoit que quatre feuilles, au lieu de huit.

Ce sont-là les principales positions du crayon qui renferment toutes celles que j'ai nommées directes, c'est-à-dire, toutes celles où le crayon est placé dans l'alignement de la rainure où glisse la tringle, soit en de-çà, soit au de-là du centre. Il nous reste à examiner les positions obliques du crayon, qui sont celles où il est hors de cet alignement, soit à droite, soit à gauche, en de-çà, en de-là, ou au niveau du centre ; mais pour désigner exactement ces situations du crayon, il est à propos de définir quelques termes.

Il est indifférent que la rainure où glisse la tringle mobile, ait une direction plûtôt qu'une autre, il suffit que son alignement tende au centre ; mais dans la Machine, telle qu'elle est construite, cette rainure est verticale, ainsi l'alignement de la rainure ou le diametre vertical seront deux termes sinonimes dans ce Mémoire ; j'appellerai la ligne qui coupe à angles droits cette perpendiculaire, en passant par le centre du tambour, le *diametre horisontal* ou le *niveau du centre*. C'est par rapport à ces deux lignes seulement que l'on peut désigner les positions obliques du crayon dans lesquelles le crayon ne se meut plus dans le diametre vertical comme dans les positions directes, mais parallelement au diametre vertical, ce qui fait qu'il ne rencontre plus jamais le centre, mais seulement le niveau du centre, ou le diametre horisontal.

La plûpart des nouvelles figures que donnent les positions obliques du crayon auront quelque rapport aux précédentes,

mais elles auront une infléxion de côté ou d'autre, selon que le crayon sera à droite ou à gauche du diametre vertical. Par exemple,

Planche IV. Fig. 8.

Si le crayon est placé hors du diametre vertical, en sorte qu'il ne puisse pas descendre jusqu'au diametre horisontal, les côtés de la figure ne seront plus concaves dans le milieu des deux angles, comme *Figure 3*, mais leur concavité sera plus près de l'un des deux, suivant le différent côté où sera placé le crayon.

Si le crayon est fort près du centre, les quatre côtés de la figure ressembleront à des dents de rochet, & tout le reste étant égal, le biais sera d'autant plus sensible que le crayon sera plus écarté du diametre vertical, & l'angle d'autant plus aigu que le crayon sera plus voisin du diametre horisontal, ce qui est commun à toutes les figures obliques.

Les trois contours de la *Figure 8* répondent aux différentes distances du crayon au centre toûjours dans ce même cas.

Cette figure est l'effet de la premiére position oblique du crayon, & répond à la troisiéme position directe. Les figures qui résultent des deux autres positions obliques qui répondent à la premiére & seconde position directe, ne différent pas assés du trait extérieur de cette derniére figure pour en faire une particuliére.

Fig. 9.

Si le crayon est placé au de-là du centre hors de l'alignement de la rainure, mais de telle sorte qu'il ne puisse jamais remonter au niveau du centre, c'est-à-dire, dans les mêmes circonstances où il traçoit dans la position directe la figure réguliére à quatre côtés convexes *(Fig. 4.)*; la figure sera composée de quatre goderons d'autant plus inclinés que le crayon sera plus écarté du diametre vertical, & d'autant plus sensibles qu'il sera plus près du diametre horisontal. En approchant le crayon du centre, les goderons se fermeront, & deviendront des boucles.

Nous n'entrerons pas dans le même détail à l'égard des autres positions obliques; les figures où seront marquées dans chaque cas les positions respectives de la touche ou de l'outil, suffiront pour voir l'effet de chaque position.

Les positions obliques *(Fig. 10. & 11.)* qui répondent à la cinquiéme & sixiéme position directe sont peu différentes des deux précédentes huit & neuf; elles ont seulement leurs angles & leurs goderons plus aigus & plus marqués, par la raison déja alléguée, que dans celles-ci le crayon est plus près du diametre horisontal, puisqu'il l'atteint dans l'une & dans l'autre. Planche IV. Fig. 10. & 11.

La cinquiéme & derniére position oblique est celle où le crayon fait une partie de son chemin au dessus & l'autre au dessous du diametre horisontal. Elle répond à la septiéme position directe. Au lieu de la figure à huit feuilles de la premiére, celle-ci produit une figure à huit boucles, de hauteur égale, entrelacées deux à deux, qui forment quatre nœuds ou lacis, & fait ressembler la figure entiére à cet ornement de blason qu'on nomme *cordeliére.* On a remarqué dans la position directe, correspondante à celle-ci, que les deux especes de feuilles dont elle est composée, n'étoient égales que lorsque le crayon faisoit également de chemin au dessus & au dessous du centre; cette analogie se conserve dans la position oblique correspondante, & la figure dont on vient de parler n'est tracée que lorsque le crayon fait également de chemin au dessus & au dessous du diametre horisontal, autrement les proportions de la figure changent; & si le crayon fait plus de chemin au dessus qu'au dessous, on aura l'un des traits de la *Figure 13*, selon que le crayon, à distance égale du diametre horisontal, sera plus ou moins éloigné du diametre vertical : si au contraire le crayon fait plus de chemin au dessous qu'au dessus de l'horisontal, l'on aura l'un des traits de la *Figure 14*. Fig. 12. Fig. 13. Planche V. Fig. 14.

Ces trois derniéres figures ne sont bien sensibles que lorsque le crayon est fort près du diametre vertical; plus on l'en éloigne, quoiqu'on conserve la même distance au diametre horisontal, plus les nœuds se rappetissent & se confondent avec le contour de la figure, en sorte qu'à une certaine distance du diametre vertical, par exemple, à la longueur du rayon de la Rosette, les trois derniéres positions

Planche V. Fig. 15.

du crayon, au lieu de la figure précédente, en donnent une que l'œil ne distingueroit pas du cercle, tant elle en differe peu sensiblement. Nous en verrons bien-tôt la raison.

Voilà quelles sont les principales figures que peut donner la Rosette quarrée; je dis les principales, parce que je n'ai parcouru que les positions du crayon les plus différentes entr'elles, & qu'entre les deux plus voisines de celles dont on a parlé, il y en a autant que de points où on peut placer le crayon; mais celles qui viennent d'être détaillées suffisent pour donner une idée des autres qui sont toutes comprises dans quelques-uns des cas que nous avons examinés, en sorte que quelque figure qu'on prenne qui fasse l'effet d'une Rosette quarrée, elle sera semblable ou à peu-près semblable à quelqu'une des précédentes, ou ne s'en éloignera que pour ressembler mieux à quelqu'autre de celles dont nous avons donné pareillement la description.

La diversité & la bizarrerie apparente de toutes ces figures n'est causée que par la différente combinaison des deux mouvements, droit & circulaire, de la Machine, qu'il faut avoir bien présents pour en démêler les effets compliqués. Le crayon porté à l'extrémité de la tringle mobile n'a que son mouvement en ligne droite, & ce mouvement se fait, ou dans l'alignement de la rainure, c'est-à-dire, dans le diametre vertical, ou hors de cette ligne, mais parallelement à elle: dans l'un ou dans l'autre cas le crayon ne fait que hausser & baisser alternativement, selon que les angles de la Rosette soûlevent la tringle qui porte le crayon, ou que le ressort repousse la tringle sur les pans ou dans les creux de la Rosette. Par exemple, dans le cas de la Rosette quarrée, le crayon qui s'éleve chaque fois qu'un angle passe, & qui se baisse ensuite, monte quatre fois, & descend autant de fois alternativement pendant une révolution de la Rosette, en parcourant à chaque fois un chemin égal en ligne droite; & comme les deux extrémités de cette ligne sont l'une le plus haut point, & l'autre le plus bas où descende le crayon, & qu'il n'est à son plus haut point que lorsque la touche porte sur

l'angle,

l'angle, & à son plus bas que lorsque la touche porte sur le milieu du côté, il s'ensuit que la mesure de cette ligne est la différence du plus grand au plus petit rayon de la Rosette, c'est-à-dire, si elle est quarrée, l'excès de la demi-diagonale sur la demi-hauteur. Si le tambour étoit immobile, le crayon allant & revenant sur ses pas, ne traceroit jamais que cette petite ligne droite : si le crayon au contraire étoit immobile, & que le tambour seulement se mût sur son centre, le crayon ne traceroit jamais qu'un cercle ; mais comme pendant que le crayon se meut, le tambour tourne, il s'ensuit que le crayon montant ou descendant en ligne droite, trace sur le tambour, mû circulairement, une ligne ordinairement courbe, composée de ces deux mouvements, & c'est cette courbe répétée autant de fois que la Rosette a de côtés, qui compose la figure tracée ; je dis une ligne ordinairement courbe, & on verra la raison de cette restriction.

Il est aisé d'appliquer à cette méchanique le principe ordinaire qui sert à expliquer les mouvements composés, en examinant quelles sont à chaque instant les deux déterminations que reçoit le crayon ; car quoiqu'il n'ait réellement de mouvement que celui qu'il reçoit de la tringle en ligne droite, le mouvement circulaire du tambour fait, eu égard à la ligne tracée, le même effet que si le crayon, outre son mouvement direct, étoit lui-même emporté circulairement autour du tambour du sens opposé à celui dont le tambour se meut ; dans ce cas on conçoit qu'à chaque instant le crayon recevroit deux déterminations, l'une suivant une portion infiniment petite de la circonférence du cercle où il se trouve alors, & qu'il décriroit si son mouvement en ligne droite étoit suspendu, & ce petit côté peut être considéré comme une ligne droite ; l'autre suivant une partie infiniment petite de la ligne droite, suivant laquelle il monte ou il descend, il décriroit donc à chaque instant, pour satisfaire en même temps à ces deux impressions, la diagonale d'un petit parallelogramme dont ces deux petites lignes seroient les côtés, mais les côtés infiniment petits d'un cercle

changent à chaque instant de direction. Donc quoique les petites portions de la ligne droite, le long de laquelle le crayon monte & descend, ayent la même direction, les diagonales résultantes de chacune d'elles, & de chaque petit côté correspondant du cercle ne doivent pas moins changer de direction à chaque instant; & par conséquent leur somme doit composer une courbe, à moins que la combinaison des deux mouvements, droit & circulaire, ne soit telle que les côtés des parallelogrammes composés des portions infiniment petites de la ligne droite parcouruë par le crayon, & des portions infiniment petites de la circonférence où il passe successivement, ne suivent entre eux une même proportion d'accroissement ou de diminution, auquel cas toutes ces petites diagonales bout à bout l'une de l'autre, composeront une ligne droite. C'est ce qui arrive dans la position unique qui fait copier exactement au crayon le contour de la Rosette, & par conséquent décrire des lignes droites quand la Rosette est à pans droits; d'où il résulte un paradoxe assés singulier, qui est qu'un corps mû en ligne droite, & dont la trace sur un plan immobile seroit nécessairement une ligne droite, peut, sans changer de vîtesse ni de direction, tracer aussi une droite sur un plan mû circulairement.

Un peu de méditation sur la position respective du crayon & de la touche, & sur la combinaison des deux mouvements, droit & circulaire, relativement à cette position, éclaircira toutes les difficultés qui peuvent se présenter à l'inspection des figures, & de leur extrême différence d'avec les Rosettes. Et il n'y aura aucun point de la courbe ou de la figure tracée, qu'on ne puisse assigner, en considérant quelle portion de son cercle le tambour a décrite pendant que le crayon est monté ou descendu en ligne droite d'une certaine quantité.

Nous n'entrons pas dans le détail qui seroit infini, nous nous contenterons d'indiquer une cause générale qui peut servir à rendre raison de ce qu'on a pû remarquer de plus bizarre & de plus singulier dans les figures que nous avons examinées.

Soit que le crayon soit près ou loin du centre, le tambour acheve toûjours sa révolution dans le même temps, par conséquent le grand cercle que traceroit le crayon, s'il étoit placé loin du centre, & que la machine n'eût que le mouvement circulaire, s'acheveroit dans le même temps que le petit cercle que traceroit le crayon dans la même supposition, s'il étoit plus près du centre, & cela quelque différence qu'il puisse y avoir de grandeur entre les rayons de ces deux cercles.

D'un autre côté, la ligne droite que parcourt le crayon, soit en montant, soit en descendant, ne change point par la distance du crayon au centre; la courbe tracée est donc le résultat de deux mouvements, dont l'un, s'il étoit seul, feroit parcourir au crayon une ligne droite, d'une grandeur constante, & l'autre pendant le même temps, s'il étoit seul aussi, un arc de cercle toûjours du même nombre de degrés à la vérité, mais dont la longueur seroit tantôt plus grande, tantôt plus petite selon la distance du crayon au centre, on voit bien que la figure de la courbe qui sera tracée dans chacune de ces deux différentes combinaisons doit être fort différente.

En effet, quand le crayon est loin du centre, la longueur de l'arc que le mouvement circulaire seul feroit décrire au carton, l'emporte de beaucoup sur la longueur de la petite ligne droite qu'il décrit par son mouvement propre; le mouvement circulaire domine alors sur le mouvement direct, & la courbe décrite approche bien plus d'un arc de cercle. Au contraire quand le crayon est fort voisin du centre, la petite ligne droite que son mouvement lui faisoit décrire en montant ou en descendant, toute courte qu'elle est, devient plus longue que l'arc de cercle que le seul mouvement circulaire du carton lui feroit tracer, le mouvement direct l'emporte alors sur le mouvement circulaire, & la courbe décrite est d'autant plus différente d'un arc de cercle.

Or la figure tracée par le crayon n'est, comme on l'a dit, autre chose que la même courbe répétée autant de fois que la Rosette a de côtés; par conséquent plus la ligne droite que

parcourt le crayon par son mouvement propre sera petite par comparaison à l'arc de cercle que le carton parcourt dans le même temps, plus la figure tracée ou la portion correspondante de la figure tracée approchera du cercle.

Qu'on applique ce raisonnement aux divers cas qu'on a précédemment examinés, on reconnoîtra clairement que ce qu'on a pû remarquer de bizarre & de singulier dans les effets d'une même Rosette, en est une conséquence nécessaire. Par exemple, que c'est ce qui fait qu'en général les positions du crayon voisines du centre, donnent les plus grandes variétés, & que passé une certaine distance du centre, un peu plus ou un peu moins d'éloignement ne change pas beaucoup la figure. On ne fera d'application particuliére de ce principe qu'au cas de la *Figure 15*, où l'on a vû que le crayon guidé par une Rosette quarrée traçoit un cercle ou plûtôt une figure qui ne differe pas sensiblement du cercle.

La premiére fois que je rencontrai cette figure, j'avois placé mon crayon au hazard, j'avouë que sur le rapport de mes yeux, je ne doutai pas dans le premier moment que la figure tracée ne fût un cercle, & je ne voyois aucun inconvénient à le supposer. A la vérité, il me paroissoit singulier qu'une Rosette quarrée pût faire décrire à *l'outil* une figure circulaire, mais je n'en voyois pas encore l'impossibilité.

Cependant la conséquence devenoit délicate, je connoissois en général la nature & les propriétés de la courbe du Tour qui, dans le cas présent, me paroissoit à la vûë un cercle, & je sçavois que cette courbe étoit quarrable toutes les fois que l'on pouvoit quarrer sa base*, qui dans cet exemple étoit une ligne droite; donc si la courbe étoit réellement un cercle on avoit sa quadrature. Cette conséquence très-évidente me fit défier de mes yeux, & un peu de réfléxion sur les deux mouvements qui produisent cette courbe, m'eut bientôt convaincu qu'elle n'étoit rien moins qu'un cercle.

* *Voy. le second Memoire sur le Tour.*

En effet, un cercle & une ligne droite, & même plusieurs cercles & une ligne droite, de quelque façon que le tout soit combiné, ne peuvent jamais produire un cercle. Si le

crayon étoit immobile, nous l'avons déja remarqué, il décriroit un cercle ſur le carton tournant; mais dès-là que le crayon a un mouvement propre quel qu'il puiſſe être, à moins que ce ne fût un mouvement circulaire qui lui fît décrire la même circonférence qu'il traceroit par le ſeul mouvement du carton, il eſt clair que la courbe tracée ne peut être un cercle.

Mais cette courbe peut s'éloigner ou s'approcher plus ou moins de la figure circulaire, ſelon la poſition & la meſure de la ligne droite que parcourt le crayon par ſon mouvement propre en montant & deſcendant alternativement.

Premiérement, la poſition de cette ligne contribue beaucoup au plus ou au moins de reſſemblance que la figure tracée aura avec le cercle; car ſi le crayon eſt placé de ſorte que cette droite coupe la circonférence du cercle, que le crayon ſuppoſé immobile, décrivoit ſur le carton tournant, on conçoit que la figure tracée doit être beaucoup plus éloignée de la circulaire que ſi la ligne droite, au lieu de couper ce cercle, lui étoit ſeulement tangente. En effet la tangente s'éloigne moins du contour du cercle que toutes les ſécantes poſſibles, & de toutes les ſécantes, c'eſt la ſécante perpendiculaire ou le rayon qui eſt le moins propre à ſe confondre avec la circonférence. Enfin il n'eſt pas moins clair que plus un cercle eſt grand, moindre eſt ſa courbûre, & par conſéquent plus ſa tangente approche de ſa circonférence.

C'eſt en réuniſſant ces circonſtances, qu'on peut donner au crayon la ſituation la plus avantageuſe, pour que la figure tracée approche du cercle le plus qu'il eſt poſſible, & ce ſont celles que nous avons obſervées, en plaçant le crayon où nous avons dit, pour lui faire décrire une figure ſenſiblement ronde avec une Roſette quarrée.

Secondement, plus cette ligne droite ſera petite, moins elle altérera la figure circulaire que traceroit le crayon, s'il étoit immobile, & comme elle devient plus courte à meſure que le nombre des côtés du polygone croît, il eſt clair que

dans la situation du crayon où le quarré même donne une figure qui sensiblement ne differe pas du cercle ; tous les autres polygones, hors le triangle, donneront une figure plus approchante du cercle que le quarré, & d'autant plus qu'ils auront plus de côtés : mais non-seulement la ligne droite en question, qui n'est que la différence du plus grand au plus petit rayon de la Rosette, devient plus courte à mesure que le nombre des côtés du polygone croît, j'adjoûte qu'elle décroît dans une plus grande raison que les arcs dont les côtés du polygone sont les cordes, la démonstration en est fort simple.

Planche V. Fig. 16. La différence CD du grand rayon AO au petit rayon OC d'un polygone, est ce qu'on appelle la *Fleche*, je dis que les fleches croissent ou décroissent dans une plus grande raison que leurs arcs. La fleche CD de l'arc entier AD est, comme on sçait, le sinus verse de la moitié AD ou BD.

Fig. 17. Soit l'arc MN variable, double de AM. Soit AP la fleche de l'arc MN, & le sinus verse de l'arc AM, soient supposés égaux les accroissements différentiels Pp, $p\pi$ de AP. Je les nomme dx, on sçait que les accroissements MR ou mr, dy des ordonnées qui répondent à chaque dx, vont en diminuant dans toutes les courbes concaves vers leur axe ; donc les arcs infiniment petits μm, mM ou ls, qui sont les hipoténuses des petits triangles différentiels, vont pareillement en diminuant ; donc la somme de ces hipoténuses, c'est-à-dire, le demi-arc AM augmente par des différences décroissantes, tandis que la fleche AP s'accroît uniformément ; donc la fleche croît en plus grande raison que les arcs.

Il ne paroîtra donc plus étonnant que les Rosettes les plus simples, donnent quelquefois les figures les plus bizarres & les plus différentes de la Rosette qui les produit ; j'entends par les Rosettes les plus simples, celles qui ont le moins de côtés, comme le triangle ou le quarré. On voit par ce que nous venons de dire, que leurs fleches étant plus grandes à proportion que dans les autres polygones, & par conséquent le crayon pouvant s'approcher & s'éloigner plus du centre,

pendant une portion égale de la révolution du tambour ; la figure tracée doit avoir ſes angles ou ſes goderons plus ſaillants ou plus rentrants que les figures tracées par le ſecours d'autres Roſettes ; & qu'en général, par la même raiſon, il doit s'y faire des combinaiſons plus variées des deux mouvements, circulaire & direct ; d'où on a fait voir que dépend la diverſité des figures.

Il paroît d'abord extraordinaire que ces effets ſinguliers de Roſettes auſſi ſimples que le triangle & le quarré, ayent juſqu'ici échappé aux Tourneurs, mais l'obſervation précédente, dont il ſuit que les figures produites par les autres polygones, ſont plus ſemblables à leurs Roſettes que celles qui ont pour Roſettes le triangle & le quarré, indique aſſés la raiſon qui a empêché juſqu'ici les Tourneurs d'exécuter ſur le Tour, les contours ſinguliers dont nous avons parlé, & pluſieurs autres de la même eſpece, quoique les Roſettes qui les donnent ne ſoient pas fort recherchées.

Les Roſettes les plus commodes dans la pratique, ſont celles qui ont un plus grand nombre de côtés, les angles en ſont plus obtus, & la Roſette en gliſſe plus aiſément ſur la touche, au lieu que des angles fort aigus cauſeroient des ſauts à l'arbre*. A la verité, il n'eſt pas impoſſible de remédier à cet inconvénient, mais il étoit encore plus court de n'y pas tomber. C'eſt pour cette raiſon que les Roſettes qu'on employe dans l'uſage ordinaire, n'ont guéres moins de huit côtés, ſur-tout quand les côtés ſont droits, & c'eſt encore pour cela que le plus ſouvent elles en ont un bien plus grand nombre, & plûtôt à goderons qu'à pans droits, telles ſont celles dont le P. Plumier donne des modeles dans ſon Livre. Les figures qui ont paru les plus ſingulieres parmi celles que nous avons remarquées, ſont produites par les Roſettes qui ont un petit nombre de côtés, trois ou quatre, par exemple. Il n'eſt donc pas étonnant que les ouvriers qui ne raffinent ordinairement que ſur les commodités de pratique, trouvant les Roſettes qui ont le plus de pans ou de goderons les plus commodes, ne ſe ſoient pas obſtinés gratuitement

* V. les Mem. de l'Académie, an. 1719, p. 320.

à en essayer de celles qu'ils sçavoient être sujettes à quelques inconvénients, & dont ils ignoroient les avantages.

Il y a apparence que c'est encore par la même cause qu'ils ont peu varié la situation de l'outil, & qu'ils ne sont pas dans l'usage de le poser hors de l'alignement de la touche & du centre qui répond dans la Machine au diametre vertical du tambour. Nous avons vû que quand la Rosette est quarrée, les positions obliques du crayon & de l'outil opéroient, dans les différents cas, ces goderons obliques, ces dents de rochet & ces boucles entrelacées ou nœuds dont on a parlé; mais on a remarqué aussi que quand la Rosette a un plus grand nombre de côtés, toutes les figures précédentes résultantes des différentes positions obliques du crayon, devenoient beaucoup moins sensibles. En effet, il ne reste alors à chaque infléxion de la figure qui répond à chaque pan de la Rosette, qu'un biais moins singulier que choquant à la vûë, qui loin de donner aucune grace, causeroit plûtôt une difformité à l'ouvrage. Si la Rosette est mêlée de pans droits & de goderons, la figure n'en sera que plus irréguliére par ce mêlange de différents biais qui s'y trouveront. On va donner le moyen de tirer parti de toutes ces difformités apparentes, & de rendre les figures où elles se rencontrent, réguliéres & simmétriques, mais il ne faut pas s'étonner si le premier coup d'œil ayant fait appercevoir aux Tourneurs, un biais dans la figure, quand, par hazard, ils ont placé leurs outils hors de l'alignement du centre & de la touche, ils ont évité avec soin toutes les positions obliques.

Le moyen de sauver toutes ces irrégularités, & même de les tourner en agrément, c'est, après qu'on a tracé le premier contour avec tous les biais qui en résultent, de placer l'outil de l'autre côté, à pareille distance & du diametre vertical & de l'horisontal, on tracera alors un pareil dessein avec des infléxions en sens contraire qui croiseront les premiers, & déguiseront la figure en la rendant réguliére, sans lui faire perdre rien de sa singularité. C'est ainsi que du trait intérieur & redoublé de la *Fig. 11.me* irréguliére, on peut faire la *Fig. 18.*

Pour

Pour faire une figure chargée d'ouvrages & d'ornements avec un trait fort ſimple, il n'y a qu'à la répéter ſur elle-même, en la faiſant ſe croiſer deux, trois ou quatre fois, ſelon le deſſein, ſous des angles égaux, ce qui ſe peut exécuter aiſément par le moyen du cercle gradué, en faiſant répondre l'alhidade *M (Fig. VIII.)* à chaque révolution du tambour qui répéte le deſſein à autant de points différents de la circonférence également diſtants les uns des autres. De cette maniére, avec la *Figure 4* répétée quatre fois, en faiſant répondre l'alhidade à chaque révolution ſucceſſive aux points *1, 2, 3, 4,* diſtants l'un de l'autre d'un ſeiziéme de la circonférence, on aura la *Figure 19.*

Planche II. Fig. VIII.

Une autre maniére d'orner la figure, de la déguiſer, & d'en multiplier les traits, ſans qu'il ſoit beſoin de la répéter, c'eſt de ſe ſervir d'un outil à pluſieurs pointes ou dents en forme de peigne; autant l'outil aura de dents, autant tracera-t-il de traits différents. Ces traits ſeront quelquefois écartés l'un de l'autre, & quelquefois ils ſe réuniront en un ſeul. Souvent il ne ſera pas beſoin, même dans les poſitions obliques, de répéter la figure en ſens contraire. Le biais qui ſe trouve dans ces traits entrelacés, n'en a quelquefois que plus de grace & de ſingularité. Au reſte tout ceci n'eſt pas de pure théorie, comme on le pourroit croire; toutes ces figures ont été exécutées, non ſeulement ſur la Machine qu'on vient de décrire, mais ſur le Tour même de M. Grammare *, & la plûpart ont été admirées des connoiſſeurs en ouvrage du Tour à qui on les préſentoit comme des Problêmes en ce genre, ce qui a donné lieu aux recherches qui font l'objet de ce Mémoire.

* Il eſt mort en 1731. M. le Duc eſt en poſſeſſion de la Machine dont on a parlé, du Tour de M. Grammare, & de toutes ſes inventions.

Juſqu'ici nous avons ſuppoſé la Roſette quarrée, & cette ſeule Roſette a produit toutes les figures que nous avons parcouruës, ſans toutes les figures intermédiaires dont nous n'avons point parlé. On peut juger par le quarré de l'effet des autres polygones pris pour roſettes, avec les reſtrictions convenables, mais la Roſette n'eſt pas bornée aux ſimples polygones, elle peut être compoſée de lignes courbes auſſi-

bien que de lignes droites, ou des unes & des autres à la fois, enfin de telle figure qu'on veut, & l'on voit bien que chacune en particulier pourra servir à tracer un grand nombre de desseins différents.

Le quarré & les autres polygones n'étant composés que de lignes droites, sont peu propres à donner une idée de l'effet d'une Rosette dont les côtés seroient des lignes courbes; c'est pourquoi, avant que de passer au second usage de la Machine, nous allons, pour servir d'exemple aux autres cas des Rosettes courbes, parcourir seulement les effets de l'Ovale ou de l'Ellipse prise pour Rosette, & ceux du cercle pris aussi pour Rosette, quand il est excentrique, je veux dire quand le Cercle-rosette tourne sur un autre point que sur son centre, car s'il tournoit sur son centre, il est clair que le crayon, quelle que fût sa position, ne traceroit jamais que des Cercles.

Nous suivrons le même ordre en parcourant les positions du crayon que nous avons suivi en examinant les effets de la Rosette quarrée, mais nous n'entrerons pas dans un si grand détail.

Supposons d'abord la Rosette de figure elliptique, & commençons par les cas où le crayon est dans le diametre vertical que nous supposerons répondre au grand axe de l'Ellipse.

Le crayon, dans la premiére des positions directes, c'est-à-dire, posé à même distance du centre que la touche, & du même côté du centre, tracera un contour égal & semblable à celui de la Rosette. Comme en pareil cas la Rosette quarrée donnoit un quarré égal à elle-même dans cette position, quelle que soit la Rosette, la figure tracée lui est entiérement semblable, par les raisons que nous avons dites. Planche V. Fig. 20.

Dans la seconde position directe, c'est-à-dire, si on éloigne du centre le crayon, en sorte qu'il en soit plus loin que la touche & du même côté, l'Ellipse, ou plûtôt la Courbe tracée sera plus grande que l'Ellipse de la Rosette, mais moins allongée à proportion, & plus renflée vers son petit diametre. Fig. 21.

Fig. 22. Si, au contraire, on rapproche le crayon du centre en ligne droite, en sorte qu'il soit plus près du centre que

la touche, pourvû qu'il ne puisse pas descendre jusqu'au centre, ce qui est la troisiéme position directe du crayon; la figure tracée sera plus petite que la Rosette, & plus étroite à proportion de sa longueur. Si on continuë d'approcher le crayon du centre, la figure se rétrécira par ses deux flancs, & formera deux angles rentrants aux deux extrémités du petit diametre; elle ressemblera alors à un corps de violon long & étroit, ou à un 8 de chiffre qui ne seroit pas achevé de fermer dans son milieu, & plus le crayon sera près du centre sans pouvoir y atteindre, plus la figure approchera d'un 8 de chiffre jusqu'à ce qu'elle lui soit entiérement semblable, ce qui arrivera dans la quatriéme position, lorsque le crayon *O*, à force d'être approché du centre, l'atteindra en descendant à son plus bas point *o*, c'est-à-dire, au moment que la touche qui portoit sur le grand diametre en *T* portera sur le petit en *t*.

Planche V. Fig. 23.

Fig. 24.

Dans les deux situations du crayon opposées aux deux précédentes qui formeront la cinquiéme & sixiéme position directe; je veux dire, quand le crayon est placé au de-là du centre, & toûjours dans le diametre vertical, sans jamais monter assés haut pour atteindre le centre, & lorsque le crayon placé pareillement au de-là du centre, ne l'atteint précisément que lorsqu'il est monté à son plus haut point, la touche portant sur le plus grand diametre de la Rosette; les deux figures différentes entr'elles seront assés semblables chacune à l'une des deux précédentes, avec cette seule différence que celles-ci seront plus larges & plus courtes, & les autres plus étroites & plus allongées, & que l'axe de celles-ci couperoit à angle droit celui des autres, ce qui provient de ce que la touche porte sur le petit diametre dans le dernier cas, dans le moment où elle porte sur le grand dans le premier.

Planche VI. Fig. 25. Fig. 26.

Enfin, & ce sera la septiéme & derniére des positions directes, si le crayon rencontre le centre entre le point le plus haut où il monte, & le plus bas où il descend; soit au milieu de la route ou non, il rassemblera les deux cas différents où il auroit tracé les deux 8 de chiffre, l'un plus étroit,

Fig. 27.

l'autre plus large, & il les tracera effectivement tous deux chacun dans sa position, de telle sorte qu'ils se croiseront à angle droit, ce qui formera une espece de trefle à quatre feuilles, dont deux seront différentes des deux autres, sçavoir deux plus étroites qui seront dans la direction verticale, & deux plus larges dans l'horisontale.

Il faut remarquer qu'ici, comme dans la figure à huit feuilles du quarré, les deux 8 qui composent la présente figure seront égaux en hauteur, quoique non en largeur, si le crayon fait autant de chemin au dessous du centre qu'au dessus, sinon ils seront inégaux aussi en hauteur, mais de façon ou d'autre les deux 8 pris ensemble n'auront que la même hauteur qu'un seul auroit eu dans les cas précédents où il n'y en avoit qu'un.

Il n'y a que trois situations obliques du crayon qui méritent attention, quand la Rosette est elliptique: quand il est au dessus du diametre horisontal, & qu'il ne l'atteint point à son plus bas, ou lorsqu'il ne fait que l'atteindre sans passer outre, la touche portant sur le petit diametre, car les deux figures dans ces deux cas sont à peu-près semblables. La seconde, quand le crayon est plus bas que le diametre horisontal, & qu'il ne remonte pas jusqu'au niveau du centre, ou du moins qu'il ne passe pas ce niveau, qu'il atteint seulement quand la touche est sur le grand diametre, car les résultats sont aussi à peu-près les mêmes; & la troisiéme, lorsque le diametre horisontal partage en deux parties le chemin que le crayon fait verticalement.

Planche VI. Fig. 28. & 29. Dans la premiére de ces trois positions obliques, la figure est fort irréguliére, elle approche de celle d'un concombre ou d'un citron, dont les deux bouts seroient inclinés en sens contraires. Cette ressemblance, sur-tout la derniére, est d'autant plus marquée que le crayon est plus voisin du centre.

Fig. 30. Dans la seconde position oblique, la figure ressemble à ces osselets d'yvoire avec quoi jouent les enfants, ou à un double bec de corbin dont les deux bouts seroient fort recourbés en sens contraires.

Dans la troisiéme position oblique, la figure ressemble assés à la précédente, avec cette différence qu'elle a toûjours des boucles, ce qui ne manque pas d'arriver, quelle que soit la Rosette, dès que le crayon placé hors du diametre vertical monte au dessus & descend au dessous du niveau du centre. Ces boucles sont plus ou moins hautes, selon le plus ou le moins de chemin que fait le crayon dessus ou dessous le diametre horisontal, ainsi qu'on l'a remarqué en examinant les effets de la Rosette quarrée. Planche VI. Fig. 31.

Il n'est pas besoin de remarquer qu'on peut, dans la position précédente, tracer une figure fort approchante du Cercle, sur-tout si le crayon fait précisément autant de chemin au dessus du diametre horisontal qu'au dessous. Avec la Rosette quarrée nous avons dans le même cas tracé une pareille figure, & nous avons observé, qu'au triangle près, le quarré de tous les polygones réguliers y étoit le moins propre. L'Ellipse n'ayant point d'angles, y conviendra mieux pour cet effet que le quarré, à moins que la différence de ses deux diametres ne fût plus grande que celle du demi-côté du quarré à sa demi-diagonale.

Le Cercle excentrique ou tournant sur un autre point que son centre étant pris pour la Rosette, les figures qu'il produit méritent quelque attention, quoique moins variées que celles qui sont produites par l'Ellipse. Premiérement, si le point *R*, sur lequel on fait tourner le Cercle, & que nous nommerons *centre de rotation*, est fort près du centre *C*, la diversité des figures doit être fort peu sensible. En second lieu, si le centre de rotation est à une distance suffisante du centre du Cercle, il n'y a que deux ou trois cas où la figure qui en résulte ait quelque singularité remarquable.

On indiquera les diverses positions pour le moment où la touche est le plus près du centre de rotation, comme on a fait dans l'examen des effets du quarré pris pour Rosette. Le diametre vertical sera celui qui passera par le point *T*, où porte la touche & le centre de rotation *R*. Pour éviter les répétitions, on désignera ici les diverses positions du crayon

par leurs correspondantes dans le cas de la Rosette quarrée.

La premiére position directe donne, comme on sçait, dans tous les cas possibles, une figure égale & semblable au contour de la Rosette.

La 2de, la 3me & la 4me position directe donneront ici des figures très-peu différentes du Cercle. Celle qui résulte de la 3me position, est celle qui s'en éloigne le moins. Son diametre vertical est plus long que l'horisontal, au contraire des deux autres, dont la derniére a ses diametres encore plus inégaux.

Planche VI. Fig. 32. Fig. 33. La 5me & la 6me position directe donneront une figure qui ressemble à la coupe d'une cerise. L'axe vertical de l'une & de l'autre figure sera égal à la distance entre la touche & le crayon, qu'on a supposée ici égale au tiers du diametre du Cercle-rosette. La seule différence des deux figures est que celle de la 6me position est plus large que l'autre.

Fig. 34. La 7me position, où le crayon monte ou descend au dessus & au dessous du niveau du centre de rotation ou du diametre horisontal, est composée des deux figures précédentes, raccourcies & renfermées l'une dans l'autre; elles sont de hauteur égale, & cette hauteur est moitié de celle de chacune des deux figures précédentes, quand *OR* est moitié de *OT*, ou quand le crayon fait autant de chemin au dessus qu'au dessous de l'horisontale, plus le chemin du crayon au dessus & au dessous de cette ligne est inégal, plus le contour extérieur croît, tandis que l'intérieur décroît, en sorte qu'il
Fig. 35. devient un anneau qui étoit réduit à un point dans les deux figures précédentes, mais de façon ou d'autre la somme des deux hauteurs est toûjours la même.

Les positions obliques du crayon ne causent ici qu'un biais à la figure, & ne fournissent rien de remarquable.

Les exemples précédents des effets de l'ellipse & du cercle excentrique, pris pour Rosette, suffisent pour donner une idée de ce que peuvent produire les différentes Rosettes courbes, comme le quarré a pû faire juger de l'effet des autres polygones à pans droits pris pour Rosettes. Ainsi quelle que

ſoit maintenant la Roſette propoſée, en conſidérant la ſituation reſpective de la touche & de l'outil ou du crayon, & ſe rappellant ce qui a été obſervé, on pourra juger de ſes effets, à quelque choſe près, & l'épreuve qu'on en fera ſur la Machine, déterminera avec préciſion ce que l'on en doit attendre ſur le Tour.

Les différentes ſituations de l'outil, qui cauſent tant de diverſités dans les figures produites par la même Roſette, le changement même des Roſettes qui n'a point de bornes, ne ſont pas encore les ſeules ſources de variété dans les deſſeins.

La touche que nous avons juſqu'ici ſuppoſé ne porter ſur la Roſette qu'en un point, peut par ſes changements de figure, en cauſer de grands dans l'ouvrage; on peut ſuppoſer par exemple, que la touche eſt platte, & qu'elle s'applique dans toute ſa longueur ſur les pans de la Roſette; on la peut ſuppoſer concave ou convexe, on peut l'incliner en ſorte qu'elle ſe préſente obliquement à la rencontre de la Roſette, en ne faiſant pas un angle droit avec le rayon vertical; tous ces changements doivent en cauſer dans la figure, & nous ne pouvons nous diſpenſer d'en toucher quelque choſe.

Il eſt ordinaire aux Tourneurs Allemands, de ſe ſervir de touche platte, elles ſont peu d'uſage, & preſque inconnuës en France aux ouvriers. Le P. Plumier dans ſon Livre, en a donné pluſieurs deſſeins; on s'attend peut-être que cette forme différente de la touche doit cauſer un grand changement dans les figures, & il eſt vrai que dans les mêmes poſitions du crayon, l'effet de la touche platte eſt fort différent de celui de la touche pointuë; cependant quand la Roſette eſt telle, que tous les points de la touche platte peuvent rencontrer tous les points de la Roſette, ce qui arrive quand celle-ci eſt à pans droits, il importe peu qu'on ſe ſerve d'une touche platte ou d'une touche pointuë, puiſqu'avec l'une ou l'autre, l'effet ſera ſenſiblement le même, en obſervant ſeulement dans l'un des deux cas, de placer l'outil du côté oppoſé à celui où on le placeroit dans l'autre, en ſorte que ſe ſervir de l'une de ces deux touches, au lieu de l'autre,

c'eſt à peu-près la même choſe que ſi, ſans changer de touche, on changeoit l'outil de place, en le portant de l'autre côté du centre de la Roſette.

Dans les effets de la Roſette quarrée, par exemple, on a pû remarquer que les figures à angles ſaillants ſe traçoient quand le crayon étoit du même côté que la touche & en de-çà du centre, & les goderons quand le crayon étoit du côté oppoſé à la touche & au de-là du centre. Avec la touche platte, au contraire, les goderons ſe forment en plaçant l'outil en de-çà du centre, & les angles ſaillants en le plaçant au de-là.

Avec la touche pointuë, ce ſont les angles de la Roſette qui font les angles ſaillants ou rentrants de la figure, & ce ſont les pans qui en font les côtés, ſoit convexes, ſoit concaves. Avec la touche platte, au contraire, les angles de la Roſette, en paſſant ſous la touche, font tracer au crayon les arcs convexes ou concaves de la figure, & ſes angles ſe tracent quand la touche eſt appliquée ſur un des côtés de la Roſette.

Cette différence vient de ce qu'en ſe ſervant de l'une des deux touches, le mouvement circulaire domine ſur le mouvement direct, préciſément dans le temps où le mouvement direct l'emporteroit ſur le circulaire, ſi l'on avoit employé l'autre touche, & réciproquement. Par exemple, dans le cas de la touche pointuë, c'eſt lorſque l'angle de la Roſette paſſe ſous la touche, que le mouvement direct eſt le plus rapide, & c'eſt tout le contraire dans le cas de la touche platte. Pour s'en convaincre, ſoit ſuppoſée d'une part la touche pointuë portant ſur le milieu du côté *Ko* de la Roſette au point *T*; & dans la même figure, pour mieux comparer les effets des deux touches, ſoit ſuppoſée encore la touche platte *AB*, appliquée dans le même moment à plat ſur le côté *Ko*; faiſons maintenant tourner la Roſette ſur ſon centre de *B* vers *A*.

Planche VII. Fig. 36.

Quand le point *o*, angle de la Roſette aura décrit l'arc *o 3*; la touche aiguë qui portoit ſur le point *T* de la Roſette aura gliſſé, en montant, le long du côté *To*, & ſera parvenuë au point *3*. Si on s'eſt ſervi de la touche platte *AB*, elle

ſera

sera alors en $a^3 b^3$, par conséquent dans l'un & dans l'autre cas le crayon placé dans un point quelconque *I* de la figure, & se mouvant ou dans la verticale *TC*, ou parallelement à *TC*, sera monté dans le même temps d'une quantité égale à *T3*, chemin de la touche qu'on peut prendre indifféremment pour le chemin du crayon qui lui est égal. Mais pour reconnoître dans quelle différente proportion ce mouvement direct se combine avec le circulaire dans les deux différentes hypotheses de la touche aiguë & de la touche platte, voyons quelles portions de la ligne droite *T3*, chemin total du crayon, répondront dans l'une & dans l'autre hypothese à chaque arc correspondant de la circonférence que décrit l'angle *o* de la Rosette. Soit pour cet effet l'arc *o3* divisé en trois arcs égaux *o1*, *12*, *23*, compris entre les rayons *Co*, *C1*, *C2*, *C3*.

Commençons par le cas de la touche pointuë, le côté *To* de la Rosette, en tournant, va soûlever la touche *T*, & la faire monter dans la verticale *T3*, en sorte que dans les moments où l'angle *o* répondra aux points *1*, *2*, *3*, ou, ce qui est le même, dans les moments où les points *LMo* du bord de la Rosette, pris sur les rayons terminés aux points *3*, *2*, *1*, *o*, passeront sous la touche, la touche répondra aux points *HQ3* de la verticale *T3*. Les parties du chemin total *T3* de la touche & du crayon correspondantes aux arcs égaux *o1*, *12*, *23*, sont donc *TH*, *HQ*, *Q3*, que l'on voit qui vont en croissant d'autant plus rapidement que l'angle *o* approche de la touche au point *3*.

Tout le contraire arrive dans la supposition de la touche platte; car sans répéter en détail ce qui vient d'être dit, on peut voir d'un coup d'œil, que la touche platte *AB*, soûlevée d'abord par l'angle *o* de la Rosette, parviendra successivement dans les situations $a^1 b^1$, $a^2 b^2$, $a^3 b^3$, pendant que l'angle ou le point *o*, en tournant, répondra aux points *1*, *2*, *3*. Les parties du chemin total *T3* de la touche & du crayon, correspondantes aux arcs égaux *o1*, *12*, *23*, seront donc dans le cas de la touche platte *F1*, *E2*, *D3*, ou *TZ*, *ZD*, *D3*,

qui, comme on voit, vont dans une progreſſion fort décroiſſante, à meſure que l'angle o approche du point 3.

Il eſt donc vrai que dans les deux ſuppoſitions de la touche platte & de la touche aiguë, le mouvement direct du crayon, eu égard au mouvement circulaire, va en diminuant dans l'une préciſément quand il augmente dans l'autre ; & comme c'eſt de cette différente combinaiſon de ces deux mouvements, qu'on a prouvé que réſultoit la diverſité des figures, c'eſt cette oppoſition dans les mouvements des deux touches qui fait que leurs effets ſont abſolument oppoſés dans les poſitions ſemblables du crayon.

Au lieu de diviſer l'arc $o3$ en trois, on pourroit le diviſer en tel nombre de parties qu'on auroit voulu, on eût tiré les mêmes conſéquences.

La figure précédente parle aſſés aux yeux, mais voici une démonſtration géométrique.

On vient de voir que l'accélération de la touche & du crayon, dans le cas de la touche pointuë, eſt meſurée par les lignes TH, HQ, $Q3$, c'eſt-à-dire [redacted]'elle ſuit la raiſon des accroiſſements ſucceſſifs TH, T[redacted]3 de la ligne qui devient enfin $T3$, ou, ce qui revient au même, les accroiſſements $RL = TH$, $SM = TQ$, $VO = T3$ des ſécantes CL, CM, CO des arcs égaux TR, RS, SV, & que dans le cas de la touche platte, il n'eſt queſtion que de prouver,

1.° Que les ſinus verſes décroiſſent en plus grande raiſon que leurs arcs, ce qui a déja été prouvé. 2.° Que l'excès de la ſécante d'un arc quelconque ſur le rayon, croît dans une raiſon plus grande encore que le ſinus verſe correſpondant du même arc ne décroît ; pour le démontrer,

Planche VII. Fig. 37.

Soit l'arc TR quelconque CT, ſon rayon TM, ſa tangente en T, CM ſa ſécante, RE ſon ſinus droit, TE ſon ſinus verſe, & RM l'excès de la ſécante ſur le rayon CR. Suppoſons que TE croiſſe de la quantité Ee quelconque ; tirés er parallele à ER, & l'arc Mn du rayon CM, l'arc TR ſera crû de la quantité Rr, & la ſécante CM de la quantité nm. Or je dis que rm a une plus grande raiſon à

RM que Te à TE. Tirés rF parallele à RM, on aura PM, & par conséquent ſon égale $rF . RM :: Te . TE$; mais rm eſt plus grand que rF. Donc, &c. *C. Q. F. D.*

Quand je dis que les figures ſont les mêmes avec la touche platte qu'avec la touche pointuë, & ſeulement dans un ordre renverſé, j'entends les mêmes à l'œil ſenſiblement; car on démontrera dans le ſecond Mémoire, que les courbes tracées dans ces deux cas, ſont d'une différente nature. Je réſerve auſſi pour la diſcuſſion géométrique, l'examen de la différence qu'il y a entre l'effet de la touche platte, quand elle eſt plus longue ou plus courte que le côté de la Roſette. Ici où il n'eſt queſtion que de pratique, on ne s'attache qu'aux différences qui peuvent frapper les yeux.

La touche platte diſpoſée obliquement, ne cauſe d'autre changement, ſinon que la figure tracée par la touche oblique, croiſera l'autre figure ſous le même angle que les deux touches font entre elles, il reſte à examiner les touches courbes.

Nous avons déja remarqué que les Tourneurs ſe ſervoient ordinairement d'une touche qui porte à ſon extrémité une petite roulette, dont le mouvement ſur ſon centre rend celui du Tour plus doux, en diminuant le frottement; on conçoit que le côté de la Roſette touchant cette roulette en différents points de ſa circonférence, l'effet ne doit être le même que lorſque le côté de la Roſette porte toûjours ſur un même point, comme dans le cas de la touche aiguë. On verra dans le ſecond Mémoire, quelle eſt la courbe qui en réſulte; il ſuffit de remarquer ici que la roulette étant très-petite, la figure eſt ſenſiblement la même que ſi la touche étoit pointuë.

Les touches concaves ni les touches convexes, ſi ce n'eſt celles à roulettes, ne ſont point uſitées, ainſi l'examen de leurs effets n'eſt que de pure curioſité. Si les touches ſont petites & convexes, elles ne différent pas ſenſiblement des touches rondes ou à poulies; ſi elles ſont petites & concaves, le côté de la Roſette s'applique ſur les deux extrémités à la fois de l'arc dont ce côté de la Roſette devient la corde, ce qui retombe dans le cas de la touche platte, hors pour le

temps où l'angle de la Rosette entre dans la concavité de la touche. Enfin si la touche est fort grande, son arc, soit convexe, soit concave, en approche d'autant plus de la ligne droite; le peu de différence qui se trouve, cause peu de changement à la figure, & la courbe paroîtra encore sensiblement la même, que si la touche étoit platte. Tous ces cas seront examinés géométriquement dans le second Mémoire.

Il nous reste un mot à dire du second usage de la Machine. Nous lui en avons attribué deux, l'un de faire connoître avec exactitude tous les effets différents de la Rosette qu'on veut employer, c'est ce que nous avons jusqu'ici examiné. L'autre de faire trouver quelles sont les Rosettes les plus commodes pour exécuter un dessein quelconque; c'est maintenant de quoi il est question.

Quand il y a un modele de Rosette ajusté sur la Machine, ce modele, comme nous avons vû, guide une extrémité de la tringle, & le crayon attaché à l'autre extrémité trace une figure. Il n'y a donc qu'un des bouts de la tringle de conduit, & le crayon adapté à l'autre bout qui ne porte sur rien, trace nécessairement un contour résultant du chemin que fait le bout qui est conduit; la dépendance est donc réciproque entre la Rosette & le dessein qu'elle produit. Par conséquent quand on a un dessein pour lequel on cherche une Rosette, après avoir placé & assûré le crayon dans l'endroit le plus convenable, il n'y a qu'à le conduire à la main sur le dessein dont on cherche la Rosette, & l'autre bout de la tringle, dont l'usage ordinaire est d'appuyer sur le bord de la Rosette, tracera en ce cas la Rosette qu'on n'a point & qu'on cherche. Pour cet effet, au lieu de modele de Rosette, on fera porter un second carton à cette extrémité de l'arbre, & le bout de la tringle fait pour appuyer sur la Rosette, dans le premier usage, portera dans ce cas un crayon qui tracera le contour de la Rosette cherchée.

Pour conduire l'un des deux crayons sur le dessein, il suffira de le hausser & baisser à propos, ce qui est aisé au moyen de la tringle qui glisse librement dans ses rainures, le

mouvement circulaire du carton fera le reſte ; & comme ce mouvement circulaire du carton n'eſt pas fort rapide, & qu'on peut aiſément le ralentir, en cauſant quelque petit frottement au rouage, on aura tout le temps de hauſſer ou baiſſer le crayon pour qu'il ne quitte pas le contour du deſſein donné, & l'un des deux crayons, car il n'importe lequel, ainſi conduit ſur un contour quelconque, fera tracer à l'autre crayon le contour de la Roſette, qui ſera différent ſuivant les différentes poſitions qu'on donnera au crayon.

Il faut avouer cependant que quelque juſte que ſoit la Machine, l'exactitude du contour pourroit être un peu altérée par le ſecours de la main qu'on eſt obligé d'employer dans ce ſecond uſage, ce qui ne ſe peut guere ſans qu'il y ait quelque vacillation dont le trait ſe reſſent infailliblement. A la vérité, on pourroit remédier à cet inconvénient, en faiſant limer un modele du deſſein donné en cuivre, dont on ſe ſerviroit comme on a fait des modeles de Roſettes. Ce modele conduiroit ſûrement la tringle ſans le ſecours de la main, mais cela demanderoit trop de temps & d'appareil, ſur-tout ſi le deſſein étoit irrégulier & d'un contour difficile. Il ſeroit donc à ſouhaiter qu'on pût trouver la Roſette d'un deſſein qu'on veut executer ſans être obligé de rien conduire à la main, & ſans perdre le temps néceſſaire pour limer en cuivre un nouveau modele à chaque eſſai. Cette perfection manque à notre premiére Machine ; auſſi pour ce ſecond uſage je préfere de me ſervir d'une eſpece de Compas dont on trouvera la conſtruction dans le ſecond Mémoire. Ce Compas, propre à tracer d'un mouvement continu toutes les Courbes du Tour, peut ſervir indifféremment à tracer ou le deſſein ou ſa Roſette, l'un des deux étant donné ; il remplace par conſéquent & peut tenir lieu de la Machine tenuë ſecrette, & propre à ces deux uſages, qui a donné lieu à ces recherches.

Quelques particuliers ont déja fait une application très-ſimple & très-heureuſe à leur Tour, de la Machine qu'on vient de décrire, & par ce moyen, d'un Tour ſimple dont

l'arbre n'a que le seul mouvement de rotation sur son axe, on fait un Tour figuré en rendant la touche & l'outil, ajustés sur un support, mobiles d'un mouvement commun qui tend au centre, & tient lieu du mouvement de parallelisme que l'arbre n'a pas.

EXPLICATION DES FIGURES des trois premiéres Planches de ce Mémoire.

PLANCHE I.

LA *Figure 1* représente la Machine, vûë par la platine postérieure *BBBB*.

C est l'Arbre du remontoir.

D est l'encliquetage.

EF, Détente qui retient le volant *G*, laquelle étant levée, laisse courir le rouage.

G, le Volant.

H, piéce platte qui représente la Rosette du Tour. Elle est supposée ici quarrée.

I, un des bouts de l'Arbre du pignon que la rouë du barillet fait mouvoir. On fixe à ce bout la Rosette par le moyen d'un écrou. Cet arbre du pignon représente l'arbre du Tour.

K, Arbre quarré, rivé sur la piéce *NO*, pour y adapter la touche platte, comme il sera expliqué ci-après.

L, Rainure faite dans la platine *BBBB*, pour laisser monter & descendre la broche ou tringle platte *W* qui traverse les deux platines du mouvement.

M, piéce taillée en couteau, qui représente la Touche du Tour. Elle est fixée à la piéce *NO*.

NO, piéce platte qui s'attache avec deux vis sur la traverse d'assemblage des deux regles ou montants *PQ*, *RS*, laquelle traverse fait corps avec la tringle platte *W*.

PQ, *RS*, Regles ou Montants ci-dessus expliqués.

T, petit Barillet à ressort, dont l'effet est de rappeller à

lui la piéce *NO* tirée par un fil attaché d'un bout au tambour, & de l'autre au crochet marqué 9 sur cette piéce *NO*.

ZZZZ, Tenons à coulisse dans lesquels glissent les regles *PQ*, *RS*.

La *Figure II* est composée de deux Regles plattes *TS*, *SV*, mobiles, sur deux Pivots ou Crochets en *S*, où elles peuvent même se séparer, lorsqu'on ne veut qu'une touche platte, non oblique, & jointes à leur autre extrémité par un arc de cercle refendu d'une rainure dans laquelle s'engage la regle *SV*, de maniére qu'au moyen de l'écrou *T*, on tient la regle *SV* plus ou moins inclinée sur la regle *ST*. Cette regle porte dans son milieu un Tenon percé d'un trou quarré *E* qui s'ajuste sur l'arbre marqué *K* (*Fig. I.*) sur lequel on l'arrête par la vis *D*.

La *Figure III* représente en grand la piéce *NO* qui porte les Touches.

Figure IV, Rosette quarrée.

Figure V, Rosettes ronde & ovale.

PLANCHE II.

La *Figure VI* est la Machine vûë par la platine antérieure.

ae, *fc*, sont deux Regles plattes refenduës chacune d'une rainure, lesquelles au moyen d'un pivot mobile *b*, qu'on fixe par la vis *e*, peuvent prendre telle inclinaison qu'on souhaite.

d est un Crayon placé à l'extrémité d'une de ces regles, lequel par conséquent peut répondre à tel point qu'on veut du plan *IL*. Ce crayon représente l'outil du Tour.

Fg est une Détente sous laquelle un ressort *r* est placé. Cette détente est mobile sur son point d'appui *F*, & porte à son extrémité cachée une dent ou cheville qui traverse la platine, & arrête le rouage lorsqu'une figure est tracée. On lui rend la liberté de courir, en appuyant le doigt sur le bout *g* de la détente.

i l eſt un Tambour mobile dans l'épaiſſeur duquel on place pluſieurs papiers l'un ſur l'autre ſur leſquels ſe tracent les figures. Ce tambour eſt ajuſté à frottement ſur un canon goupillé au bout de l'arbre du pignon, dont on a vû dans la *Figure I* que l'autre bout *l* portoit la Roſette, & repréſentoit l'arbre du Tour, en ſorte que cet arbre, la roſette & le tambour tournent d'un mouvement commun imprimé par le rouage.

HK eſt un Cercle diviſé en parties égales quelconques, attaché à la platine par des Vis en *f* & en *p*, avec la précaution que le tambour lui ſoit concentrique, tellement qu'après chaque tour du tambour mû par le rouage, ſi l'on fait tourner à la main ce tambour d'une valeur quelconque, l'Alhidade *M* qui répondra à des diviſions différentes du Cercle *HK*, fera connoître ſous quel angle il faut faire croiſer le même deſſein pour avoir des contours ſimmétriques & agréables à la vûë.

L eſt la Rainure de la platine dans laquelle coule la Tringle platte *W* qui a été dite traverſer les platines du mouvement *(Fig. I.)*.

VXY eſt l'extrémité de cette tringle platte coudée en cet endroit, pour ne pas gêner le tambour. C'eſt ſur cette extrémité *Y* qu'entre la douille du crayon.

La *Figure VII* eſt le développement de l'aſſemblage du crayon de la tringle platte & de la piéce qui porte les touches.

ABC eſt le Porte-crayon avec ſes couliſſes, & ſa douille *BC* qui entre ſur la tringle platte en *Y*.

YXW eſt la tringle platte coudée en *X*.

M eſt la Touche taillée en couteau.

K eſt la Tringle quarrée ſur laquelle s'attache la touche platte.

ON ſont les Vis qui attachent la piéce *MK* à la tringle platte *YXW*.

Figure VIII. *KH* eſt le Cercle gradué qui tient à la platine.

IL répréſente le Tambour qui peut tourner d'un mouvement propre ſur le canon auquel il tient à frottement, lorſqu'on le fait mouvoir à la main, mais qui eſt cependant emporté d'un mouvement commun avec la Roſette, lorſque c'eſt le rouage qui le meut.

M eſt l'Alhidade qui tient au tambour.

IL eſt la coupe du tambour.

N eſt le Canon ſur lequel il tourne à frottement.

N bis répréſente le Plan du canon & de l'arbre du pignon ſur lequel il s'en-arbre quarrément.

Figure IX. *OP* eſt un Cercle de cuivre plein, à la réſerve qu'il eſt coupé par deux rainures perpendiculaires l'une à l'autre, dont l'interſection eſt le centre du cercle. Il porte une petite Regle *QR* mobile au point *R*, laquelle s'ajuſte au long des deux rainures, de maniére qu'elle ſert à tirer des lignes qui ſe coupent à angles droits au centre du papier du tambour.

bc eſt ſa Douille, qui ſe place comme celle du crayon ſur la piéce *VX* de la tringle platte.

PLANCHE III.

La *Figure x* eſt le dévéloppement du rouage.

A, Arbre du remontoir.

B, Rouë du barillet, de 84 dents.

C, Arbre qui répréſente l'arbre du Tour ſur lequel ſont fixés la Roſette & le tambour mobile.

D, Pignon de 20 qui eſt mené par la rouë *B*, & qui a pour tige l'arbre *C*.

E, Rouë de 54, ſur laquelle eſt rivé le pignon *D*.

F, Pignon de 6, mené par la rouë *E*.

G, Rouë de 48, en-arbrée ſur la même tige que le pignon *F*.

H, Pignon de 6, mené par la rouë *F*.

I, Rouë de 42, en-arbrée ſur la tige du pignon *H*.

L, Pignon de 6, mené par la rouë *I*.

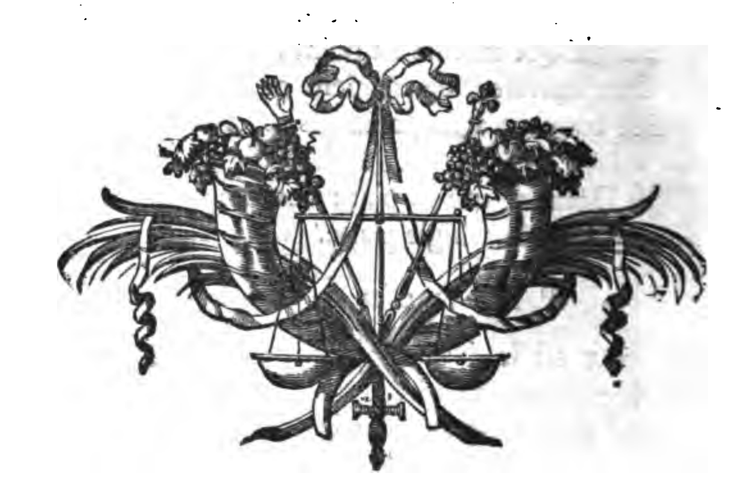
M, Rouë de 36, en-arbrée sur la tige du pignon *L*.

N, Pignon de 6 pour le volant mené par la rouë *M*.

O, Trou percé dans la rouë *E* pour recevoir la dent ou cheville de la détente *FG* (*Fig. VI.*) qui sert à arrêter le rouage, lorsqu'il s'est fait une révolution du tambour *IL* (*Fig. VI.*).

PPPP, Trous pour recevoir les piliers de la cage.

Q, Rainure dans la platine pour laisser hausser & baisser la tringle platte (*Fig. I. & VI.*).



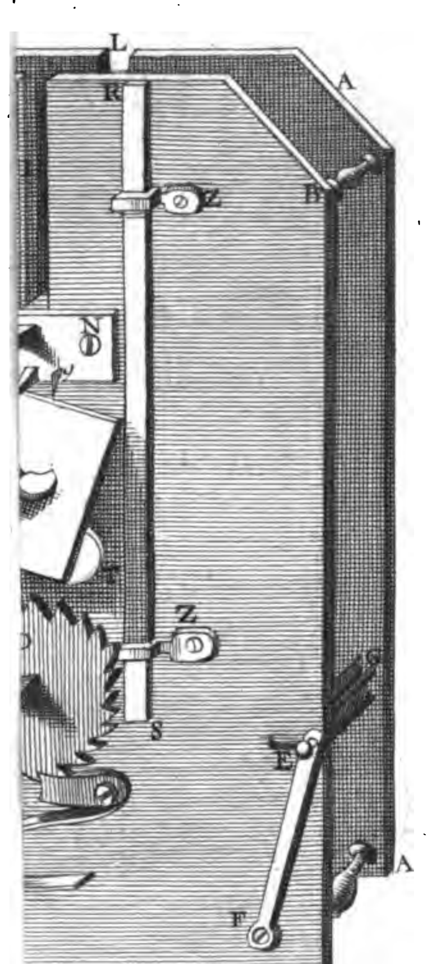


Fig. 3

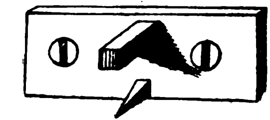


Fig. 4

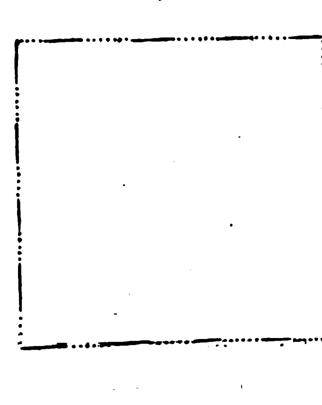
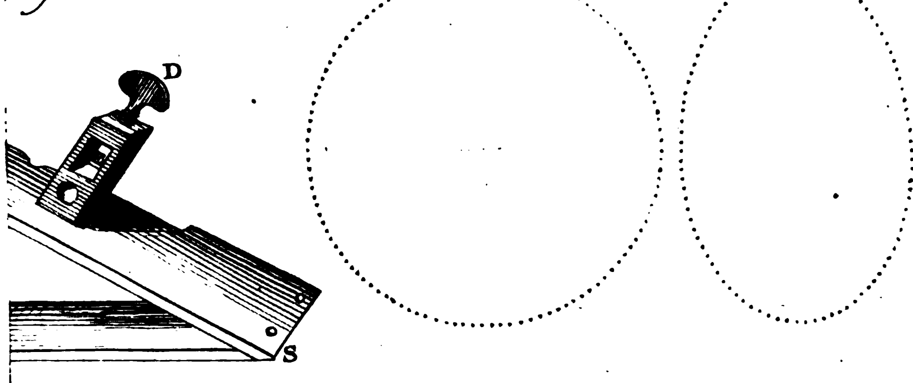
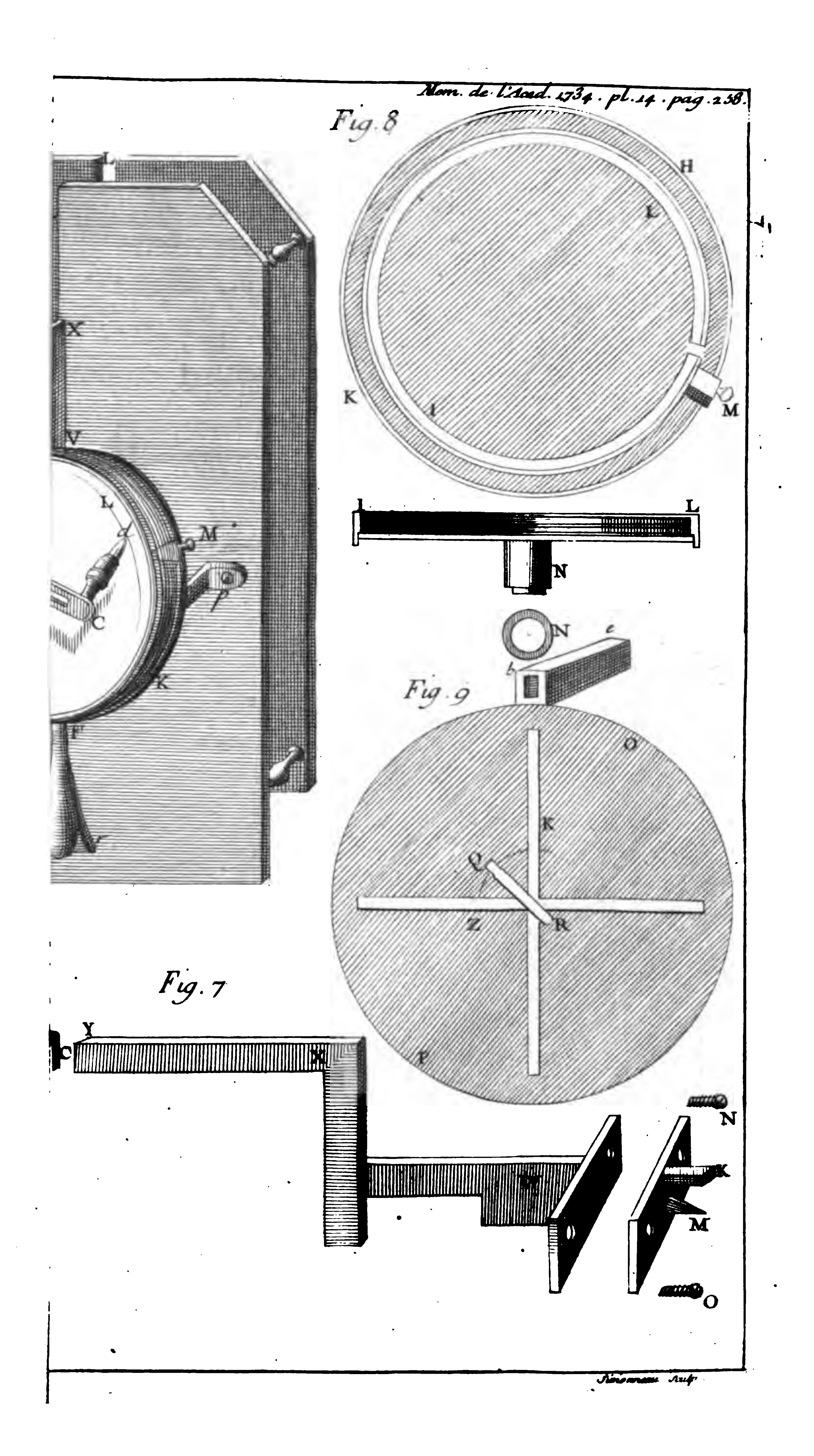


Fig. 5

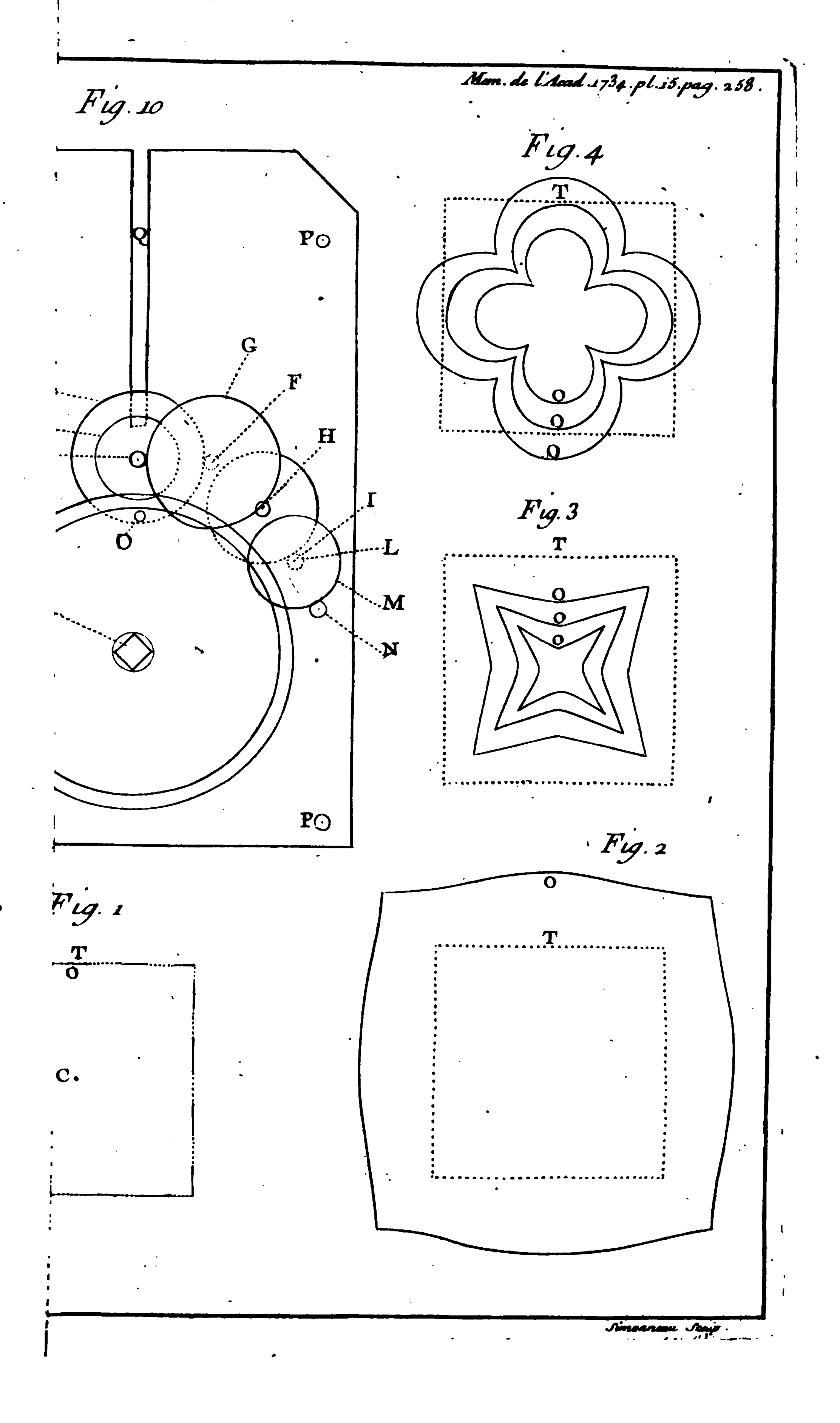
Fig. 2

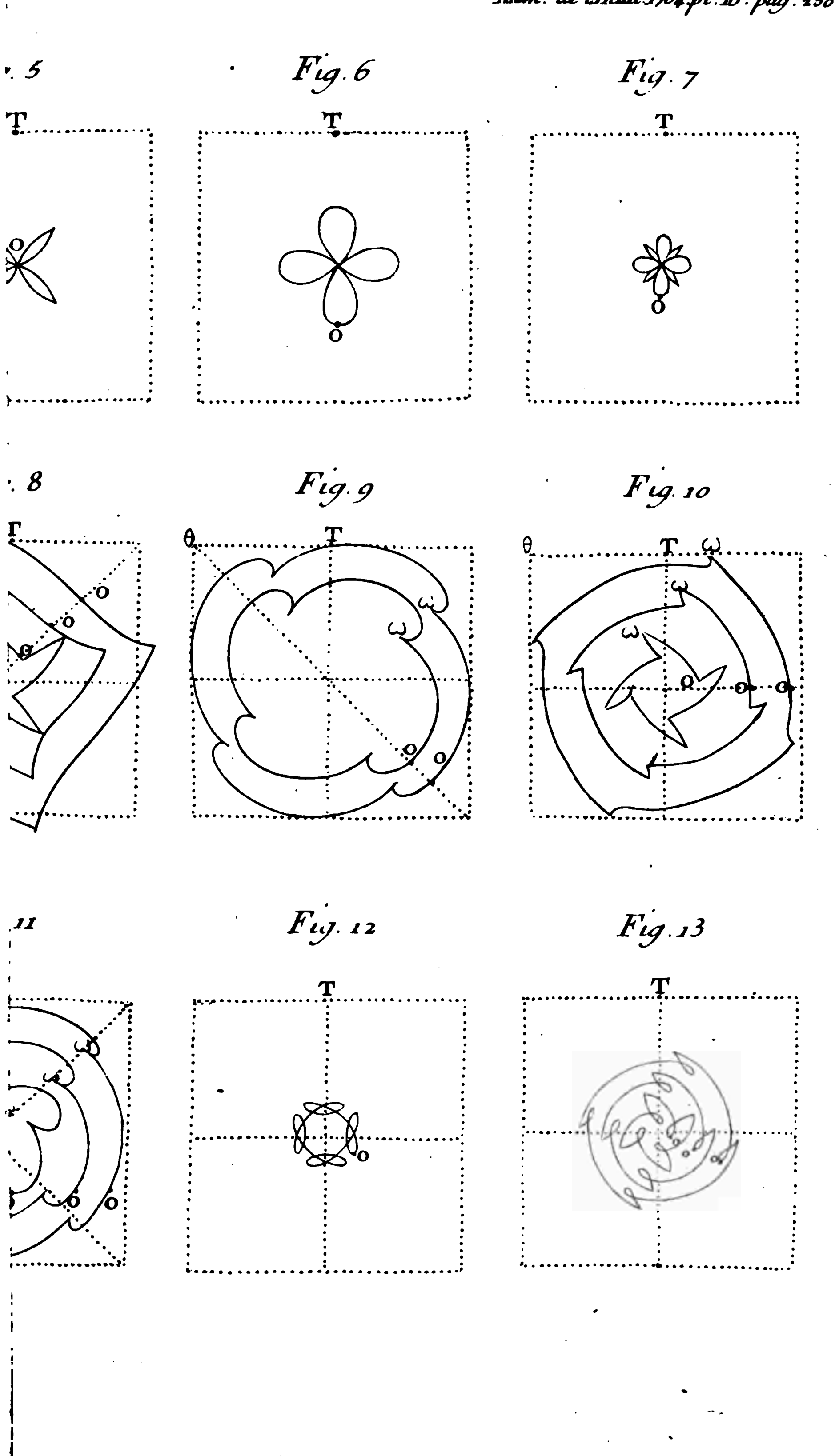


Simonneau Sculp.

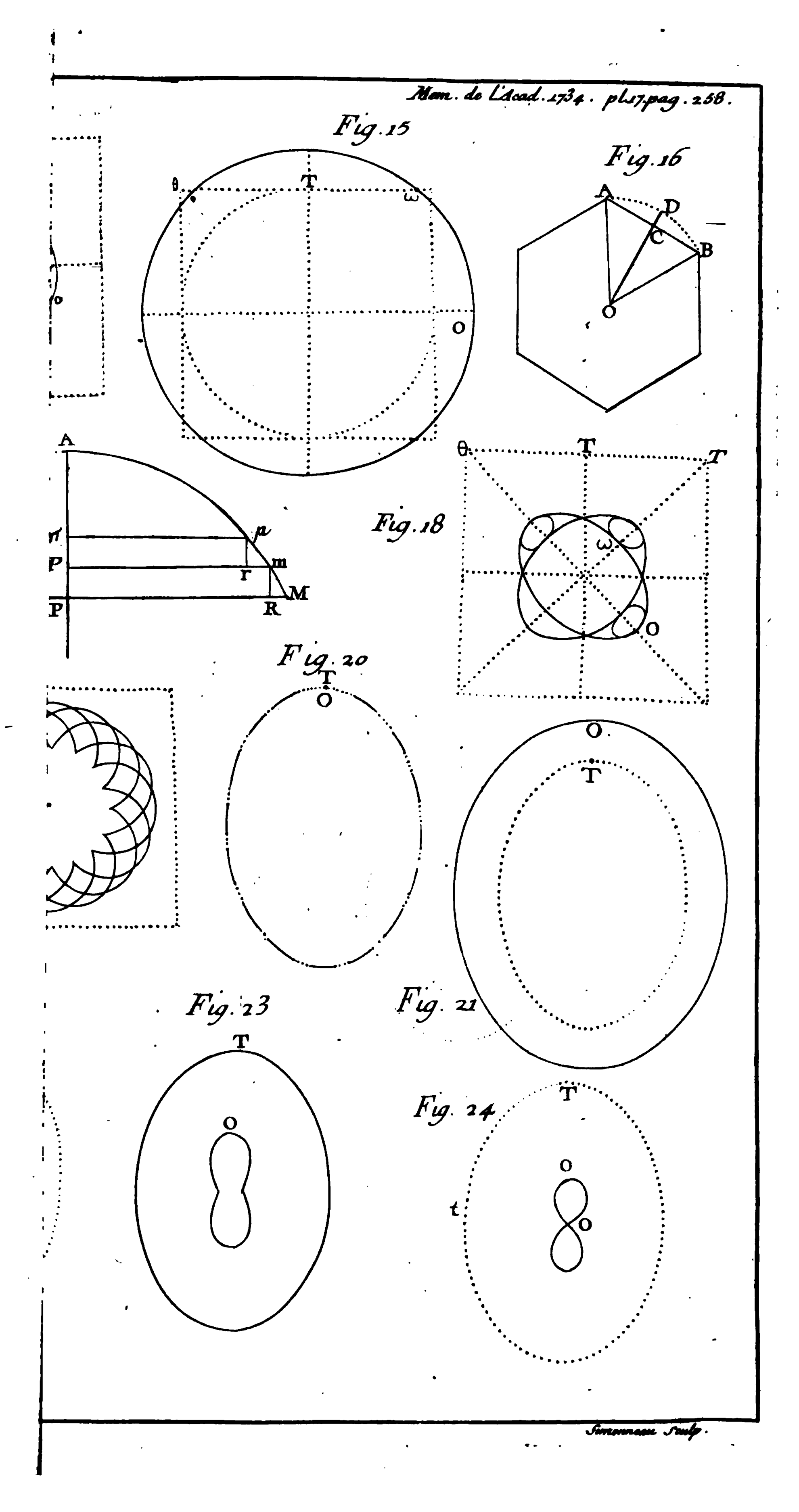


Simonneau Sculp.


Fig. 10
Q
P
G
F
H
O
I
L
M
N
O
P
Fig. 4
T
O
O
O
Fig. 3
T
O
O
O
Fig. 2
O
T
Fig. 1
T
O
C.



Simonneau Sculp.



Simonneau Sculp.

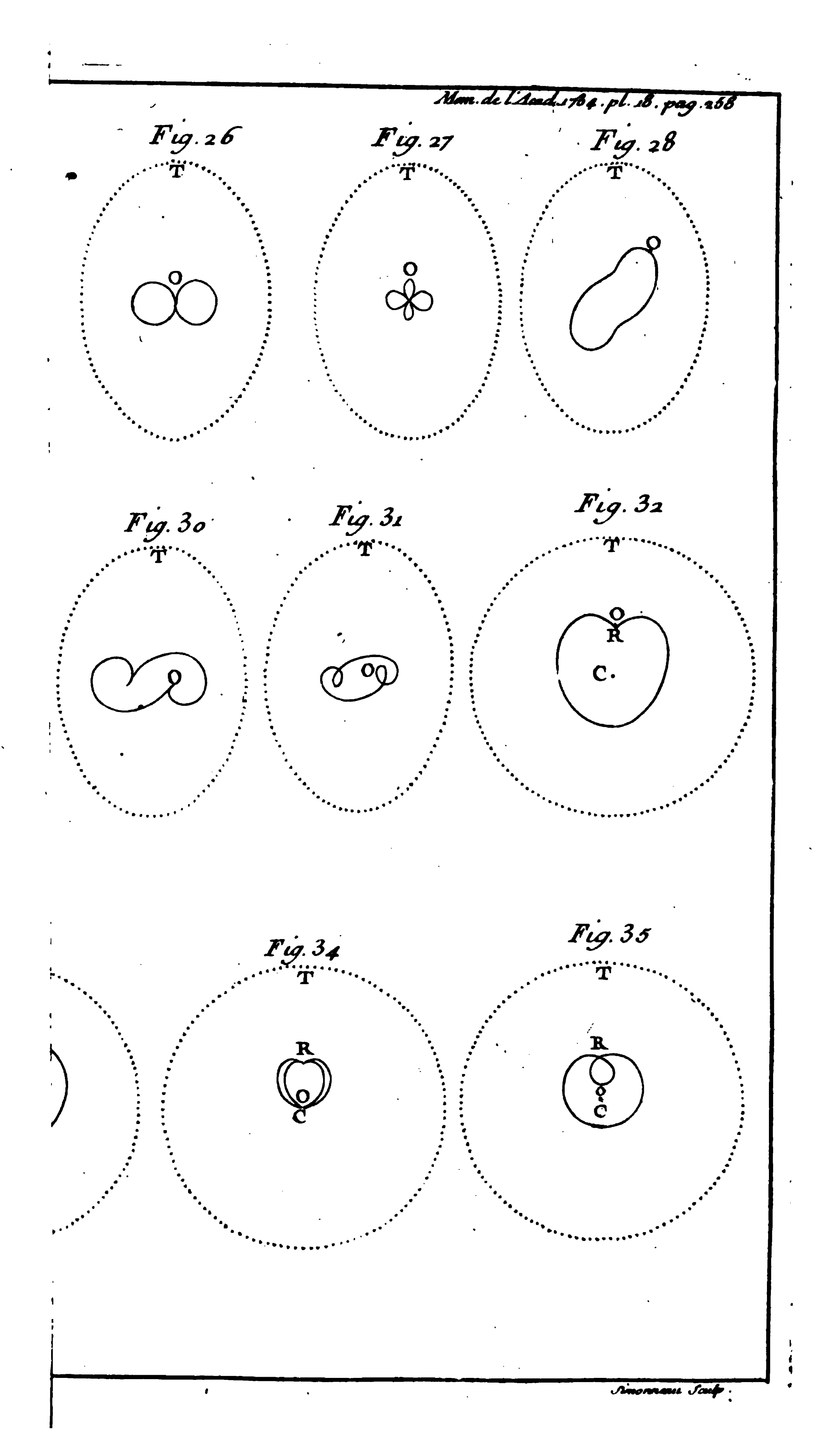

Mem. de l'Acad. 1784. pl. 18. pag. 258
Fig. 26
T
O
Fig. 27
T
O
Fig. 28
T
O
Fig. 30
T
O
Fig. 31
T
O
Fig. 32
T
O
R
C.
Fig. 34
T
R
O
C
Fig. 35
T
R
C
Simonneau Sculp.

Fig. 36

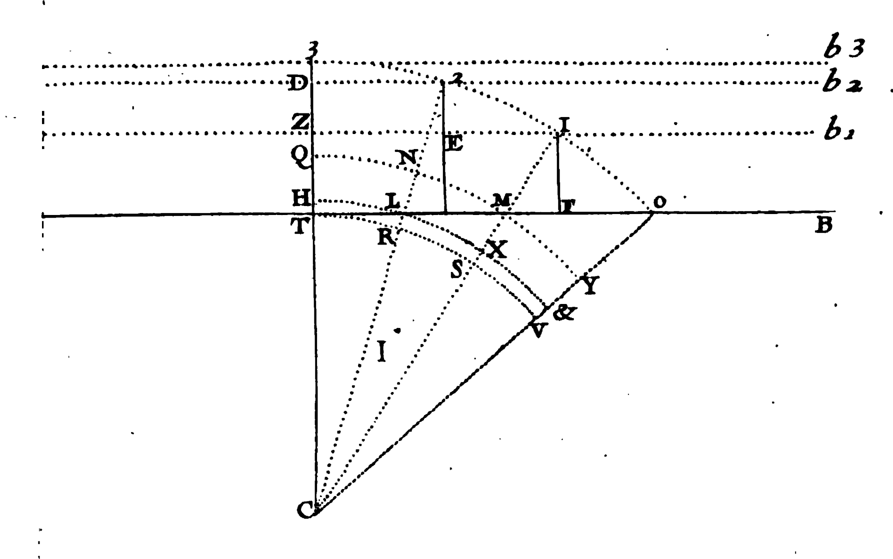
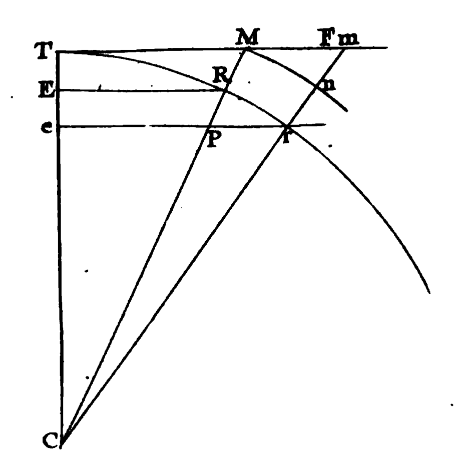


Fig. 37



Simonneau Sculp.

SUR LE SUBLIMÉ CORROSIF;

ET A CETTE OCCASION,

Sur un article de l'Histoire de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1699, où il s'agit de ce Sublimé.

Par M. LÉMERY.

ON sçait que le Sublimé corrosif ordinaire peut se faire, 26 Mai
& se fait aussi de différentes maniéres; on peut même 1734.
dire qu'outre celles qui sont connuës & pratiquées, on en peut encore imaginer & exécuter d'autres qui, en produisant le même Sublimé, c'est-à-dire, blanc & corrosif, auront à certains égards, des avantages & des inconvénients qui pourront les faire préférer en quelques cas, & rejetter en d'autres.

J'ai imaginé un nouveau mêlange pour faire du Sublimé corrosif: je le donnerai d'autant plus volontiers dans la suite de ce Mémoire, qu'il m'a fort bien réussi, & qu'il peut avoir son utilité.

Dans chacun des procedés usités pour la fabrique du Sublimé corrosif, le sel commun, ou du moins son acide y entre toûjours & nécessairement, & la seule différence qu'il apporte à ces procedés, c'est que dans les uns il en faut moins, & dans les autres davantage, à proportion du Mercure qui y a été employé.

L'état différent du Mercure qu'on mêle aux différents ingrédiens avec lesquels on fait du Sublimé corrosif, apporte encore une différence particuliére aux procedés de ce Sublimé; car ou l'on y employe le Mercure crud & coulant, c'est-à-dire, sous sa forme naturelle, ou sous celle de Sel concret qu'il a acquise par l'esprit de Nitre, ou par l'huile de Vitriol dont il a été dissout, & dont on a ensuite fait évaporer la

partie aqueuſe; or dans ces différents cas, le mêlange des autres ingrédiens, & la manœuvre de l'opération, varient néceſſairement plus ou moins. Enfin le Vitriol dont on a coûtume de ſe ſervir dans les procedés les plus uſités du Sublimé corroſif, n'eſt pas toûjours ſi néceſſaire pour la formation de ce Sublimé, qu'on ne puiſſe ſouvent dans ſa préparation, ou s'en paſſer tout-à-fait, ou y ſubſtituer un autre intermede équivalent. Nous entrerons une autre fois plus avant dans le détail & l'explication phyſique de ces différents procedés, dont nous ne parlons quant à préſent que par occaſion, & qu'autant qu'il eſt néceſſaire pour l'intelligence de ce que nous avons à dire dans la ſuite.

Il y a peu de temps qu'on voit plus clair qu'on ne faiſoit auparavant ſur la maniére dont les différentes matiéres qui entrent dans la compoſition du Sublimé corroſif, agiſſent les unes ſur les autres pour la formation de ce Sublimé; on peut même dire que malgré les éclairciſſements qu'on a tirés de quelques expériences nouvelles & anciennes, on n'eſt point encore parfaitement inſtruit, ni de la méchanique de l'opération du Sublimé corroſif, ni du contingent que le Mercure tire de chacun des Sels qui ont été mêlés avec lui.

Les Chimiſtes qui ſont venus, ou qui ont écrit avant les éclairciſſements dont on vient de parler, donnoient à peu-près & indiſtinctement le même emploi aux acides de tous les Sels qu'on faiſoit ſervir à la production du Sublimé corroſif; ils regardoient ce Sublimé comme un Mercure hériſſé des pointes de tous ces acides, & s'imaginant que plus il en étoit chargé de différents, plus il étoit corroſif; lorſqu'au lieu du Mercure diſſout par l'eſprit de Nitre, ils employoient le Mercure crud, ils avoient ſouvent ſoin d'adjoûter dans le mêlange des ingrédiens du Sublimé corroſif, une portion de Salpêtre dont ils comptoient que les acides ſe joindroient à ceux du Sel commun & du Vitriol, pour ſe réunir dans le Sublimé corroſif qui en devoit naître, & ils n'imaginoient pas que le Vitriol même eût d'autre uſage dans l'opération de ce Sublimé, que celui qui vient d'être allegué.

Mais depuis qu'on a découvert l'action du Vitriol ou de ses acides sur ceux des autres Sels qui y ont été mêlés, ou plûtôt depuis que la difficulté qu'on a trouvée jusqu'ici à expliquer méchaniquement certains phénomenes chimiques, que nous ferons voir en temps & lieu être très-susceptibles d'une explication de cette nature; depuis, dis-je, que la difficulté apparente d'expliquer méchaniquement certains phénomenes, a donné lieu d'imaginer pour cela, & d'introduire en Chimie le systeme des Attractions, qui, à dire vrai, est moins une explication qu'un aveu ou une declaration formelle de l'impossibilité où l'on croît être de rendre une raison claire & satisfaisante, des effets dont il s'agit; enfin depuis que le systeme des Attractions a fait naître l'idée d'affinités, de rapports plus ou moins grands entre différentes substances, d'où, dit-on, dépendent les mouvements cachés qui suivent le mêlange des corps, on a conclu affirmativement en conséquence de cette idée, que quelles que soient les différences des mêlanges avec chacun desquels on fait du Sublimé corrosif, dès que le Sel commun ou son acide ne manque jamais dans tous ces mêlanges d'être un des ingrédiens, le Sublimé corrosif qui résulte de chacun d'eux doit toûjours être parfaitement le même, & n'avoir admis dans sa composition que le Mercure & les seuls acides du Sel commun qui, suivant la supposition, ayant plus de rapport avec le Mercure que tous les autres acides, y doivent être reçûs par préférence, sur-tout quand on employe le Mercure crud; & lorsqu'on se sert de celui qui est déja chargé des acides du Nitre ou du Vitriol, ceux du Sel commun, en vertu de leur plus grand rapport avec le Mercure, en chassent aussi-tôt les autres acides, ou les en trouvent délogés à leur arrivée, parce que ces autres acides qui ont plus de rapport avec la matrice du Sel commun qu'avec le Mercure, abandonnent l'un pour s'établir dans l'autre, & cédent par-là d'eux-mêmes la place aux acides du Sel marin, d'où il suit que quand on se sert du Mercure pénétré par les acides du Nitre, ou par ceux du Vitriol, ce ne doit pas être dans la

vûë de faire un Sublimé plus fort, ou différent de celui pour lequel on ne se sert que du Mercure crud, mais pour la facilité de l'opération, & en faveur de celui qui travaille à incorporer ensemble par la trituration, le Mercure, le Sel & le Vitriol; car outre qu'il est fort long-temps à en venir à bout, il se trouve encore exposé pendant tout ce temps à une poussiére incommode, & même dangereuse qui s'éleve du mêlange.

Quoiqu'une grande partie des faits qu'annonce ce systeme se trouve vérifiée par l'expérience, & conforme à ceux d'un autre systeme plus méchanique & plus vrai, dans le détail duquel nous entrerons lorsqu'il s'agira d'expliquer la formation du Sublimé corrosif, & toutes les singularités qui s'observent dans les différents procedés de cette opération, on ne trouve pas la même certitude dans l'autre partie des faits de la supposition alleguée, suivant laquelle on prétend que le Sublimé corrosif en général ne contient d'autres acides que ceux du Sel commun, & que celui qui a été fait avec le Mercure dissout auparavant par l'esprit de Nitre, ou par l'huile de Vitriol, n'a rien retenu des acides de ces liqueurs, & est en tout parfaitement semblable à celui qui a été fait avec le Mercure crud. Et comme l'expérience est la pierre de touche des spéculations chimiques, l'amour de la vérité m'a déterminé d'abord à y avoir recours pour la vérification de cette supposition, & je l'ai fait d'autant plus volontiers, qu'outre que cette vérification est par elle-même curieuse & intéressante pour la Physique, & qu'en travaillant sur le Mercure, il est rare qu'on n'y apperçoive pas quelques nouveautés, qui ne sont à la vérité que de simples curiosités tant qu'elles sont isolées, mais qui deviennent souvent utiles par l'usage & l'application qu'on s'avise d'en faire, soit pour la preuve de quelques vérités, soit pour se garantir de quelques erreurs, ce qui va être prouvé par un exemple qui fait le principal sujet de ce Mémoire; il est encore vrai qu'il est de la derniére importance pour la Médecine, de connoître à fond la composition intérieure de chacun des Sublimés

corrosifs qui ont été faits suivant des procedés différents.

Quoique cette préparation chimique soit le plus grand de tous les poisons, & qu'en cette qualité elle serve à tuer quantité de bêtes incommodes, elle n'en est pas moins utile dans la pratique de la Médecine, soit pour l'extérieur, soit pour l'intérieur. On sçait que c'est un grand escarrotique propre à manger les chairs baveuses, à consumer les callosités les plus obstinées dans les ulcéres, les glandes endurcies, les verruës; qu'on en fait avec l'esprit de Vin, une espece d'huile propre pour les chancres vénériens menacés de gangrene; & avec l'eau de Chaux, l'eau phagédenique dont on se sert pour nettoyer les vieux ulcéres; qu'elle entre dans les trochisques de Minium, remede incomparable pour dissoudre & enlever, par la voye de la suppuration, les glandes scrophuleuses. Mais on sçait de plus qu'elle est la base du Mercure doux & de la Panacée mercurielle, deux des plus grands remedes que nous ayons en Médecine, & pour la meilleure préparation desquels nous ne devons négliger aucune des instructions que la Chimie est capable de nous procurer. Si elle nous fait voir dans la suite, que tous les Sublimés corrosifs ne sont composés que de Mercure & des acides du Sel commun, nous nous servirons indistinctement & sans scrupule de tous ces Sublimés pour l'intérieur & pour l'extérieur; mais si elle nous dit tout le contraire sur cette composition, si elle nous avertit qu'il y a des Sublimés corrosifs, plus corrosifs & moins faciles à être adoucis que d'autres, nous ne nous servirons des uns ou des autres que dans les cas où ils conviendront davantage, & nous n'employerons, surtout pour les préparations de Mercure doux & de la Panacée, que ceux avec lesquels l'expérience nous aura appris qu'on en doit faire, & qu'on en fait de meilleurs.

C'est pour remplir les vûës qui viennent d'être proposées, que j'ai commencé par faire huit différents Sublimés corrosifs, & que j'en ai tenté quelques autres qui ne m'ont pas réussi comme les premiers, quoique pour un d'eux j'eusse travaillé sur la foi d'un Auteur de réputation. Les premiéres

expériences que j'ai faites ſur trois de mes Sublimés, n'ont pas ſeulement juſtifié mes doutes ſur la différente compoſition des Sublimés corroſifs qui réſultent de différents mêlanges; elles m'ont encore fourni un éclairciſſement & une déciſion parfaite ſur un article de l'Hiſtoire de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1699, dans lequel il s'agit de la falſification du Sublimé corroſif par l'Arſénic, & d'un moyen rapporté par différents Auteurs pour la reconnoître ſur le champ. Nous nous arrêterons, quant à préſent, à ce dernier article; & à l'égard du premier qui, pour être traité à fond, demande un plus grand nombre d'expériences que nous n'en avons encore faites, quoique nous en ayons déja fait beaucoup, nous le remettons à un ou à pluſieurs autres Mémoires qui viendront dans la ſuite.

Si le Sublimé corroſif ne ſervoit qu'à faire périr différentes bêtes qui nous incommodent, ou s'il n'étoit employé en Médecine que pour l'extérieur & en qualité de topique, on ne s'inquiéteroit peut-être pas tant que l'on fait, des matiéres arſénicales qu'on peut faire entrer dans ſa compoſition: il eſt cependant vrai, & pluſieurs Auteurs célebres ont obſervé que le ſimple uſage extérieur de l'Arſenic étoit très-dangereux; que des foibleſſes, des ſyncopes, la fiévre, le délire, des inquiétudes & des mouvements involontaires dans les membres en avoient ſouvent été la ſuite, & que pluſieurs en étoient morts; par conſéquent ſi le Sublimé corroſif, ſoupçonné de contenir des matiéres arſénicales, eſt ſi fort à redouter, même pour l'extérieur, que n'en devroit-on pas craindre, ſi on l'employoit pour les deux remedes intérieurs dont il a déja été parlé, qui préparés avec du Sublimé corroſif bien & fidélement fait, ſont auſſi doux & auſſi efficaces qu'ils ſeroient dangereux & funeſtes, s'ils l'avoient été avec du Sublimé corroſif mêlé d'Arſenic.

Pour être dans une parfaite ſécurité ſur la compoſition du Sublimé corroſif deſtiné à faire des remedes extérieurs ou intérieurs, il faudroit que tout Apothicaire fît lui-même cette préparation; mais malheureuſement la peine qu'elle donne,

donne, & qui ne laiſſe pas d'être grande, ſe trouve en pure perte pour l'Artiſte, auquel il coûte encore plus à faire, qu'à acheter tout fait des Droguiſtes qui le tirent de Hollande & de Veniſe à très-bon compte; & cela, ſoit parce qu'il y a dans ces lieux de grandes manufactures de Sublimé corroſif, & que ce qui ſe fait en grand revient en général à bien moins que la même choſe faite en petit, ſoit parce que les Hollandois & les Venitiens étant poſtés au milieu de la Mer, & à portée d'avoir à bon compte chacune des drogues néceſſaires pour la fabrique du Sublimé corroſif, ils le font à beaucoup moins de frais que chaque particulier parmi nous, & ils peuvent auſſi le lui donner à un prix fort au-deſſous de celui qu'il trouveroit à le faire chés ſoi. Cela étant, il n'en faut pas davantage pour engager, au moins le commun des Apothicaires, à acheter plûtôt le Sublimé corroſif tout fait, qu'à le faire eux-mêmes.

Je remarquerai ici à l'occaſion des manufactures de Sublimé corroſif de Veniſe & de Hollande, auxquelles le bon marché a fait, &, ſuivant toute apparence, fera toûjours avoir recours, qu'on pourroit en établir de ſemblables en France, où le Sublimé corroſif ſe feroit non-ſeulement à bon compte, mais encore à la vûë du Public, & par conſéquent avec fidelité, ce qui nous diſpenſeroit d'avoir recours à celui des Etrangers, dont nous ne ſommes pas d'ailleurs auſſi ſûrs que nous le ſerions du nôtre. On n'auroit pour cela qu'à choiſir un lieu ſur le bord de la Mer, des eaux de laquelle on auroit permiſſion de ſe ſervir, ce qui épargneroit déja la dépenſe du ſel commun, & à l'égard du Vitriol qui eſt un des ingrédiens de l'opération commune du Sublimé corroſif, quoique ce ſel ne coûte pas beaucoup, pour épargner encore ſur cet article, je lui ſubſtituërois le Bol ou l'Argille, qui ſont toûjours d'un prix fort au-deſſous de celui du Vitriol, & avec leſquels je ſçais, par ma propre expérience, qu'on peut faire de très-bon Sublimé corroſif. Il eſt même plus aiſé, quand on ſe ſert du Mercure crud, de l'éteindre avec le Bol ou l'Argille qu'avec le Vitriol. Cette ſubſtitution

pourroit toûjours servir à diminuer le prix du Sublimé corrosif, qui d'ailleurs se faisant à la fois en grande quantité, &, pour ainsi dire, sous nos yeux, non seulement pourroit se donner à bon marché, mais encore seroit moins suspect que celui qui vient de loin, & qui passe par différentes mains plus avides les unes que les autres de gain, & dont plusieurs peuvent se déterminer par ce motif à falsifier après coup avec l'Arsenic le Sublimé corrosif même sorti des manufactures de Hollande & de Venise.

Mais, dira-t-on, qu'importe qu'on le falsifie, si par un essai chimique tout des plus faciles, on en peut découvrir sur le champ la falsification; il n'y a qu'à l'éprouver par cet essai avant que de l'employer. Cet expédient sera toûjours plus aisé, & coûtera moins que s'il falloit préparer soi-même tout le Sublimé corrosif dont on a besoin pour en faire des remedes internes ou externes.

Il est vrai que plusieurs Auteurs, ou qui n'ont fait que se copier, ou qui ont été séduits par la comparaison de quelques expériences mal examinées, comme on le fera voir dans la suite, avancent, comme une vérité certaine, que la marque infaillible du Sublimé corrosif sophistiqué, c'est de noircir comme de l'encre quand on y verse de l'huile de Tartre par défaillance, & que celle du Sublimé corrosif qui est bon, & tel qu'il doit être pour sa composition, c'est de jaunir comme l'or avec la même huile de Tartre.

Mais Barchusen, dans un Livre intitulé *Pyrosophia*, rejette l'épreuve dont on vient de parler, & dit pour cela avoir observé que tout Sublimé corrosif, sophistiqué ou non, arrosé d'huile de Tartre, jaunit, puis rougit, & enfin exposé à l'air quelque temps, noircit.

Quoique l'observation de Barchusen differe, comme on le fera voir, de l'épreuve dont il s'agit par une circonstance, & laisse encore par-là quelque chose à desirer sur la preuve de la fausseté de cet essai, qui ne peut être mise dans tout son jour que par quelques autres observations que j'ai nouvellement faites, & que je vais donner dans ce Mémoire;

on peut toûjours conclurre assés clairement de celle de Barchusen, que la couleur noire qui survient au Sublimé corrosif arrosé d'huile de Tartre, & qu'on regardoit comme le signe d'un mêlange arsénical, ne doit point passer pour tel; qu'on le reconnoîtroit plûtôt, ce mêlange, par une odeur puante que l'Arsenic communique aux corps avec lesquels il est mêlé, & qui s'attache fortement aux doigts qui touchent ces corps; qu'enfin, en attendant la découverte de nouveaux essais qui nous annoncent aussi sûrement & avec autant de facilité l'Arsenic qui peut être mêlé avec le Sublimé corrosif, que la Noix de galle déclare le Fer ou le Vitriol qui se trouve dans certaines eaux, la seule marque infaillible pour distinguer la vérité du fait, c'est la revivification ou l'analyse.

Qui croiroit que des faits rapportés par un Auteur de nom, tel que Barchusen, pour réfuter les prétendus moyens de distinguer le Sublimé corrosif sophistiqué, faits d'ailleurs aussi simples & aussi faciles à répéter & à appercevoir, que je vais démontrer qu'ils sont vrais, ayent pû, je ne dis pas seulement être soupçonnés, mais taxés de faux, du moins en partie, par un Chimiste de réputation & de très-bonne foi, qui a cru être en droit de le faire dans un Mémoire pour lequel j'ai consulté les Registres de l'Académie, parce qu'il n'a été imprimé qu'un extrait de ce Mémoire dans l'Histoire de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1699. Ce Chimiste, qui est feu M. Boulduc, après avoir versé un grand nombre de fois de l'huile de Tartre sur du Sublimé corrosif ordinaire, & sur un autre qu'il avoit fait avec deux onces de Sublimé corrosif ordinaire & demi-once d'Arsenic sublimés ensemble, dit n'avoir rien remarqué de différent dans l'un & dans l'autre Sublimé, qu'ils ont jauni tous deux par le mêlange de l'huile de Tartre, moins d'abord, & ensuite davantage; & comme il trouve jusque-là parfaitement la même chose que Barchusen, il conclut aussi comme lui que l'huile de Tartre n'apportant à l'un des deux Sublimés d'autre altération que celle qu'elle communique à l'autre,

elle ne peut être regardée comme un moyen de distinguer le Sublimé corrosif sophistiqué d'avec celui qui ne l'est point, & doit être rejettée comme une épreuve fausse, & qui ne peut servir qu'à tromper.

Mais notre Auteur, après avoir declaré ce qu'il trouve de bon & de vrai dans les faits de Barchusen, c'est-à-dire, de conforme à ce qu'il a observé, nie formellement la couleur noire que contracte à l'air le Sublimé corrosif abbreuvé d'huile de Tartre, & il la nie sur un très-grand nombre d'expériences qui lui ont fait voir le contraire dans l'un & dans l'autre Sublimé. Il adjoûte même, au sujet de celui où il étoit entré de l'Arsenic, qu'ayant commencé à jaunir avec l'huile de Tartre, il avoit plûtôt ensuite blanchi que noirci à l'air, ce qu'il a fait voir à la Compagnie.

Si ses expériences, au lieu d'avoir été faites sur du Sublimé corrosif en masse, l'eussent été sur du Sublimé corrosif en liqueur, c'est-à-dire, dissout auparavant par ce qu'il lui faut d'eau pour cela, je ne serois point surpris qu'il n'y eût point apperçu la couleur noire que cite Barchusen, & qui vient, comme on le verra par la suite, d'une poudre noire & très-fine qui tombe & se répand insensiblement sur la surface de la petite masse du Sublimé, & qui, souvent par sa finesse, reste suspenduë dans la liqueur surnageante, ce qui fait que le Sublimé conserve alors sa couleur jaune ou rouge; mais quand cette poudre tombe entiérement sur le Sublimé, & qu'il y en a une assés grande quantité pour couvrir toute sa surface, on n'y apperçoit alors que du noir, & la liqueur surnageante est claire, au lieu qu'elle est noirâtre, aussi-bien que le Sublimé, quand une partie de la poudre se précipite, & que l'autre reste suspenduë dans la liqueur.

Ce n'est point à la quantité de cette poudre, mais à sa finesse, & à la grossiéreté des parties du Sublimé corrosif, comparées à celles de la poudre fine, & employées sous une forme séche, qu'est dûë la couleur noire qui succede en quelque sorte à la jaune, ou à la rouge : car si celles du Sublimé corrosif étoient aussi subtiles, & avoient autant de surfaces

que les autres, comme la quantité du Sublimé surpasse infiniment celle de la poudre noire, les parties de ce Sublimé qui seroient aussi infiniment plus nombreuses que les autres; bien loin d'en pouvoir être alors recouvertes, comme il arrive quand elles sont plus grossiéres & plus ramassées, recouvriroient si fort elles-mêmes les autres, ou les écarteroient tellement les unes des autres, qu'elles les offusquëroient en quelque sorte, & elles les feroient si bien disparoître à la vûë, qu'on n'appercevroit alors que la couleur rouge ou jaune du Sublimé, qui se trouveroit abondamment entre chacune des petites parties noires : aussi lorsque le Sublimé devenu jaune par l'huile de Tartre a eu le temps de devenir noirâtre, de la maniére qui a été dite, si seulement avec les doigts, on écrase & on divise la matiére, & qu'on la délaye avec de nouvelle eau, elle reprendra sa couleur jaune ou rouge, qu'elle communiquera à tout le liquide, & le noir disparoîtra d'autant plus qu'il sera plus étendu par le liquide, & que le Sublimé aura été plus exactement divisé.

Par conséquent, lorsque le Sublimé corrosif dont on se sert pour faire l'expérience, a été auparavant dissout dans l'eau, toutes ses parties y sont dans une division extrême, puisqu'elles y sont invisibles, & quand l'huile de Tartre vient ensuite à les précipiter sous une couleur jaune ou rouge, quoique moins subtiles alors, puisqu'elles se font appercevoir, elles composent toûjours une poudre qui est au moins aussi fine que la noire, & les parties de cette poudre noire qui, relativement à la quantité de celles du Sublimé, sont peut-être un sur cent, doivent d'autant mieux disparoître, ou être moins sensibles, que la quantité du liquide qui regne pour lors, & qui ne se trouvoit pas de même dans l'autre expérience, étend & éloigne davantage ces parties noires les unes des autres, les disperse & les confond plus exactement dans toute la masse du précipité qui est aussi lui-même plus étendu.

On voit par ce qui a été dit, qu'en supposant que les expériences de Barchusen ont été faites sur le Sublimé corrosif

en ſubſtance, & celles de notre Auteur ſur le Sublimé corroſif en liqueur, il eſt facile de rendre raiſon de la différence de leurs obſervations; mais mal-heureuſement notre Auteur dit poſitivement avoir fait ſes expériences comme Barchuſen, c'eſt-à-dire, en verſant quelques gouttes d'huile de Tartre ſur le Sublimé corroſif en ſubſtance, ce qui lui a fait voir le contraire de ce qu'a vû Barchuſen, & le témoignage de l'Académie qu'il cite, & dont il s'appuye, joint à ſon exacte probité, ne permet pas de douter un moment de la verité des faits qu'il allegue.

Il réſulte ſeulement de la différence de ces faits, & de ceux de Barchuſen, que des expériences très-ſimples, & qui paroiſſent entiérement ſemblables & les mêmes, tant par la maniére de les faire, que par les ingrédiens dont on s'eſt ſervi, peuvent avoir des différences très-ſenſibles, & capables d'en impoſer à leurs Auteurs.

Que Barchuſen eût lû, par exemple, les expériences de notre Auteur, dans leſquelles le Sublimé devenu jaune demeure tel, & ne noircit point à l'air; n'auroit-il pas eu autant & plus de droit, de taxer ces expériences-là de faux, qu'en avoit eu notre Auteur ſur les ſiennes, de nier formellement celles de Barchuſen? Je dis autant & plus, car j'ai remarqué à cette occaſion, par l'examen ſcrupuleux d'un très-grand nombre de faits, que tout concourt à juſtifier ceux de Barchuſen, au lieu que rien, ou preſque rien ne parle en faveur de ceux de notre Auteur. J'ai obſervé par-tout que le Sublimé devient ou noir, ou brun-foncé tirant ſur le noir, ou noir en pluſieurs endroits & par points, ou ſi le Sublimé conſerve ſa couleur jaune ou rouge, la liqueur qui le ſurnage eſt chargée d'une poudre noire qui le ſalit, de maniére que, ſuivant mes obſervations, ce qui arrive le plus généralement, pour ne pas dire toûjours ou preſque toûjours, eſt entiérement conforme à ce qu'a obſervé Barchuſen; & à l'égard des faits de notre Auteur, je les regarde comme une exception à la regle générale & ordinaire. C'eſt cependant ſur ces faits qu'on a voulu donner l'excluſion aux autres.

Avant que d'entrer dans le détail de ceux qui ont été annoncés dans ce Mémoire, pour rétablir & confirmer la vérité des observations de Barchusen, il est à propos de faire sentir ce qui manque à ces observations pour être une preuve décisive, & tout-à-fait concluante contre le prétendu moyen de distinguer le Sublimé corrosif sophistiqué, de celui qui ne l'est pas.

Les différents Auteurs qui enseignent & prescrivent ce moyen, & dont j'en ai lû plusieurs, s'expliquent tous de même, sur la maniére de discerner le bon Sublimé, du mauvais. Cette découverte, selon eux, est prompte, & se fait sur le champ, par quelques gouttes d'huile de Tartre versée sur le Sublimé. Ils ne disent pas que le Sublimé sophistiqué commence par jaunir & rougir, & ne noircisse ensuite qu'après avoir été exposé quelque temps à l'air; en ce cas, l'épreuve ne se feroit pas sur le champ, & seroit bien plus longue qu'elle ne paroît l'être par l'exposition qu'ils en font. Ils disent tout simplement qu'en versant de l'huile de Tartre sur le Sublimé, s'il est bon il jaunit, & s'il est alteré il noircit; & comme le bon jaunit aussi-tôt qu'on y verse l'huile de Tartre, le sophistiqué doit aussi noircir par-là dans l'instant. S'ils eussent prétendu que le Sublimé sophistiqué ne noircit qu'après être devenu jaune & rouge, & dans un certain espace de temps, ils n'eussent pas manqué de le dire, ou plûtôt comme l'épreuve n'auroit pas été momentanée, ils eussent pû voir par eux-mêmes, que tout, ou presque tout Sublimé corrosif arrosé d'huile de Tartre noircit à la longue, & le peu d'apparence qu'ils eussent trouvé à supposer en conséquence, que tout Sublimé qu'on expose en vente eût été mêlé d'Arsenic, leur auroit donné occasion d'examiner la chose de plus près, & d'en découvrir la verité. Mais il y a lieu de croire, comme on le fera voir dans la suite, que quelques expériences leur avoient fait voir d'abord un Sublimé corrosif qui, sans avoir jauni & rougi auparavant, étoit devenu tout d'un coup noir par le mêlange de l'huile de Tartre; & comme ils sçavoient que le Sublimé corrosif

ordinaire, & qui est bien fait, jaunit toûjours aussi-tôt avec l'huile de Tartre, & qu'ils ne s'étoient pas donné le temps d'appercevoir la couleur noire qui vient ensuite par dessus la jaune ou la rouge, ils avoient conclu de ces deux expériences faites à la hâte, la marque alleguée du bon & du mauvais Sublimé.

En effet, s'ils n'eussent jamais eu d'exemple de Sublimé corrosif capable de devenir noir dès qu'on y jetteroit de l'huile de Tartre, & cela sans jaunir auparavant, ils n'eussent jamais imaginé ce fait, & ils l'eussent encore moins donné comme une regle pour reconnoître le mauvais Sublimé corrosif. Or comme l'observation de Barchusen ne roule que sur des expériences dans lesquelles le Sublimé corrosif jaunit & rougit toûjours avant que de noircir, peut-être dira-t-on que l'induction qu'il en tire contre l'épreuve du Sublimé corrosif arsenical où le noir vient d'abord sans avoir été précédé de jaune, peche dans son principe, c'est-à-dire, par le défaut de conformité, & n'étant point par-là applicable à cette épreuve, elle est incapable de lui faire aucun tort; tout ce qu'on en peut induire, adjoûtera-t-on, c'est que dans tous les cas où le noir vient à la suite du jaune ou du rouge, ce noir ainsi précédé n'est point un indice d'arsenic.

Il est vrai que, suivant les expériences de Barchusen, & même de son antagoniste, le Sublimé corrosif sophistiqué ou non, reçoivent l'un & l'autre de l'huile de Tartre, précisément & en tout les mêmes altérations, ce qui sembleroit devoir décider, qu'inutilement a-t-on recours à l'huile de Tartre, pour reconnoître le bon ou le mauvais Sublimé, & que cette épreuve ne peut qu'induire en erreur, à quoi peut-être répondra-t-on encore que si l'huile de Tartre ne manifeste point l'espece de mêlange arsénical que notre Auteur a fait entrer dans son Sublimé corrosif sophistiqué, elle en découvre d'autres plus susceptibles de l'épreuve de cette huile, ce qui pourtant, à vrai dire, est plûtôt un échappatoire qu'une réponse; mais enfin pour ne rien laisser à desirer sur la vérification de cette épreuve, & pour soustraire, s'il est possible,

possible, toute ressource à la chicane qui n'en manque guéres, sur-tout lorsqu'il s'agit de préjugés établis de longue main, & qui ont acquis une espece de titre de loi en vieillissant; il seroit à souhaiter qu'on pût découvrir la maniére de faire un Sublimé corrosif que l'huile de Tartre ne jauniroit, ni ne rougiroit point, mais qu'elle noirciroit aussi-tôt; la connoissance qu'on auroit de la composition de ce Sublimé, jusqu'ici inconnuë pour cet effet, apprendroit bien-tôt si l'Arsenic auroit part ou non à la couleur noire qui arriveroit d'abord, & sans avoir été précédée de jaune ou de rouge. J'espere qu'on trouvera un éclaircissement entier sur ce sujet dans plusieurs des expériences qui vont être rapportées.

J'ai commencé mes expériences sur deux Sublimés corrosifs, dont l'un avoit été fait avec parties égales de Vitriol calciné, de Sel décrépité & de Mercure dissout par l'esprit de Nitre, & réduit en sel par l'évaporation; & l'autre avec parties égales de Sel décrépité & de Mercure dissout par l'huile de Vitriol: mais comme j'ai lieu de soupçonner que dans les deux Sublimés résultants des deux mélanges rapportés, le Mercure n'est pas pénétré des seuls acides du Sel commun, mais d'une Eau régale dans l'un, & dans l'autre d'un mélange d'acide vitriolique & d'acide du Sel commun; & comme je voulois voir & comparer ce que mes essais feroient aussi sur le Mercure pénétré par les seuls acides nitreux, & sur celui qui n'en contient point d'autres que ceux du Sel commun; je me suis servi pour l'un, de la masse blanche qui reste après la dissolution du Mercure par l'esprit de Nitre, & l'évaporation de la partie aqueuse de cette dissolution, & j'ai employé pour l'autre un Sublimé fait avec deux parties de Sel commun décrépité, deux parties de Vitriol calciné, & une partie de Mercure coulant, le tout bien mêlé par la trituration avant que de le faire sublimer. Je sçais bien qu'on pourra dire que le Vitriol qui fait partie du mélange, peut communiquer quelques-uns de ses acides au Mercure, qui en réunira par-là de deux sortes; mais en attendant que de nouvelles expériences m'ayent donné lieu de vérifier

parfaitement ce fait, je puis toûjours dire, ſur de bonnes preuves, que ſi dans cette opération le Vitriol a fait paſſer dans le Mercure quelques-uns de ſes acides, ils n'y ſont pas en grand nombre, & que ce Sublimé eſt celui de tous où l'on peut moins ſoupçonner l'alliage des acides du Sel commun avec ceux d'autres ſels.

J'ai donc fait uſage de ce Sublimé pour mes expériences, mais il eſt à remarquer que qui le feroit reſublimer une ou pluſieurs fois encore, après l'avoir mêlé chaque fois avec de nouveau Vitriol calciné & de nouveau Sel décrépité, donneroit lieu aux eſſais d'y produire toûjours de plus en plus des effets différents, & qui rentreroient dans ceux des autres Sublimés corroſifs dont il a été parlé ; & comme nous n'avons beſoin, quant-à-préſent, que des effets dont ce Sublimé qui ne l'a été qu'une fois eſt ſuſceptible; ce ſera particuliérement ſur le produit de cette premiére ſublimation que nous nous exercerons.

A l'égard du ſel de Tartre & des autres ſels fixes qui ont été mêlés les uns après les autres avec chacune des quatre préparations mercurielles dont on vient de parler; prévenu déja par d'autres expériences & obſervations rapportées dans deux Mémoires ſur les différentes couleurs des précipités du Mercure, imprimés dans les Mémoires de l'Académie des années 1712 & 1714; prévenu, dis-je, par ces expériences & ces obſervations, que les différentes couleurs qu'acquiert le Mercure par le mélange des différents Sels alkalis qu'on y mêle, viennent toûjours de quelque choſe que ces Sels communiquent au Mercure, ſans quoi il paroîtroit ſous une forme blanche qui eſt celle qu'il a naturellement & indépendemment des Sels alkalis, quand il eſt pénétré d'acides; ſçachant d'ailleurs, & par la différence des expériences de notre Auteur & de celles de Barchuſen, & par quelques autres de ma façon, que deux ſels fixes d'une même eſpece, & qui ne paroiſſent avoir entr'eux aucune différence, en apportent ſouvent de très-ſenſible dans les mêmes expériences où chacun d'eux a été employé; j'ai obſervé avec ſoin ce que

chaque espece de Sel fixe pris en différents états, étoit capable de faire avec chacune de nos préparations mercurielles. J'ai distingué du sel de Tartre anciennement fait, d'autres sels de Tartre faits nouvellement par moi-même, & cela parce que dans quelques cas j'y ai apperçû des variétés d'effets qui seront remarquées.

J'ai calciné du Tartre blanc & du Tartre rouge, de chacun desquels j'ai tiré un sel parfaitement semblable par sa nature, & qui l'a été aussi par ses effets; ainsi cette distinction n'entrera plus en ligne de compte pour nos expériences.

J'ai encore fait du sel de Tartre de deux façons. Dans l'une, après que le Tartre avoit été bien brûlé & calciné, j'avois fait bouillir la matiére avec beaucoup d'eau, dans une bassine de cuivre, puis j'avois passé la liqueur au travers d'un filtre, & je m'en étois servi de cette maniére pour mes expériences. Mais faisant ensuite réfléxion; 1.° Qu'on pouvoit soupçonner la liqueur qui avoit bouilli dans un vaisseau de cuivre, d'en avoir détaché quelques parties capables d'influer dans les expériences par leurs effets qu'on attribuëroit mal à propos aux sels. 2.° Qu'il est très-possible que les sels fixes de la liqueur, en bouillant avec le marc du Tartre, se chargent de quelques matiéres noires & fuligineuses que le feu en avoit séparées, & qui s'y rejoignent pendant l'ébullition; j'ai fait recalciner de nouveau Tartre, je l'ai mis dans une terrine de grès, j'y ai versé de l'eau toute bouillante & qui venoit de bouillir dans un grand coquemarre de terre non vernissé. J'ai ensuite coulé la liqueur, qui comparée pour ses effets à l'autre solution de sel de Tartre, a bien produit quelques variétés, mais rien d'essentiellement différent, en un mot l'une & l'autre solution ont noirci le Sublimé corrosif; ce qui ne peut être imputé aux parties de cuivre communiquées à la solution, car si cela étoit, celle qui n'a point été faite dans des vaisseaux de cuivre, ne devroit pas produire de noir comme elle le fait. Il est vrai qu'en quelques cas elle en produit moins que l'autre solution, & le noir n'arrive pas si promptement, parce que n'ayant pas

bouilli de même avec ſon marc, elle n'en a point enlevé la même quantité de parties noires propres à couvrir & noircir le Sublimé : & en effet qu'on faſſe bouillir de l'eau dans un poëlon, qu'on la verſe enſuite dans une terrine de grès ſur du Tartre bien brûlé & calciné, qu'on ne l'y faſſe pas bouillir, mais ſeulement infuſer, qu'on coule enſuite la liqueur, & qu'on la mette en œuvre, on remarquera qu'elle ſera parfaitement la même pour ſes effets que celle dont l'eau, après avoir bouilli d'abord dans un vaiſſeau de terre non-verniſſé, a été verſée & laiſſée en infuſion ſur une autre portion du même Tartre brûlé & calciné de l'expérience précédente ; & ſi après avoir fait bien bouillir du Tartre calciné dans un vaiſſeau de terre non-verniſſé avec de l'eau, on compare la ſolution filtrée qui en réſulte avec celle du même Tartre qui a été faite dans un vaiſſeau de cuivre où elle a bouilli de même, & d'où on l'a verſée auſſi-tôt après pour la filtrer, on reconnoîtra encore dans l'une & dans l'autre ſolution parfaitement les mêmes effets ; d'où il paroît que le cuivre n'a aucune part à ceux de la ſolution du ſel de Tartre ou de tout autre ſel fixe qui y a bouilli, & que c'eſt au marc de la matiére & à l'ébullition, que ce qu'il y a de particulier dans ces effets doit être attribué.

Enfin, quand après avoir calciné du Tartre, ou toute autre matiére végétale, on en a ſéparé le ſel par le moyen de l'eau qu'on a bien fait bouillir ſur la matiére, comme il eſt très-poſſible que la ſolution qui en réſulte, toute limpide qu'elle eſt devenuë par la filtration, ait tiré du marc de la Plante, & contienne des parties qui ſe diſſipent, & ne ſe retrouvent plus, du moins auſſi abondamment qu'auparavant dans le ſel tiré par évaporation de cette ſolution, & rediſſout dans de nouvelle eau, où, en formant une ſeconde ſolution, il y a preuve qu'il dépoſe toûjours quelque choſe qui ſe ſépare de cette ſeconde ſolution lorſqu'on la filtre ; j'ai cru que ces deux ſolutions d'un même ſel pourroient bien ne pas toûjours produire parfaitement les mêmes effets, & méritoient par-là d'être diſtinguées, & miſes en œuvre

séparément; qu'enfin la seconde solution dont on vient de parler, pourroit bien avoir une grande conformité d'effets avec une premiére solution, qui n'auroit point bouilli, mais simplement infusé sur le marc de la même Plante, dont cette seconde solution auroit tiré son sel. On verra dans la suite si l'expérience s'accorde avec cette idée, ainsi quand je parlerai doresnavant de la premiére & de la seconde solution du Tartre, de la Soude, de la Potasse, de la Cendre gravelée, je n'entends par-là que ce qui a été dit.

J'ai encore calciné quelque temps & assés fortement dans un creuset, une portion de sel de Tartre restée après l'évaporation de la premiére solution de ce sel, & je n'ai point trouvé que ce sel recalciné & fondu dans l'eau, ait produit alors d'autre effet remarquable sur nos préparations mercurielles, que celui du sel que je n'ai point fait recalciner, & que j'ai fait fondre de même dans de nouvelle eau.

Expériences sur le Sublimé corrosif fait avec le Sel commun, le Vitriol, & le Mercure pénétré des acides de l'esprit de Nitre.

La premiére solution d'un nouveau sel de Tartre, faite par ébullition, a jauni le Sublimé, & peu de temps après, la liqueur surnageante a commencé à se charger d'une poudre noire qui, augmentant en quantité, a rendu cette liqueur noirâtre, elle étoit telle vingt-quatre heures après & dans la suite, pendant que la masse étoit, au bout de ces vingt-quatre heures, & dans la suite aussi, d'un jaune d'or, mais un peu sali par le noir de la liqueur : cette solution un peu ancienne n'a plus agi si vîte ni si fort pour ce qui regarde la couleur noire, qu'elle faisoit auparavant.

La seconde solution du sel de Tartre, recalciné dans un creuset, a jauni, puis rougi le Sublimé, qui est enfin devenu noir, la liqueur surnageante étant un peu rougeâtre, à cause d'une petite portion de poudre rouge qui y étoit restée suspenduë.

La ſolution d'un ancien ſel de Tartre, a fait en cette occaſion-ci, à très-peu près, la même choſe que la ſeconde du nouveau.

La premiére ſolution du ſel de Tartre rouge, & celle du ſel de Tartre blanc, faites l'une & l'autre ſans avoir bouilli, & par ſimple infuſion, après avoir jauni & rougi le Sublimé, l'ont auſſi noirci, ſans répandre de poudre noire dans la liqueur qui en contenoit même un peu de rouge.

La premiére & la ſeconde ſolution du ſel de la Potaſſe ont fait encore à peu-près de même en tout que la ſeconde ſolution du ſel de Tartre.

La premiére ſolution du ſel de Soude a jauni en couleur d'or le Sublimé, & dans le même temps la liqueur ſurnageante s'eſt chargée d'une pouſſiére abondante d'un verd-brun ou noirâtre, dont une partie a retombé & voltigé ſur la matiére qu'elle a ſalie beaucoup, mais dont elle n'a point abſolument empêché la couleur d'or de paroître, quand on remuoit la matiére, & qu'on la découvroit, en quelque maniére, de la poudre noire qui étoit tombée, & qui gliſſoit ſur ſa ſurface.

Il faut remarquer que cette premiére ſolution du ſel de Soude ayant été gardée quelque temps, la production de la poudre noire n'a été ni auſſi prompte, ni auſſi abondante que quand la ſolution étoit nouvellement faite.

La ſeconde ſolution du ſel de la Soude a d'abord rendu le Sublimé fort rouge, ſans que la liqueur ſurnageante fût d'un verd-brun ou noir, comme avec la premiére ſolution, dont le Sublimé étoit toûjours reſté de couleur d'or; vingt-quatre heures après, le Sublimé de cette ſeconde ſolution de la Soude s'eſt trouvé recouvert en quelques endroits d'un peu de noir, & dans les autres, il avoit une couleur rouge rouſſâtre.

La premiére ſolution de la Cendre gravelée a donné une couleur jaune & orangée au Sublimé; vingt-quatre heures après, la liqueur ſurnageante étoit d'un pareil jaune, mais la matiére qui étoit au fond étoit parſemée de noir, & le

jaune qui étoit à côté du noir étoit plus terne & plus obſcur qu'auparavant.

La ſeconde ſolution de la Cendre gravelée a produit, à peu-près, le même effet que la premiére pour le rouge, ſur lequel elle a enſuite répandu une couleur brune-griſâtre, ce qui, avec le rouge, faiſoit un rouge gris-brun.

La Pierre à cautere eſt, comme on ſçait, le ſel de la Cendre gravelée, animé des parties de feu de la Chaux, avec laquelle on le fait tremper & bouillir dans l'eau; la ſolution de cette pierre verſée ſur le Sublimé, lui a donné une couleur jaune très-orangée, & n'a differé en cette occaſion-ci de la ſimple ſolution de la Cendre gravelée, qu'en ce que vingt-quatre heures après, la matiére du Sublimé étoit un peu moins parſemée de noir, & d'un jaune un peu plus apparent que celle de la ſolution de la Cendre gravelée, la liqueur ſurnageante le Sublimé de la ſolution de la Pierre à cautere, étoit auſſi d'un jaune-orangé & non noire.

La ſolution du Nitre fixé par les charbons, a jauni, puis rougi le Sublimé qui, dans la ſuite, eſt devenu très-noir.

En verſant la ſolution de chacun des Sels fixes, dont on vient de parler, ſur le Sublimé corroſif fait avec le Sel commun & le Mercure pénétré des acides vitrioliques, & répétant de la même maniére ſur ce Sublimé, toutes les expériences qui ont été faites ſur l'autre, dont on vient de parler, tout y eſt ſi exactement ſemblable, & toutes les circonſtances ſe trouvent ſi fort les mêmes dans chacune des expériences faites ſur l'un & ſur l'autre, que d'avoir rapporté ce qui s'eſt paſſé dans les mêlanges de l'un des deux Sublimés avec différents Sels, c'eſt annoncer ce que ces différents Sels ſont capables de produire ſur l'autre; nous ne nous étendrons donc pas davantage ſur ſon ſujet.

Quand on conſidére que le noir de chacune des expériences qui ont été rapportées, différe en quantité, en qualité, & par la partie du mêlange où il ſe loge, & que cette différence répond non-ſeulement aux différents Sels qui ont été employés, mais encore aux différents états d'un même Sel,

à la différente provision, ou à la perte qu'il a pû faire de certaines parties qu'il dépose plus ou moins abondamment, & qui plus ou moins légéres, couvrent la surface du Sublimé, ou se tiennent confonduës avec le peu de liqueur qui le surnage, on est porté à croire que tout le noir qui survient au mélange, vient des sels qui y sont entrés. Cependant, comme on sçait par une longue expérience faite & rapportée par feu M. Homberg, dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1710*, que le Mercure même qui a été revivifié du Cinabre, tout net qu'il paroisse, contient & donne par chaque livre, près de deux gros d'une matiére terreuse, légére, gris-de-souris, sans aucune saveur ni odeur, & que cette matiére, délayée dans l'eau, la rend trouble & noire, on peut croire aussi que le noir de chacune des expériences rapportées, vient de cette matiére grise qui, dans chaque expérience, se détache plus ou moins abondamment du corps du Sublimé qui, quoique fait avec du Mercure revivifié du Cinabre, a toûjours conservé cette matiére grise & terreuse.

* Pag. 190. & suiv.

Pour répandre quelque éclaircissement sur cette difficulté, j'ai commencé par séparer de l'un & de l'autre Sublimé dont il a été parlé, la matiére grise dont il s'agit, & cela par une voye bien plus courte & plus facile que celle de M. Homberg, & qui donne tout au moins autant, pour ne pas dire beaucoup plus de matiére grise que la sienne. Voici de quelle maniére je m'y suis pris.

J'ai mis une demi-once de Sublimé corrosif dans un mortier de marbre, j'y ai versé en cinq reprises différentes, dix onces d'eau, c'est-à-dire, deux onces chaque fois, remuant à chacune l'eau & le Sublimé ensemble, pour en opérer la dissolution; après quoi je versois par inclination la liqueur, avec ce qui avoit été dissout, remettant ensuite sur la matiére une égale quantité de nouvelle eau, & répétant toûjours la même manœuvre jusqu'à la fin de la dissolution totale du Sublimé, que j'ai faite par partie, au lieu de la faire toute à la fois en versant tout d'un coup les dix onces d'eau sur la demi-once de Sublimé, & cela pour appercevoir à chaque fois la couleur

de la

de la matiére restée dans le mortier, après que les deux derniéres onces d'eau qui venoient d'y passer en avoient enlevé une portion, & pour examiner par-là plus exactement toutes les circonstances de cette expérience, qui consistent en ce que dès qu'on a eu versé en deux fois quatre onces d'eau sur le Sublimé, la masse restante a paru moins blanche qu'elle ne l'étoit auparavant; qu'elle l'a paru encore moins après qu'on a eu versé en trois fois six onces d'eau; qu'après huit en quatre fois elle est devenuë noirâtre, & qu'après dix, il est resté au fond du mortier une matiére terreuse, grise, indissoluble, & parfaitement semblable à celle de M. Homberg, mais qui la passoit de beaucoup en quantité. J'ai cru que cette voye prompte & aisée de séparer exactement du Mercure les parties terreuses & étrangeres qui y sont mêlées, pouvoit avoir son utilité en certains cas, & méritoit d'être rapportée, supposé qu'elle ne l'ait point été jusqu'ici, ce que j'ignore parfaitement; tout ce que je sçais, c'est que je ne l'ai apprise de personne.

Le Sublimé corrosif purifié de cette maniére, & réduit sous une forme solide par l'évaporation des parties aqueuses qui le tenoient en dissolution, a été mêlé en cet état à chacun des différents sels fixes auxquels il l'avoit déja été avant sa purification, & dans le temps qu'il contenoit tout ce qui en a été séparé depuis; & il s'est trouvé que tout purifié qu'il étoit, chacun des différents sels fixes mis en œuvre de toutes les maniéres dont ils l'avoient été précédemment, y ont porté toute, ou à très-peu-près la même altération qu'ils avoient fait avant sa purification.

Je dis à très-peu près, car je ne voudrois pas assûrer positivement que le noir des expériences faites sur le Sublimé corrosif purifié, le fût exactement autant, ou aussi abondant qu'il l'avoit été dans le Sublimé non purifié, ce qui donneroit lieu de conjecturer que ce noir pourroit venir de deux sources plus ou moins copieuses, sçavoir 1.° de chacun des sels fixes qui seroient employés, & qui ne sont pas tous & en toute sorte de situation également chargés de parties

noires ou grises-brunes, 2.° du Sublimé corrosif qui peut être aussi plus ou moins chargé des mêmes parties.

Expériences faites sur le Mercure dissout par l'esprit de Nitre, & réduit par l'évaporation sous la forme d'un Sel concret.

Ce qui m'engage à rapporter les expériences que j'ai faites sur le Mercure dissout par l'esprit de Nitre, & réduit en sel concret par l'évaporation de la partie aqueuse de la liqueur, c'est qu'outre les preuves nouvelles qu'elles fournissent, du noir qui vient à la suite du jaune & du rouge dans le Mercure pénétré d'acides, elles nous font encore appercevoir infiniment mieux que nous n'avons fait jusqu'ici par les expériences précédentes, jusqu'où va la différence des premiéres & des secondes solutions de quelques sels, & ces faits sont aussi curieux qu'ils sont clairs & évidents.

Je remarquerai d'abord, pour abréger sur les circonstances inutiles, que du Nitre fixé par les charbons, des sels de Tartre blanc & rouge, anciennement & nouvellement faits, des sels de Potasse, de Soude, de Cendre gravelée, retirés chacun par évaporation de la premiére solution qui les avoit enlevés au marc terreux avec lequel ils avoient été calcinés, & étoient devenus alkalis; que ces sels, dis-je, refondus dans de nouvelle eau, formant par-là chacun une seconde solution, & versés en cet état séparément sur différentes portions de Mercure pénétré des acides nitreux, y ont agi comme ils avoient fait sur les deux Sublimés corrosifs dont il a été parlé précédemment, c'est-à-dire, qu'ils l'ont promptement jauni & rougi, & que le passage du jaune clair au jaune plus foncé, & du jaune plus foncé au rouge, a été aussi prompt & rapide que celui du rouge au brun ou au noir a été lent & tardif.

En effet, dans le mêlange de ces secondes solutions, avec toutes les préparations mercurielles dont il a été parlé, y compris celle dont nous parlons actuellement, il a presque

toûjours fallu plusieurs heures pour le passage du rouge au brun ou au noir, & ce n'a souvent été qu'après vingt-quatre heures que la matiére a bruni ou noirci jusqu'à un certain point, ou autant qu'elle pouvoit le faire.

D'ailleurs il est à remarquer que toutes les secondes solutions de nos sels fixes, bien filtrées, ne répandent pas ordinairement de poudre noire voltigeante dans la liqueur, & que les premiéres solutions de plusieurs de ces sels qui ont été faites avec ébullition, & qui sont nouvelles, ou du moins qui n'ont point été trop long-temps gardées, mêlées aux deux sublimés sur lesquels nous avons travaillé, commencent à peine à les jaunir, qu'elles noircissent aussi-tôt la liqueur qui devient dans la suite plus ou moins noire suivant la quantité de la poudre de la même couleur qui s'y assemble insensiblement. Mais il faut bien considérer que c'est ordinairement là tout l'effet de ces premiéres solutions sur les deux Sublimés qui demeurent toûjours visiblement jaunes, & seulement salis par la poudre noire voltigeante & passagere qui tombe sur leur surface, & qui s'en sépare facilement, & que les secondes solutions des mêmes sels, qui ordinairement ne répandent point de poudre noire dans la liqueur, portent, s'il est permis de le dire, tout leur effet de noir ou de brun sur la masse même des Sublimés, sur la surface de laquelle le brun ou le noir, bien plus inhérent, cache bien davantage la couleur jaune ou rouge qu'avoit acquis le Sublimé avant l'arrivée du noir ou du brun. C'est-là ce qui fait la différence principale des effets des premiéres & des secondes solutions des mêmes sels sur les deux Sublimés; & quoique cette différence soit assés légere, & par cela même ne frappe guere, elle paroît d'autant plus singuliére, quand on la cherche dans ce qui peut la produire, qu'elle vient de deux liqueurs aussi semblables que le sont une premiére & une seconde solution d'un même sel par la principale partie de leur composition, je veux dire par leur partie saline, en conséquence de l'homogénéité de laquelle une conformité

plus grande d'effets sembleroit devoir naturellement se rencontrer dans ces deux liqueurs.

Mais si l'on a lieu d'être surpris de cette différence d'effets des premiéres & des secondes solutions des mêmes sels, quand on la considere sur les deux Sublimés corrosifs dont il a été parlé, on a bien un autre sujet d'étonnement, quand c'est sur le Mercure pénétré des acides du Nitre qu'on observe l'action & la différence d'effets de ces premiéres & de ces secondes solutions.

On a déja remarqué que les secondes solutions n'y faisoient que ce qu'elles avoient fait sur les deux Sublimés, c'est-à-dire, qu'elles opéroient toûjours dans les unes & dans les autres préparations mercurielles, un passage lent & tardif du rouge au noir ou au brun, & qu'ordinairement elles ne répandoient point de poudre noire dans la liqueur surnageante qui par-là restoit claire, ou simplement chargée d'une petite poudre rouge.

Pour sentir présentement toute la différence de ces effets des secondes solutions d'avec ceux des premiéres sur le Mercure pénétré des acides nitreux, & de combien cette différence l'emporte dans le cas présent sur celle qui a été observée dans le cas des deux sublimés; il n'y a qu'à considérer que l'action des premiéres solutions sur le Mercure pénétré des acides nitreux, ne se borne pas alors, comme dans l'autre cas, à répandre un peu plus ou un peu moins de poudre noire dans la liqueur surnageante presque aussi-tôt que la matiére devient jaune, & à différer déja par-là de l'action des secondes solutions sur la même préparation mercurielle; les premiéres solutions ont encore ceci de particulier dans le cas présent, c'est qu'elles noircissent vrayement la matiére aussi-bien & même beaucoup mieux que ne le font les secondes solutions, & de plus, avec cette différence, que la noirceur qui par les secondes solutions n'arrive qu'après plusieurs heures, ne demande souvent qu'un instant fort court pour arriver par le moyen des premiéres solutions, ce qui forme un spectacle

curieux & singulier ; car aussi-tôt que quelques gouttes de la premiére solution ont été versées sur la préparation mercurielle, on voit, pour ainsi dire, en trois instants différents la matiére devenir d'abord jaune, passer ensuite au rouge, & enfin du rouge au noir, & encore à un noir abondant qui rend la liqueur comme de l'encre, & qui s'empare si bien du petit tas de matiére solide qui est au fond, qu'ordinairement il en fait disparoître tout le rouge, & n'en laisse à la vûë aucun vestige, à moins qu'on ne verse beaucoup d'eau sur la matiére, & qu'on ne l'écrase fortement avec les doigts, comme il a déja été dit ci-dessus.

Il est cependant à remarquer que suivant la nature de la matiére brûlée, dont on a tiré la premiére solution dont on se sert, & aussi suivant que cette premiére solution est plus ou moins nouvelle, l'instant du passage du rouge au noir est plus ou moins court. Mais quoique ce passage se fasse quelquefois un peu attendre, il est cependant toûjours assés prompt, & même infiniment rapide, quand on le compare & à celui qu'excitent les secondes solutions sur les Sublimés & sur notre préparation mercurielle, & à celui qu'excitent sur les Sublimés les premiéres solutions elles-mêmes.

Quand ce passage n'est pas si vif, comme il n'est jamais long avec certaines solutions dont il sera parlé, on n'en apperçoit que mieux les trois couleurs qui se succedent, & qui prennent en quelque maniére la place les unes des autres ; mais quelquefois ce passage qui se fait comme celui d'un éclair, éblouit & permet à peine d'entrevoir les trois couleurs qui semblent à la vûë s'aller perdre & noyer au plûtôt dans le noir.

Il est encore à remarquer que les premiéres solutions de toute matiére végétale quelconque ne produisent pas le passage subit du rouge au noir dont on vient de parler. La premiére solution entr'autres de la Potasse, du moins celle dont je me suis servi, n'a agi sur le Mercure pénétré des acides nitreux, & même sur les deux Sublimés, que comme le font toutes les secondes solutions des sels dont il a été parlé.

Parmi les premiéres ſolutions avec leſquelles j'ai vû opérer le paſſage ſubit du rouge au noir, quand elles ont été faites avec ébullition, celle qui m'a toûjours paru demander un peu plus de temps que les autres pour ſon opération, c'eſt la premiére ſolution de la Cendre gravelée; le noir même qu'elle répand dans la matiére, eſt moins abondant que celui des autres, & c'eſt pour cela que la liqueur ſurnageante de cette expérience, au lieu d'être noire, étoit claire.

Avec les premiéres ſolutions de ſel de Tartre & de ſel de Soude, verſées ſéparément ſur deux portions de la préparation mercurielle, l'arrivée du jaune & le paſſage du jaune au rouge, & du rouge au noir, ſe ſont faits plus vîte que dans l'expérience précédente, mais ils ſe ſont laiſſé diſtinguer; & dans ces deux mêlanges le noir a été encore bien plus abondant que dans le précédent, auſſi la matiére du fond en a-t-elle été toute recouverte, & la liqueur en eſt-elle devenuë comme de l'encre.

Je remarquerai à cette occaſion que la premiére ſolution de ſel de Soude avec laquelle j'ai fait la premiére fois l'expérience dont on vient de parler, me manquant preſque, & n'agiſſant plus avec la même vivacité que devant, parce qu'elle étoit devenuë ancienne; j'ai fait bouillir à différentes repriſes dans l'eau une même quantité de la Soude que j'avois déja miſe en uſage, & j'ai ſcrupuleuſement obſervé pour chacune de ces premiéres portions de ſel de Soude, la même manœuvre dont je m'étois ſervi d'abord, cependant il eſt arrivé, malgré cette attention, que deux de ces premiéres portions n'ont pas plûtôt fait venir le noir dans l'expérience dont il s'agit, que le fait la ſeconde ſolution du ſel de Soude, ce qui prouve combien les circonſtances qui font réuſſir cette expérience ſont délicates & faciles à manquer.

Enfin de toutes les liqueurs, celle avec laquelle j'ai vû le noir ſuccéder le plus promptement aux deux autres couleurs, c'eſt la ſolution de la Pierre à cautere. Dès qu'on a mêlé quelques gouttes de cette liqueur à notre préparation, on apperçoit bien un peu le jaune qui vient d'abord, mais le noir

se presse si fort d'arriver ensuite, qu'il passe, pour ainsi dire, par dessus le rouge, & le fait disparoître dans l'instant; ce n'est cependant pas par l'abondance du noir qu'excite la solution, que ce noir arrive si-tôt, mais par la vivacité & l'action brûlante du sel que contient la solution; & en effet, après l'expérience qui dure bien peu de temps à se faire, la liqueur qui surnage la matiére du fond, se trouve claire, & cette matiére se trouve aussi moins noire que celle de la premiére solution de la Soude ou de celle du Tartre.

On remarquera que malgré tout ce qui vient d'être rapporté de la solution de la Pierre à cautere, ce n'est point une premiére solution, ce n'en est réellement qu'une seconde, & qui agit plus vivement qu'une premiére, mais il faut observer que le sel de cette solution étant celui de la Cendre gravelée, il contient déja les parties de feu que ce sel a amassées, & il y réunit encore celles qu'il a tirées de la Chaux avec laquelle il a été mêlé, ce qui lui donne la propriété âcre & brûlante qu'il n'avoit pas, du moins dans un aussi haut degré, étant simplement sel de Cendre gravelée, & que n'ont point aussi tous les autres sels fixes. Par cette opération de la Pierre à cautere, la Cendre gravelée, dont la premiére solution agissoit avec moins de promptitude pour la production du noir, que les premiéres solutions du sel de Tartre & de celui de Soude sur le Mercure pénétré des acides nitreux, devient, comme on voit, plus active à cet égard que ces deux Solutions, ce qui m'a paru mériter d'être remarqué.

Expériences sur le troisiéme Sublimé fait avec le Mercure coulant, le Vitriol & le Sel commun, suivant les doses cy-devant rapportées.

Voici encore d'autres expériences nouvelles, très-différentes de toutes celles qui les ont précédées, & absolument nécessaires pour l'éclaircissement complet que je me suis proposé de donner dans ce Mémoire sur l'épreuve prétenduë du Sublimé corrosif.

J'ai donc fait, ainsi qu'il a été dit, du Sublimé avec le Mercure coulant, le Vitriol & le Sel commun. J'ai versé sur différentes portions de ce Sublimé, qui étoit fort blanc, toutes les liqueurs alkalines employées dans les expériences précédentes; la plus grande partie de ces liqueurs l'ont fortement noirci tout aussi-tôt, quelques-unes n'ont fait que le brunir, & encore après un peu de temps, mais elles l'ont toûjours rendu par-là très-différent de ce qu'il étoit auparavant; & avant que le noir ou le brun succédât au blanc de toute la matiére, & en prit la place, aucune de ces liqueurs, ce qui est à remarquer, n'y a fait naître du jaune ou du rouge, ni rien qui en approchât, comme dans les expériences précédentes.

Il n'a point été question avec ce Sublimé, de la distinction d'effets des premiéres & des secondes solutions à l'égard de la liqueur surnageante, & de la petite masse qui étoit au fond; c'est le Sublimé seul qui en a reçû l'impression, & le noir s'est si peu répandu dans la liqueur qui le surnageoit, & a été si peu en état de s'y répandre & d'y demeurer, qu'en versant encore un peu d'eau sur la matiére, l'écrasant & la remuant avec les doigts, la liqueur n'en a pas acquis pour cela la couleur du Sublimé, comme elle le fait en pareil cas, avec les deux autres Sublimés dont il a été parlé, & dans lesquels il se forme toûjours une poussiére fine & assés légere, pour occuper, du moins pour un temps, l'étenduë de la liqueur, & ne s'en pas précipiter à l'instant.

Les premiéres & secondes solutions qui ont véritablement noirci le Sublimé, & qui l'ont fait sur le champ, ce sont celles 1.° de plusieurs sels tirés depuis peu & de différentes maniéres du Tartre rouge & du Tartre blanc, 2.° les deux solutions du sel de la Cendre gravelée qui avec les autres Sublimés ne produisoient presque point de noir, 3.° celles du Nitre fixé par les charbons, & enfin celles du sel de la Soude, qui est celui qui a d'abord noirci plus que tous les autres, & dont le degré de noirceur est toûjours resté le même par rapport à celui qu'avoient excité les autres sels.

La

La solution de la Pierre à cautere a aussi noirci d'abord le Sublimé, mais moins que n'avoit fait le sel de la Soude, & d'une nuance moindre que n'avoit fait aussi le sel de la Cendre gravelée.

La premiére solution de la Potasse n'a d'abord rien fait sur le Sublimé, mais quelque temps après elle l'a fortement bruni, & en est restée là dans la suite, à la différence de la seconde solution du même sel qui a promptement noirci le Sublimé.

Je ne puis passer ici sous silence une autre singularité ou bisarrerie d'expériences, qui m'a paru d'autant plus digne de remarque, qu'elle donne naturellement lieu à une conséquence qui vá bientôt trouver une juste application.

Je viens d'observer que les premiéres & les secondes solutions de plusieurs sels de Tartre que j'avois fait depuis peu, avoient d'abord & fortement noirci notre troisiéme Sublimé. Cependant un sel de Tartre très-alkali, que j'avois fait aussi, mais anciennement, & qui a servi sous le titre d'ancien sel de Tartre dans les expériences précédentes, versé sur ce troisiéme Sublimé, incapable de jaunir & de rougir, & susceptible seulement de noirceur par les sels fixes & lixiviels, n'y a d'abord rien fait, & l'a seulement bruni à la longue, mais moins que n'avoit fait la premiére solution de la Potasse; & ce qui fait encore paroître davantage le singulier & l'extraordinaire de ce fait, c'est que cet ancien sel de Tartre qui, en comparaison des premiéres & secondes solutions du nouveau sel de Tartre, fait peu de choses sur le troisiéme Sublimé, noircit beaucoup & autant les deux premiers Sublimés, que le fait la seconde solution du sel de Tartre nouveau, & plus que la premiére du même sel, & qu'encore plusieurs autres premiéres solutions d'autres sels, qui en récompense agissent bien davantage, & plus fortement que l'ancien sel de Tartre sur le troisiéme Sublimé, qui semble les dédommager de ce qu'elles ont de moins, & de ce que l'ancien sel de Tartre a de plus qu'elles sur les deux autres Sublimés.

Il n'eſt pas aiſé de rendre raiſon de cette ſingularité, non plus que de quelques autres qui ont été rapportées dans ce Mémoire; il nous faudroit pour cela de nouveaux faits, & de nouvelles obſervations, qui viendront peut-être dans la ſuite nous éclairer; ce n'eſt que par les lumiéres expérimentales, qu'on peut voir clair dans la Phyſique, & ce n'eſt qu'avec de pareils ſecours qu'un Chimiſte doit ſe permettre d'interpreter la Nature.

Il nous reſte préſentement à faire uſage, & à tirer de juſtes conſéquences de toutes les expériences dont il a été parlé dans ce Mémoire.

1.° Le fait allegué par Barchuſen, du noir qui ſuccéde au jaune & au rouge dans le Sublimé corroſif ordinaire arroſé d'huile de Tartre, ſe trouve parfaitement juſtifié par l'aſſemblage & le concours unanime de la multitude d'expériences qui ont été faites ſur les deux premiers Sublimés, & ſur le Mercure pénétré des acides nitreux, & cela non-ſeulement avec une ſimple ſolution du ſel de Tartre, mais encore avec ce ſel conſidéré en pluſieurs états différents, & avec pluſieurs autres ſels fixes conſidérés auſſi en différents états, & qui tous, ſans ſe démentir, atteſtent la vérité de ce fait; de maniére que ſi, par une eſpece de mal-entendu, il a été proſcrit, & en quelque ſorte dégradé dans nos Mémoires, il s'y réhabilite par la foule d'autres faits qui dépoſent clairement en ſa faveur.

2.° Si, ſuivant nos obſervations, le ſel de la Cendre gravelée, & celui de la Pierre à cautere qui, à proprement parler, ſont deux ſels de Tartre, excitent bien moins de noir dans les deux premiers Sublimés, que les autres ſels de Tartre dont il a été parlé, pourquoi le hazard n'a-t-il pas pû faire tomber entre les mains de feu M. Boulduc, un ſel de Tartre qui y a fait encore moins que ceux de la Cendre gravelée, & de la Pierre à cautere, c'eſt-à-dire, rien du tout, ou ſi peu de choſe que l'effet n'en a point été ſenſible? Le même hazard a bien ſçû me faire retrouver un ancien ſel

de Tartre de ma façon, qui, ſur le troiſiéme Sublimé ſeulement, fait preſque l'oppoſé d'autres ſels de Tartre que j'ai faits depuis; du moins, au lieu de noircir ce troiſiéme Sublimé dès qu'il y a été verſé, comme le font les autres ſels de Tartre, il y demeure long-temps, ainſi que nous venons de le remarquer, ſans paroître y rien faire, & il n'y produit à la longue qu'un petit effet en comparaiſon des autres.

Le ſel de Tartre de notre Auteur a donc pû être à peu-près à l'égard de celui de Barchuſen ſur le Sublimé corroſif ordinaire, qui eſt celui ſur lequel nos premiéres expériences ont été faites, ce qu'a été notre ancien ſel de Tartre à l'égard du nouveau ſur le troiſiéme Sublimé. Cette conjecture ſoûtenuë des expériences qui viennent d'être alleguées en faveur du fait de notre Auteur, tout contradictoire qu'il eſt à celui de Barchuſen, dont nous avons pris la deffenſe; cette conjecture, dis-je, devient une certitude, quand on fait réfléxion que M. Boulduc a fait voir en pleine Académie, la vérité du fait avancé contre celui de Barchuſen.

Enfin les expériences faites ſur notre troiſiéme Sublimé qui ne contient point d'Arſenic, & qui cependant noircit d'abord, & fortement, dès qu'on y verſe la ſolution de quelque ſel fixe, non-ſeulement nous fourniſſent une preuve complette & déciſive de la fauſſeté du moyen dont on s'étoit aviſé de ſe ſervir, pour diſtinguer & reconnoître le Sublimé corroſif ſophiſtiqué d'Arſenic, mais elles nous indiquent encore de quelle maniére, & par quelle avanture cette erreur a pû ſe gliſſer, & s'établir, comme elle a fait, pour une vérité. Suppoſons qu'un Sublimé parfaitement ſemblable à notre troiſiéme Sublimé, ſoit tombé entre les mains de quelque Chimiſte, capable d'en impoſer par ſa réputation de probité, & que de l'huile de Tartre répanduë par cas fortuit ſur ce Sublimé l'ait auſſi-tôt noirci; ce Chimiſte qui avoit fait pluſieurs fois du Sublimé corroſif ordinaire avec

le Vitriol, le Sel commun, & le Mercure diſſout par l'eſprit de Nitre, & qui avoit remarqué que dans l'inſtant qu'on verſoit de l'huile de Tartre ſur ce Sublimé, il ne noirciſſoit pas, mais jauniſſoit ou rougiſſoit, n'a pas manqué de faire ſes réfléxions ſur la ſingularité du nouveau fait qui, pour ainſi dire, s'étoit préſenté de lui-même à ſa vûë, & ſans qu'il l'eût cherché; & la prévention bien ou mal fondée où l'on a toûjours été, & où l'on eſt encore, de la ſophiſtication du Sublimé corroſif par l'Arſenic, lui ayant fait imaginer que ce nouveau Sublimé qui ne jauniſſoit ni ne rougiſſoit point par l'huile de Tartre, pourroit bien ne devoir ſa couleur noire, qu'au mêlange de l'Arſenic; il y a lieu de croire que cette idée lui a tellement plû, qu'il l'a trouvée ſi juſte, & l'a ſaiſie de maniére qu'il n'a pas même daigné la vérifier par l'expérience, & que la confiance avec laquelle il l'a diſtribuée comme un fait conſtant, & une découverte de ſa façon, a pû faire croire aux autres, qu'il s'étoit aſſûré par l'expérience, de la vérité de la choſe, & qu'il ſeroit doreſnavant inutile de la vérifier de nouveau. C'eſt apparemment ainſi que l'huile de Tartre eſt devenuë l'épreuve du Sublimé corroſif; celui qui en a d'abord été noirci, a été taxé d'être arſenical, & chaque Auteur ayant avancé la même choſe ſur la foi les uns des autres, cette erreur méconnuë, & priſe pour une vérité conſtante, s'eſt ainſi perpétuée juſqu'à nous, & pourroit ſubſiſter encore telle, ſi le hazard ne s'en étoit peut-être mêlé, c'eſt-à-dire, ſi la ſuite de quelque expérience faite à l'occaſion de toute autre choſe que de cette erreur, ne ſe fût heureuſement trouvée propre à jetter de la défiance ſur ſon compte, à la faire entrevoir pour ce qu'elle eſt, & à donner lieu à de nouvelles expériences, dont les conſéquences conſtataſſent davantage cette erreur. Quant à moi, je ſçais parfaitement que dans preſque toutes les expériences que j'ai faites & avancées, ſoit pour la juſtification de Barchuſen, ſoit pour démontrer la fauſſeté de l'épreuve du Sublimé corroſif par l'huile de

Tartre, je n'avois pour objet, en les faiſant, ni la juſtification de Barchuſen, ni l'épreuve en queſtion.

Quoique le noir ſubit qu'acquiert notre troiſiéme Sublimé par l'huile de Tartre, ne prouve rien moins qu'un mélange arſenical dans ce Sublimé, il peut cependant être regardé comme une preuve certaine que ce Sublimé peche par un autre endroit. Et en effet, quand on l'examine, on découvre qu'il n'eſt point diſſoluble par l'eau, & qu'il a bien moins de force & de corroſion que celui qui s'y diſſout. Qu'enfin quand on le fait reſublimer aſſés de fois, & toûjours avec du Vitriol calciné, & du Sel décrépité, les nouveaux acides qu'il acquiert par-là le rendent alors diſſoluble dans l'eau, beaucoup plus corroſif qu'il n'étoit auparavant, & ſuſceptible à l'inſtant, comme les autres Sublimés corroſifs, de la couleur jaune & rouge, par le moyen de l'huile de Tartre; de maniére qu'à proprement parler, la couleur noire qu'excite d'abord cette liqueur ſur un Sublimé, ne prouve autre choſe, ſinon qu'il eſt trop peu chargé d'acides pour être diſſoluble, & avoir le degré d'activité & de force du Sublimé corroſif ordinaire; auſſi voyons-nous que le Sublimé corroſif le plus fort, le plus aiſément diſſoluble dans l'eau, & celui qui jaunit & rougit davantage par l'huile de Tartre, ayant été adouci par la perte de ſes acides, & devenu par-là indiſſoluble dans l'eau, tel que le Mercure doux, & la Panacée, ne contracte plus à l'inſtant ni jaune ni rouge, mais une couleur très-noire, par la ſolution du ſel de Tartre, ce qui arrive encore de même au précipité blanc qui, faute d'un aſſés grand nombre d'acides, ne ſe ſoûtient plus dans l'eau, comme il faiſoit avant ſa précipitation, & lorſqu'il en contenoit davantage.

Je finirai ce Mémoire par une réfléxion, c'eſt qu'il eſt tout-à-fait triſte que la voye des expériences, dont on tire de ſi grands éclairciſſements, quand on ſçait en faire uſage, donne ſouvent lieu à de fauſſes inductions, & par conſéquent à des erreurs d'autant plus dangereuſes qu'elles

s'établiſſent ſur le pied de vérités inconteſtables : & quoique la découverte de ces erreurs ſoit moins brillante, & flate moins ſon Auteur, que celle de quelque vérité, ſoit purement curieuſe, ſoit utile, ſoit l'un & l'autre à la fois; cependant ſi l'on peſoit d'une part les inconvénients de ces erreurs, & de l'autre les avantages de certaines vérités, on reconnoîtroit peut-être qu'il vaudroit ſouvent mieux ſe défaire des unes, que de faire acquiſition des autres.



RECHERCHES SUR LE TOUR.

SECOND MÉMOIRE.

Par M. DE LA CONDAMINE.

Examen de la nature des Courbes qui peuvent ſe tracer par les mouvements du Tour.

NOUS ſuppoſerons dans ce Mémoire toutes les notions préliminaires que nous avons données dans le précédent, concernant le Tour figuré, & ſa principale piece appellée *Roſette,*

Outre toutes les différentes ſituations qu'on peut donner à l'outil, qui changent, comme on a vû, la figure tracée en conſervant la même Roſette, le contour de la Roſette pouvant lui-même être varié à l'infini, il eſt clair par ce qui a été expliqué, que l'on peut tracer ſur le Tour une infinité de Courbes différentes; mais comme la Courbe tracée quelle qu'elle puiſſe être, a dans toutes les ſituations poſſibles de l'outil, un rapport néceſſaire & dépendant du contour de la Roſette qui l'a produit, c'eſt ce rapport qu'on ſe propoſe d'examiner ici, & par-là de connoître en général la nature des Courbes qu'on peut tracer ſur le Tour, en regardant comme connuës celles qui forment le contour de la Roſette.

Outre le mouvement de rotation ſur l'axe qui fait l'eſſence du Tour ſimple, & qui eſt commun à tous les Tours, & le mouvement de paralleliſme qui eſt particulier au Tour figuré ordinaire, qu'on peut nommer *Tour à Roſette;* j'ai déja remarqué que l'arbre du Tour pouvoit recevoir un troiſiéme mouvement dans la direction de ſon axe. Ce mouvement, à l'aide d'une ſeconde touche, d'un ſecond reſſort, & d'une piece appellée *Couronne*, qui fait en ce ſens l'office de Roſette, ſert à exécuter des creux & des reliefs ſur le plan de l'ouvrage.

La plûpart des Tours figurés ont ce troisiéme mouvement, & cette méchanique est à peu-près celle d'un Tour fort ingénieux & commun en Allemagne, dont on se sert pour copier des médailles. On conçoit que dans un Tour qui a ces trois mouvements, & qu'on peut appeller *Tour à Rosette & à Couronne*, la pointe de l'outil change de plan, & que par conséquent la Courbe tracée devient à double courbure.

Le principal but qu'on se propose dans ce Mémoire, est d'examiner la nature des Courbes planes que l'outil trace dans le Tour figuré ordinaire, sur un plan parallele à celui de la Rosette, en faisant abstraction du troisiéme mouvement qui feroit changer de plan à l'outil; & c'est cette espece de Courbe plane que nous entendrons desormais sous le nom de *Courbe du Tour*.

Si l'on desire quelque chose de plus, après avoir trouvé, comme on le peut en décomposant les mouvements du Tour, quelles sont dans un Tour qui a les trois mouvements, les deux courbes qui seroient tracées chacune à part; l'une sur un plan parallele à l'axe, en faisant abstraction du mouvement de parallelisme; l'autre sur un plan perpendiculaire à l'axe, en supprimant le mouvement direct de l'arbre : on pourra, par la méthode de M. Clairaut*, trouver la courbe à double courbure qui résultera de la combinaison de ces deux courbes planes considérées comme ses projections. Quant à présent c'est des courbes planes qu'il est question.

* *Recherches sur les Courbes à double courbure. Paris. 1730.*

Pour commencer par le cas le plus simple, on supposera d'abord la touche pointuë, c'est-à-dire, telle qu'un seul & même point de la touche porte successivement sur tous les points du contour de la Rosette. On examinera ensuite les effets des touches plattes, convexes, concaves, à roulette, &c. dont l'usage est réel ou possible; mais jusqu'à ce que nous fassions une nouvelle supposition, il est bon d'avertir que tout ce qui suit doit s'entendre dans l'hypothese de la touche pointuë.

Il faut encore observer que par le nom d'*outil*, nous n'entendons qu'une seule pointe qui ne trace qu'un simple trait, telle que l'outil que les Tourneurs nomment *grain d'orge*.

Le

Le rapport de la courbe tracée par l'outil au contour de la Rosette, n'est difficile à appercevoir que parce que l'outil opere sur un plan différent de celui de la Rosette, & de plus mobile d'un double mouvement. Pour lever ces deux obstacles, 1.° nous rapporterons la courbe tracée par l'outil au plan de la Rosette, comme on a fait dans les figures du premier Mémoire. 2.° On supposera que l'arbre, & par conséquent que la Rosette n'a plus aucun mouvement, ni de parallelisme, ni de rotation, & on les remplacera par des mouvements équivalents qu'on donnera à l'outil. Tout ceci se concevra mieux par un exemple.

Soit la Rosette quarrée $T\Theta\theta\tau$, dont le centre & celui de l'arbre du Tour est C. 1.° Le plan de l'ouvrage sur lequel l'outil trace la figure $Oo\omega\Omega$, plan qui, dans la construction ordinaire du Tour, est situé à l'autre extrémité de l'arbre, parallelement à la Rosette, sera ici supposé, rapproché & projetté sur le plan même de la Rosette $T\Theta\theta\tau$, tel qu'on le voit dans la figure. Cette supposition ne change rien d'essentiel à la construction du Tour, c'est seulement comme si la longueur de l'arbre qui n'est faite que pour la commodité de l'ouvrier, étoit réduite à un point, en sorte que la surface de l'ouvrage ou le plan sur lequel l'outil travaille, se trouvât contigu au plan de la Rosette. Planche II. Fig. 1.

Il est à propos d'observer que comme il a été plus commode dans la Machine du premier Mémoire, de faire faire le mouvement de parallelisme dans la ligne verticale, au lieu que dans la construction ordinaire du Tour, l'arbre se meut horisontalement; on supposera ici dans toutes les figures, la touche en T au-dessus, & non à côté de la Rosette en t, ce qui ne change rien à l'effet.

2.° L'axe de l'arbre réduit à un point étant représenté dans la figure par le centre C, le mouvement du point C, dans le plan de l'ouvrage, le long de la ligne CT, représentera le mouvement de parallelisme de l'arbre du Tour ordinaire; pour remplacer ce mouvement, en supposant la Rosette immobile, il faut concevoir que la touche T, &

l'outil *O* sont adhérents au plan de l'ouvrage devenu par la supposition précédente, contigu au plan de la Rosette, & que ce même plan qui porte la touche & l'outil, est mobile, en sorte que son centre peut décrire la ligne *TC*.

Pour se bien représenter ce mouvement, il n'y a qu'à imaginer que le plan contigu à la Rosette, dans lequel nous avons fixé la touche & l'outil, porte une rainure ou coulisse dans la direction *TC*, qui lui permet d'aller & venir le long de cette ligne, en s'approchant ou s'éloignant du point *C*, pris sur le plan de la Rosette devenuë immobile. De cette maniére, quelle que soit la position de la touche *T* & de l'outil *O*, ce mouvement du plan de l'ouvrage remplacera celui qu'a le centre de la Rosette le long de la même ligne *TC*, ou *tC*, dans la construction ordinaire du Tour.

3.° Enfin, au lieu que le plan de la Rosette *TΘθτ*, tournoit sur son centre *C*, la touche & l'outil demeurant immobiles en *T* & en *O*, ce sera le plan parallele à la Rosette, & contigu, qui porte la touche & l'outil *T* & *O*, que nous ferons tourner sur le centre *C*, en rendant la Rosette fixe, ce qui est encore absolument la même chose.

La rainure *TC* du plan contigu à la Rosette permettant, par la seconde supposition, à la touche *T*, fixée sur ce plan, de s'approcher & de s'éloigner du centre fixe *C* de la Rosette, & par la derniére, le même plan étant mobile sur son centre, il est aisé de concevoir que ces deux mouvements réunis donneront la facilité de promener la touche *T* sur les bords de la Rosette, en suivant les inégalités de son contour; l'outil *O*, entraîné par le même plan qui le porte, décrira le même trait que dans la construction ordinaire du Tour.

Tout ceci bien entendu, la solution de ces Problemes, dont l'un est l'inverse de l'autre, se présente d'elle-même.

PROBLEME I.

Le contour d'une Rosette quelconque, & la position respective du centre de la touche & de l'outil sur un même plan étant donnés, trouver sur ce plan tous les points du dessein qui en résultera!

PROBLEME II.

Un dessein ou un contour quelconque étant donné avec la position du centre de la touche & de l'outil, trouver sur le même plan tous les points du contour de la Rosette qui doit produire un pareil dessein!

Soit tout ce qu'on a déja supposé dans la figure précédente, l'outil répondant au point *O* sur le plan de la Rosette, dans le moment où la touche porte sur le bord de la Rosette au point *T*. Que le plan contigu à la Rosette sur lequel la touche & l'outil sont fixés, commence à tourner sur son centre, en sorte que la touche partant du point *T*, porte toûjours, en tournant, sur le bord de la Rosette; il est clair qu'elle répondra successivement aux points *T*, *t*, τ, θ, Θ; mais par la même raison, l'outil partant du point *O* répondra dans le même ordre aux points *O*, *o*, o, ω, Ω: car, quand la touche sera arrivée au point *T* sur l'angle de la Rosette, la ligne *TC* dans laquelle se meut le centre du plan qui porte la touche & l'outil, la ligne *TC*, dis-je, sera transportée sur *TC*; & la distance de la touche à l'outil étant toûjours la même, en prenant sur *TC*, *TO* égal à TO, on aura le point *O* où répondra alors l'outil; on trouvera pareillement tous les points *o* o ω Ω de l'outil, correspondants aux points *t*, τ, θ, Θ, de la touche, on aura donc dans cette position de l'outil, la figure O *O* *o* o ω Ω, semblable à la *Fig. 3.* du premier Mémoire, où les positions de la touche & de l'outil étoient les mêmes.

Avec la même Rosette *T* τ θ Θ, si l'outil ou le crayon est placé de l'autre côté de la touche *T* au point *O* dans la ligne *TC*, prolongée au de-là du centre, on trouvera pareillement tous les points O, *O*, *o*, o, ω, Ω, de la courbe que doit tracer l'outil dans cette situation, en ouvrant le compas de la quantité *TO*, égale à l'intervalle qu'on a voulu mettre entre la touche & l'outil, & portant cette ouverture du compas *TO* de chaque point *T*, *t*, τ, &c. du contour de la Rosette en *O*, *o*, o, &c. sur les rayons prolongés *TO*, *to*, τo, Fig. 2.

Dans cet exemple, la courbe tracée ſera pareille à celle de la *Fig. 4.* de l'autre Mémoire.

Si la touche étoit entre le centre & l'outil ; par exemple, ſi l'outil étoit au point *Q*, plus loin du centre que la touche *T*, il n'y auroit pas plus de difficulté pour trouver les points de la courbe, & on s'y prendra toûjours de la même maniére, tant que le crayon & la touche ſeront dans l'alignement du centre, ſur quelque point de la droite *TC*, prolongée ou non prolongée, que ſoit placé l'outil. Si on le ſuppoſe placé en *Q*, la touche étant en *T*, on trouvera la courbe *QABCE*, ſemblable à celle de la *Fig. 2.* du premier Mémoire, qui avoit été tracée avec la Machine, dans de pareilles circonſtances.

Dans les exemples précédents, on a toûjours ſuppoſé l'outil dans l'alignement du centre & de la touche. Quand la poſition de l'outil eſt oblique, c'eſt-à-dire, lorſqu'il eſt placé hors de cet alignement, le cas devient un peu plus composé, mais on ne laiſſera pas de trouver les points de la courbe tout auſſi exactement.

Fig. 3. Suppoſons, par exemple, l'outil placé hors de l'alignement de la touche & du centre au point *O* de la *Fig. 3*, la touche étant en *T*. Quand la touche ſera parvenuë en *T*, on trouvera la place de l'outil ou crayon, en prenant le point *O* à même diſtance de la touche *T*, qu'étoit le point *O* de *T*, & ſur la ligne *TO* qui fait le même angle avec le rayon *TC*, dans lequel eſt maintenant la touche *T* que faiſoit *TO*, dans ſa premiére ſituation, avec le rayon *TC*. Par la même raiſon, quand la touche ſera arrivée au point *t*, en tirant *to* qui ſera avec *tC* le même angle que *TO* avec *TC*, & prenant ſur *to* prolongée, la diſtance *to* égale à *TO*, on trouvera le point o, & ainſi des autres, la ſuite des points O, *O*, *o*, o, *o*, formera un contour ſemblable à celui de la *Fig. 9.* du premier Mémoire.

On trouvera de la même maniére tous les points de la courbe, en quelque point que ſoit placé l'outil hors de l'alignement de la touche ou du centre, & nous retrouverions ici, en parcourant toutes les poſitions de la touche & de l'outil,

toutes les figures du premier Mémoire, tracées dans les mêmes circonstances. Les trois exemples que nous venons d'alleguer, suffisent pour faire voir que dans tous les cas, soit que la position de l'outil soit directe ou oblique, on a un moyen sûr pour trouver tous les points de la figure tracée, ce qui est la résolution du premier Probleme proposé, passons au second.

On suppose maintenant que le contour que doit tracer l'outil, est donné, les positions respectives du centre de la touche & de l'outil sont pareillement déterminées; on cherche la Rosette qui, dans ces circonstances, produira le dessein donné. Il n'y aura pas plus de difficulté que dans l'autre cas.

Pour en donner un exemple sensible & différent des précédents, je suppose que l'on cherche la Rosette qui feroit tracer à l'outil le contour *Oo*o de la tête de profil représentée par la *Fig. 4.* le centre commun de la Rosette cherchée & du dessein donné étant supposé en *C*, & la touche en *T*, quand l'outil est en *O*. Fig. 4.

De chaque point O, *O*, *o*, o, ω, &c. pris sur le contour du dessein, on tirera par le centre *C*, les droites O*C*, *OC*, *o C*, o*C*, ω*C*, prolongées indéfiniment, & portant une des pointes du compas ouvert de la quantité *OT* successivement sur tous les points O, *O*, &c. l'autre pointe marquera sur les lignes O*C*, *OC*, &c. prolongées, les points T, *T*, *t*; *T*, τ, θ, Θ, qui formeront le contour de la Rosette cherchée, & l'on aura la résolution du second Probleme proposé.

Autrement, si l'on promene l'extrémité O de la ligne droite *OT* sur le contour O, *O*, *o*, &c. en sorte que la même ligne *OT* s'applique successivement sur les lignes *OT*, *ot*, oτ, ωθ, ΩΘ, en passant toûjours par le centre *C*, l'autre extrémité *T* de la ligne mobile *OT* tracera le contour de la Rosette T*Tt*, &c. d'un mouvement continu.

C'est ce qui a donné l'idée de l'instrument dont on va donner la description.

Si la touche étoit supposée hors de l'alignement du centre

Fig. 5. & de l'outil, par exemple, au point *T*, lorsque l'outil est en *O*, en sorte que *OT* fît un angle avec *OC* au point *O*, au lieu de ne faire avec *OC* qu'une même ligne droite, il faudroit, pour trouver tous les points *T*, *t*, *τ*, &c. de la Rosette, observer de faire faire à cette ligne OT, mesure de la distance de la touche à l'outil dans ses différentes positions *OT*, *ot*, o*τ*, &c. un angle aux points *O*, *o*, o, *ω*, Ω, avec les lignes *OC*, *oC*, o*C*, *ωC*, Ω*C*, toûjours égal à celui que fait *OT* avec *OC* dans sa premiére position, comme on l'a observé dans l'exemple de la position oblique *(Fig. 3.)*.

Chacune de ces deux Rosettes est l'unique qui puisse faire tracer à l'outil le contour du profil O*O*o dans les situations données des points *C*, *T*, *O*, mais on conçoit que tous les changements possibles de la situation de l'un de ces trois points, feront trouver une Rosette différente, capable de faire tracer à l'outil le même contour, si on a la liberté de prendre ces trois points à volonté, & que le dessein seulement étant donné, on cherche la Rosette la plus propre à le produire. Parmi les diverses positions respectives des points *C*, *T* & *O*, qui donneront autant de différentes Rosettes, on choisira, pour la facilité de l'exécution, celle qui donnera le contour le plus coulant & le moins anguleux, & celui dont les angles seront les moins aigus.

C'est dans cette vûë, & en même temps pour plus de simplicité, qu'à moins de quelque raison particuliére, 1.° on prendra le centre *C* à peu-près au milieu de la figure.

2.° On préférera la position directe ou en droite ligne *TCO* de la touche du centre & de l'outil *(Fig. 30. du 1.er Mem.)* à la position oblique *TCO (Fig. 31. du 1.er Mem.)*.

3.° On placera la touche & l'outil des deux côtés opposés du centre en *T* & en *O*, plûtôt que du même côté du centre.

4.° On prendra le plus petit intervalle *TC* de la touche au centre, plus grand que le moindre *CO* du centre à l'outil, afin que le contour de la Rosette soit par-tout plus éloigné du centre commun que celui du dessein, & puisse l'embrasser.

En se rappellant ce qui a été observé plus haut, & dans le premier Mémoire, sur les diverses positions de la touche & de l'outil, on trouvera facilement les raisons du choix de ces circonstances, quelle que soit la situation respective de la touche & de l'outil, soit droite, soit oblique par rapport au centre ; nous avons donc un moyen certain pour trouver tous les points de la figure cherchée sur le plan de la Rosette donnée, ou tous les points du contour de la Rosette qu'on cherche, sur le plan où est tracée la figure prescrite, ce qui est la résolution du double Probleme que nous nous étions proposé préliminairement, pour mieux reconnoître le rapport qu'ont entre eux les deux contours.

Avant que de passer à cet examen purement géométrique, il nous reste à donner la description de l'instrument dont on vient de parler, qui fournit un moyen court & facile de trouver sur le champ, & de tracer d'un mouvement continu, tous les contours possibles des Rosettes, propres à exécuter un dessein donné, & réciproquement tous les desseins possibles que peut produire une Rosette donnée ; & cela sans être obligé de limer des modeles en cuivre, comme dans la Machine décrite dans le premier Mémoire.

Cet instrument a les mêmes usages, & peut tenir lieu de la Machine de M. Grammare, dont on a parlé dans le premier Mémoire, qu'il appelloit son *Oracle*, & de laquelle on n'a pû avoir aucune connoissance.

ABCD est une regle de trois pouces de long, percée d'une rainure dans sa longueur, la partie *AB* est percée de plusieurs trous en écrous, afin d'approcher ou d'éloigner plus ou moins la pointe *B*, dont la tête est faite en vis ; cette regle est embrassée par les tenons *E*, *G*, d'une seconde regle aussi percée d'une rainure ; la premiére peut glisser sous la seconde qui porte un petit barillet *L*, dont le ressort tire toûjours à lui la regle de dessous qui lui est attachée avec un fil en *D*, cette même regle porte une seconde pointe *N*, qui, par conséquent, tend toûjours à s'approcher du centre *P*, ce centre est déterminé par une troisiéme

Planche I. Fig. A.

pointe *P* qui traverse les deux regles, & qui est fixée sur la regle de dessus *EG*, au point où l'on veut, avec l'écrou *Z*. Voici comme on se sert de cette Machine.

Planche I. Fig. *B*.

Soit le contour de profil d'une tête *T*, pour lequel on cherche la Rosette la plus convenable; après avoir découpé ce profil en carte, on le colle sur une autre carte *RS*, ensuite on prend à volonté un point *T* pour centre au dedans du contour de la tête; on perce les deux cartes en ce point, & on les attache sur un plan, en y enfonçant la pointe *P*; après quoi on pose la pointe *N* sur le contour de relief de la tête découpée; on tourne ensuite à la main, toute la Machine, en faisant toûjours porter la pointe *N* sur le bord de la découpure, ou mieux encore, on ne fait que tourner d'une main la carte sur son centre, en tenant de l'autre la Machine fixe, & en ayant attention que la pointe *N* ne quitte pas le bord de la carte découpée. Dans l'un & l'autre cas, la pointe *B* portant sur la grande carte *RS*, y trace le trait *VX* qui est le contour de la Rosette cherchée; la pointe *N*, rappellée sans cesse vers le centre *P*, par l'effort du ressort *L*, & repoussée par le relief du profil découpé, en suit aisément le contour, tant que ce contour ne s'éloigne pas du centre en ligne droite, c'est ce qu'il faut éviter autant qu'il est possible, en choisissant au dedans de ce contour, un centre pour placer la pointe fixe *P*. Si on ne peut empêcher que la pointe *N* n'accroche en quelqu'endroit, comme au-dessous du nés, par exemple, & que le contour découpé ait la pente trop roide, pour repousser la pointe *N* en glissant, il faudra aider un peu avec la main; mais on pourra sauver encore ce petit inconvénient, si on retrace le même trait en tournant le carton d'un sens opposé; de cette maniére, la pointe qui ne pouvoit, par exemple, remonter sans le secours de la main, de la narine vers la pointe du nés, glissera sans difficulté, & sera rappellée par la force du ressort, de la pointe du nés vers la narine. En changeant de centre *P*, ou en éloignant plus ou moins les deux pointes *B* & *N*, on fera différents contours, & on choisira le plus coulant & le

& le plus praticable sur le Tour, pour servir de modele à la Rosette; avant que de la tailler, il est à propos de la vérifier, en découpant une carte sur le trait *VX* de la Rosette trouvée, & faisant porter une pointe sur le contour, pour voir si l'autre pointe *N* redonnera exactement le contour de la tête *T* qu'on se propose d'exécuter.

Dans cet instrument on a supposé la touche, le centre & l'outil en ligne droite, parce que cette situation est plus simple & plus commode pour la pratique. Si on étoit curieux de voir l'effet des positions obliques, il seroit aisé, en adjoûtant à l'extrémité *A* de la regle *AD* un petit bras mobile sur un clou qui lui serviroit de centre, de transporter hors de l'alignement du centre & de la touche la pointe *B* qui trace la Rosette, & de lui faire faire un angle quelconque avec cet alignement.

Nous voici parvenus à notre objet principal. Il est question de découvrir la nature de la Courbe tracée par l'outil du Tour. Le trait de la Rosette & celui du dessein étant rapportés sur un même plan, comme on en a donné les moyens, leur rapport va se manifester de lui-même.

Commençons par le cas le plus simple, & toûjours dans l'hypothese de la Touche pointuë.

Soit la droite *AB (Fig. 6,)* le côté d'une Rosette dont *C* soit le centre ; soit *TO* pris en ligne droite sur *CT*, la distance de l'outil *O* à la Touche *T*. De l'usage expliqué de l'instrument précédent & de ses mouvements démontrés équivalents à ceux du Tour, il s'ensuit que tandis que la Touche *T* parcourt le côté *AB* de la Rosette, l'outil *O* demeurant toûjours dans l'alignement de la Touche & du centre, & conservant sa même distance *TO*, TO, à la Touche *T*, décrira Fig. 6.

1.° La courbe *O* O O concave à l'égard du centre *C*, si l'outil est plus éloigné du centre que la Touche *T*, & situé par exemple en *O*, de l'autre côté de la ligne *AB*.

2.° La courbe *O'* O' O', convexe par rapport au centre *C*,

Fig. 6. ſi l'outil eſt plus près du centre que la Touche *T*, & placé comme en *O'* en de-çà de la ligne *AB*.

3.° Enfin la courbe rentrante *O''* O'' O'', ſi l'outil eſt ſitué par exemple en *O''* de l'autre côté du centre *C* que la Touche *T*.

On voit que les trois cas ont cela de commun que les points *O*, O', O'', ſont toûjours dans les lignes T*C*, *TC*, prolongées ou non-prolongées, & que les lignes *TO*, TO, ſont égales entr'elles, ainſi que *TO'*, TO', & *TO''*, TO''.

On reconnoît déja cette courbe tant à ſa figure qu'à la maniére de la décrire pour la Conchoïde de Nicomede, dont *C* centre de la Roſette ſera le *pole*, *A B* côté de la Roſette, la *baſe*, dont *T* la Touche ſera le *point parcourant*, *O* l'outil le *point décrivant*, & *O T* diſtance de l'un à l'autre la *meſure*. Ceci n'a pas beſoin de démonſtration, c'eſt une conſéquence évidente de ce qui a été précédemment expoſé.

Il faut obſerver que ſi d'ordinaire ſous le nom de *Conchoïde de Nicomede* on n'entend que la premiére de ces trois courbes, c'eſt-à-dire *OOO*, ou quelquefois la ſeconde *O'*O'O', produites l'une & l'autre en prenant des parties égales *TO* ou TO' ſur les rayons tirés du pole *C* ſoit en de-çà ſoit au de-là de la baſe *A B*, il n'en eſt pas moins vrai que la courbe *O''* O'' O'' qui a une portion en de-çà, & l'autre au de-là du pole *C*, & qui ſe décrit de la même maniére & avec les mêmes conditions que les deux autres, eſt préciſément la même eſpece de courbe, & que ce troiſiéme cas eſt renfermé comme les deux premiers dans l'équation de la Conchoïde de Nicomede.

Mais deux circonſtances diſtinguent la courbe du Tour généralement priſe de la Conchoïde de Nicomede, l'une que celle-ci a toûjours pour baſe une ligne droite, au lieu que le côté de la Roſette qui ſert de baſe à la courbe du Tour peut être une courbe quelconque; l'autre, que dans la Conchoïde de Nicomede le point décrivant qui trace la courbe eſt toûjours dans l'alignement du pole & du point parcourant, au lieu que dans la courbe du Tour la pointe de l'outil

peut être située hors de l'alignement du centre & de la Touche, comme dans les positions que nous avons nommées *obliques*, & dont on a donné des exemples.

La courbe du Tour, prise en général, n'est donc pas une Conchoïde de Nicomede; mais comme les différences qu'on vient de remarquer n'alterent point le principe de génération, qui, au fonds est toûjours le même, la courbe du Tour peut être considérée comme une sorte de Conchoïde plus générale que celle de Nicomede.

En effet soit la base *AB* (*Fig. 7.*) représentant le bord de la Rosette, une courbe quelconque, au lieu d'une droite, comme dans l'exemple précédent. Soit le point *C* le centre de la Rosette, & *T* le lieu de la Touche; si l'outil est situé au point *O* sur *TC* prolongée, il ne manquera à la courbe $O O^2 O^3$ qu'il tracera, pour être une Conchoïde de Nicomede, que d'avoir une base droite; mais si l'outil est situé au point Ω hors de la ligne *TC*, en sorte que la ligne *T*Ω, distance de la Touche à l'outil qu'on a nommée la *mesure*; fasse un angle constant avec la ligne *TC* qui passe toûjours par le pole *C*, & que nous nommerons la *Regle*; la courbe $\Omega \Omega^2 \Omega^3$ tracée par le point Ω sera une autre espece de Conchoïde différente de la premiére. Fig. 7.

De tout ce qui vient d'être observé, on peut tirer les conséquences suivantes, qui sont générales dans l'hypothese présente de la Touche pointuë, & qui, vû ce qui précede, paroîtront évidentes.

1.° *Toute figure tracée sur le Tour est composée d'autant d'arcs de* Conchoïdes *prises au sens que nous venons d'expliquer, qu'il y a de lignes droites ou courbes qui composent le contour de la Rosette.*

2.° *Chacun de ces arcs de Conchoïde a pour base la partie du contour de la Rosette, le long de laquelle la Touche a glissé pendant que l'outil traçoit la courbe.*

3.° *Par conséquent ces arcs seront égaux ou semblables entre eux, si les côtés de la Rosette sont égaux ou semblables, ou ils ne le seront pas, si les côtés de la Rosette sont différents.*

4.° *Le* Pole *de tous ces arcs de Conchoïdes qui composent la figure tracée par l'outil, est le centre de l'ouvrage ou du plan sur lequel la figure est tracée, & ce centre répond à celui de la Rosette, chacun des deux étant un point de l'axe de l'arbre du Tour.*

5.° *Le* point décrivant *de toutes ces Conchoïdes est la pointe de l'outil qui, bien qu'immobile dans la construction ordinaire du Tour, trace sur le plan de l'ouvrage, au moyen du mouvement de l'arbre, la même ligne qu'il décriroit si l'arbre étoit immobile, comme nous l'avons supposé, & que ses mouvements fussent passés dans la touche & dans l'outil.*

6.° *Le* point parcourant *des mêmes Conchoïdes, c'est-à-dire, le point qui, dans la description de ces courbes, parcourt la ligne qui leur sert de base, est représenté sur le Tour par la pointe de la touche qui, quoiqu'immobile, fait le même chemin sur les bords de la Rosette tournante, qu'elle feroit si elle étoit promenée sur le contour de la Rosette immobile, comme on l'a fait voir. Ainsi dans la construction ordinaire du Tour, le* point parcourant *de la courbe tracée n'est pas situé sur la même surface où est tracée la courbe, c'est-à-dire, sur le plan de l'ouvrage, mais sur le plan de la Rosette, lequel lui est parallele. On a donné le moyen de rapporter le contour de la Rosette & celui de la figure sur le même plan.*

7.° *La* mesure *de la Conchoïde, ou la distance entre le* point décrivant *& le* point parcourant *est toûjours sur le Tour, l'intervalle entre la pointe de la touche & la pointe de l'outil, rapportées sur le plan de la Rosette, ou sur tout autre plan parallele, & cela quelle que soit la position de la touche & de l'outil, soit droite, soit oblique.*

8.° *Enfin la* reglè *de ces mêmes Conchoïdes, ou la ligne tirée du* point parcourant, *passant par le* pole, *& prolongée indéfiniment, sera sur le Tour la ligne tirée de la touche par le centre de la Rosette.*

Fig. 7. Pour distinguer les deux especes de Conchoïdes $O^3 O^2 O$ & $\Omega^3 \Omega^2 \Omega$ *(Fig. 7.)* on nommera *Conchoïde directe,* la premiére OOO, dans laquelle la mesure TO est prise sur la regle TC prolongée; ayant déja nommé *directe,* cette position de l'outil O dans l'alignement de la touche T & du centre C,

on nommera par la même raison, *Conchoïde oblique,* la seconde $\Omega\Omega\Omega$, dans laquelle la mesure $T\Omega$ fait un angle ΩTC avec la regle TC, cette position de l'outil O hors de l'alignement de la touche T & du centre C ayant été déja nommée *position oblique.*

Dans l'hypothese la plus simple que nous examinons actuellement, c'est-à-dire, dans l'hypothese de la touche pointuë, dont un seul & même point touche les bords de la Rosette, ce sont donc généralement parlant, des arcs de Conchoïde que décrit l'outil. Mais pour voir plus particuliérement quelles différences résultent dans la courbe tracée, des diverses suppositions qu'on peut faire, tant sur la figure de la Rosette, que sur la position respective de la touche & de l'outil, nous allons parcourir les divers cas que donne l'hypothese de la touche pointuë, avant que de passer aux effets des autres touches; cela nous donnera lieu en même temps, de rappeller ce qui a été fait sur cette matiére, plusieurs des courbes dont il est ici question, s'étant présentées en diverses rencontres à de célébres Mathématiciens, qui ne les ont pas toûjours considérées sous l'aspect de Conchoïdes, sous lequel elles se réunissent.

Je distingue trois cas principaux qui comprennent tous les cas particuliers.

Le premier est celui *où le côté de la Rosette est une droite, l'outil étant dans une position directe, ou dans l'alignement du centre & de la touche.*

Le second, celui *où le côté de la Rosette est courbe, l'outil étant pareillement dans une position directe.*

Soit que le côté de la Rosette soit droit ou courbe, je n'en fais qu'un seul cas, *lorsque la position de l'outil est oblique, ou hors de l'alignement de la touche & du centre;* ce cas qui est le troisiéme, est le plus général, & renferme tous les autres; & quoique les Tourneurs n'ayent pas jusqu'ici donné communément de position oblique à l'outil, on a fait voir dans le premier Mémoire, quels étoient ses usages & ses avantages.

Dans le premier cas, la courbe du Tour est une Conchoïde

de Nicomede, on l'a vû, & cela eſt évident *(Fig. 6.)*

Dans le ſecond il faut diſtinguer, car les côtés de la Roſette ſont des arcs de cercle, ou des portions d'une autre courbe. Si ce ſont des arcs de cercle, il y a encore pluſieurs ſubdiviſions à faire, car le centre ſur lequel tourne la Roſette peut être pris, ou ſur un point de la circonférence, ou en dedans, ou en dehors du *Cercle-Roſette*, & dans tous ces cas la diſtance de la touche à l'outil peut être égale au diametre ou au rayon du même cercle, & plus grande ou plus petite que l'un & l'autre; on va voir pourquoi nous diſtinguons chacun de ces différents cas.

Si le contour de la Roſette eſt circulaire, que le centre ſur lequel tourne la Roſette ſoit pris ſur un point de la circonférence du *Cercle-Roſette*, & que la diſtance de la touche à l'outil ſoit égale au diametre du même cercle, la courbe du Tour ſera celle ſur laquelle M. Carré a donné un Mémoire en 1705*.

* *p. 56.*

Pour le démontrer, il ſuffit d'obſerver que la courbe de M. Carré n'eſt autre qu'une Conchoïde dont la baſe eſt un cercle *PBGB*, le pole un point de la circonférence *P*, & la meſure *PG* un diametre du même cercle. M. Carré cite ſur cette courbe un M. Koërſma, à cela près, il la donne pour nouvelle. Cependant M. de Reaumur a démontré* que c'étoit une portion de Cycloïde géométrique, ce qui n'empêche pas que ce ne ſoit auſſi une Conchoïde, car il eſt vrai que M. Carré abandonne ſa courbe au point *C*, preſque à ſon origine, ne faiſant parcourir à l'extrémité B du diametre mobile *PG* qui devient *βP*, *Bc* & *PC*, que la demi-circonférence *GBP* en dedans du cercle, ſans doute parce que, pour parcourir l'autre *PbG*, il eût fallu que le diametre mobile parvenu en *PC*, quittât le point fixe ou pole *P*, ce qui n'étoit pas un obſtacle, pourvû que ſon alignement prolongé paſſât toujours par le pole. En continuant de faire parcourir avec cette condition, l'autre demi-circonférence *PBG*, au même point *B*, parvenu en *P*, du diametre mobile, par le côté extérieur du cercle, l'autre extrémité *c*

Fig. 8.

* *Mem. de l'Acad. 1708. p. 208.*

de ce diametre décrira la portion CcF de la courbe jusqu'en F; alors le point G ayant été transporté successivement en β, B, P, B, b & G, aura décrit la circonférence entiére du cercle étant parti du point G, & revenu au même point. Il n'y aura cependant encore que la moitié de la courbe tracée, car faisant parcourir une seconde fois la circonférence au même point b du diametre mobile actuellement revenu en FG, en faisant prendre successivement à ce diametre les positions βx, PC, Bc, GP, telles que ce diametre même ou son prolongement passe par le pole P, on aura l'autre moitié ponctuée $FxCcP$ égale & semblable à la premiére, & les deux ensemble composeront la courbe entiére, dont on voit une moitié décrite dans le Traité de M. de la Hire sur les Conchoïdes *, duquel nous allons bientôt parler.

* *Mem. de l'Acad. 1708. p. 50. fig. 9.*

Cet Auteur remarque dans le même endroit *, qu'il y a long-temps que cette espece de Courbe a été examinée par M. de Roberval; il faut même que M. de Roberval ne fût pas le premier qui en eût parlé, puisqu'il la nomme le *Limaçon* de M. Paschal. Au surplus, quoique la Courbe dont il est proprement question dans l'endroit cité de M. de la Hire, soit à l'œil un peu différente de la précédente, comme on peut voir par la Figure *, elle est au fonds absolument la même. L'une & l'autre ont pour base un cercle, pour pole un point pris sur la circonférence, toutes deux ont une mesure fixe. Leur seule différence consiste en ce que M. Carré prend pour mesure une ligne égale au diametre PG, & que M.rs Paschal & Roberval prennent une ligne égale au rayon SP qui fait que leur courbe $SCPCF$ rentre au dedans du cercle, ce qui ne change point la nature de la courbe. D'où il suit que la Courbe de M. Carré & le Limaçon de M. Paschal sont deux cas particuliers de la même courbe.

* *P. 46. fig. 6.*

* *Mem. 1708. ibid. fig. 6.*

Quant à l'application de cette derniére au Tour, on voit que la distance entre la touche & l'outil étant prise égale au rayon, au lieu du diametre, comme dans le cas précédent,

& le reste de la supposition demeurant le même, l'outil, au lieu de tracer la Courbe de M. Carré, tracera le Limaçon de M. Paschal.

On voit bien qu'en disant que l'outil trace telle courbe, on entend toûjours la portion de cette courbe correspondante à l'arc de la Rosette qui sert de base.

Tant que le pole sera pris sur la circonférence du cercle, la figure de la courbe s'éloignera peu des deux précédentes. Si la mesure est prise plus grande que le diametre, la courbe aura dans son contour un point de rebroussement comme dans la *Fig. 8.* où la mesure étoit égale au diametre. Si elle est plus petite, comme *Fig. 9.* le point de rebroussement de la courbe deviendra un nœud d'autant plus petit que la mesure sera plus grande.

Si le pole est pris au dedans du cercle, tant que la mesure sera plus grande que le diametre, la figure de la courbe différera peu de la *Fig. 8.* Elle commencera à avoir un nœud, quand la mesure sera plus petite que le diametre, & à approcher de la *Fig. 9.* Les Figures dans ces deux cas seront les mêmes que les *Fig. 33. 34.* &c. du premier Mémoire, qui appartiennent au Cercle excentrique pris pour Rosette. Il est évident qu'on a dû, pour ce qui concernoit la pratique du Tour, se borner dans le premier Mémoire à ces deux suppositions, puisqu'il ne seroit plus possible de tourner si le centre de rotation étoit pris hors du contour de la Rosette.

On a vû que pour tracer la courbe entiére, quand le pole étoit pris sur la circonférence du cercle base, il falloit que la mesure parcourut deux fois cette circonférence, & non seulement lorsque la courbe avoit un nœud en dedans, mais lors même qu'elle n'avoit qu'un simple contour. Quand le pole est pris au dedans de la circonférence, il arrive tout le contraire, & soit que la courbe soit simple, soit qu'elle ait un nœud, une seule révolution de la mesure autour du pole suffit pour la tracer.

Enfin si le pole est pris hors de la circonférence, la courbe aura un grand nombre de différentes figures selon les

différents

différents rapports qu'auront entr'eux la mesure, le diametre du cercle & la distance du pole au centre de ce même cercle. Mais la courbe aura toûjours deux portions fermées & rentrantes en elles-mêmes; la plus voisine du pole pourra avoir la figure d'un 8 de chifre, d'un fer de lance droit ou renversé, d'une amande, d'un ovale, d'un éventail, &c. la plus éloignée du pole aura constamment une figure assés approchante d'une *lunule*, dont la largeur sera d'autant moindre, & les angles d'autant plus aigus, que la mesure sera plus grande. Tant que la mesure surpassera le rayon, les deux portions de la courbe seront isolées. Elles commenceront à se toucher, si la mesure est prise égale au rayon, & si on la fait plus courte, elles se croiseront.

Toutes ces courbes qui ont un cercle pour base, un pole & une mesure constante, sont, comme on voit, des Conchoïdes du cercle. Quoique j'aye parcouru toutes leurs diverses combinaisons, je ne donne pas ici les figures de chacune en particulier, pour éviter un trop long détail. J'ai déja remarqué que plusieurs avoient été examinées & considérées sous un autre aspect. Outre ce qui a été cité, on retrouvera trois de ces Courbes dans une piece de M. Jean Bernoulli, insérée dans les Mémoires de Leipsick, année 1695, page 59, à l'occasion d'un Probleme sur la Courbe le long de laquelle doit être suspendu un poids pour retenir un Pont-levis en équilibre dans toutes ses situations possibles.

M. de Reaumur, dans le Mémoire déja cité, applique à toutes les Courbes possibles, prises pour base, le même principe de génération que M. Carré n'avoit employé que pour le Cercle. De plus M. de Reaumur laisse la liberté de placer à volonté, en un point quelconque du plan, le point fixe que M. Carré plaçoit seulement sur la circonférence de son cercle, & par ces deux généralisations non seulement il renferme les cas du Limaçon de M.rs Paschal & Roberval, la Courbe de M. Carré, & toutes celles du même genre qui ont un cercle pour base, mais il embrasse une infinité d'autres courbes.

Ainſi non ſeulement la Courbe du Tour eſt celle de M. de Reaumur, lorſque le côté de la Roſette eſt un arc de cercle; mais encore quelle que ſoit la courbûre de la Roſette, & en quelque point que ſoit pris le centre de rotation, ce qui s'étend à tout le ſecond cas, c'eſt-à-dire, à *toutes les poſitions directes de l'outil, la Roſette étant à pans courbes*, & ce qui renferme éminemment le premier cas *où les côtés de la Roſette ſont ſuppoſés droits.*

Il reſte le troiſiéme, qui eſt le plus compoſé, & qui les comprend tous. C'eſt *celui de la poſition oblique de l'outil, ſoit que la Roſette ſoit à pans droits ou courbes.* Et on a fait voir que la courbe tracée dans ce cas étoit la nouvelle eſpece de Conchoïde priſe au ſens qui a été expliqué.

Après m'être aſſûré que la Courbe du Tour étoit une Conchoïde priſe dans un ſens plus étendu qu'on ne la prend ordinairement ; avant que de m'engager plus avant dans l'examen de ſa nature & de ſes propriétés, je voulus voir ſi perſonne n'en avoit traité. C'eſt en parcourant les Mémoires de l'Académie que j'ai trouvé ce que je viens de citer de M.rs Carré & de Reaumur. Je tombai enſuite ſur le ſçavant Mémoire de M. de la Hire *ſur les Conchoïdes en général. La Conchoïde en général*, ſuivant le réſultat de ſa définition, *eſt une Courbe tracée ſur un plan immobile par un point quelconque d'un plan mouvant, dans lequel il y a une ligne droite donnée de poſition qui paſſe toûjours par un point fixe du plan immobile, tandis que l'extrémité de cette droite parcourt une baſe droite ou courbe tracée ſur le même plan.*

Ma ſurpriſe fut extrême, en voyant par cette définition qui comprend ce que nous avons nommé *Conchoïde directe*, & ce qu'on a appellé *Conchoïde oblique*, que cette courbe dans le point de vûë ſous lequel M. de la Hire la conſidére, eſt préciſément celle dont nous venons de parler, c'eſt-à-dire, une Conchoïde renduë plus générale que celle de Nicomede, par le retranchement de ces deux conditions particuliéres, la *baſe droite*, & le *point décrivant pris dans la regle*, leſquelles reſtreignoient la courbe de l'ancien Géometre. La Conchoïde

de M. de la Hire est donc exactement la courbe du Tour qu'il n'avoit pas alors en vûë; il est assés singulier qu'en suivant son objet, il n'ait généralisé la Conchoïde ni plus ni moins, mais autant précisément qu'il étoit nécessaire pour rencontrer la courbe du Tour, à laquelle est applicable tout ce qu'il dit de ses Conchoïdes. *Mem. de l'Ac. 1709. p. 320.*

Je ne parle point ici d'un sçavant ouvrage de Géométrie du R. P. Pierre Nicolas, Jésuite, publié en 1697, sous le titre *De Conchoïdibus & Cissoïdibus*, cet Auteur ayant adopté un autre principe de génération pour ses Conchoïdes, dont la mesure n'est constante que lorsque leur base est un cercle, ce qui fait qu'il n'y a que ce seul cas où sa Conchoïde soit la même courbe que la nôtre.

Les termes de *base*, de *pole*, de *mesure*, de *point parcourant*, & de *point décrivant* que j'ai employés, l'ont été dans le même sens par tous les Géometres; j'ai emprunté de M. de la Hire celui de *regle*, l'ayant regardé non-seulement comme le plus propre, mais comme consacré en ce sens par l'usage qu'en a fait cet illustre Académicien. Les seuls termes nouveaux dont je me suis servi, sont ceux de *Conchoïde directe*, & de *Conchoïde oblique*, pour éviter une longue périphrase.

L'ouvrage de M. de la Hire, dans lequel il donne des méthodes pour trouver les tangentes, les rectifications & les quadratures d'un grand nombre de courbes, a encore ce mérite particulier, qu'il est presque tout synthétique, & qu'il a par conséquent dû coûter beaucoup plus à l'Auteur.

Il reste peu à glaner dans un champ moissonné par des mains aussi habiles, cependant comme tout ce qu'a donné M. de la Hire ne regarde la courbe du Tour, que dans le cas de la touche pointuë, les cas de la touche platte, & de la touche courbe nous restent tous entiers. D'ailleurs M. de la Hire n'a pas donné le moyen de trouver en général le lieu des Conchoïdes, soit *directes*, soit *obliques*, & il paroît même qu'il a au moins douté que ces derniéres fussent géométriques, à en juger par ces paroles du Mémoire déja cité*. *toutes les Conchoïdes qui ont pour base des lignes géométriques*

* P. 59.

ſont auſſi des lignes géométriques, pourvû que dans la deſcription de la Conchoïde, la meſure ſoit jointe directement à la regle. Avant donc que de paſſer aux effets des touches droites & courbes, on fera voir que toutes les Conchoïdes, ſoit *directes*, ſoit *obliques*, ſans exception, qui ont pour baſe des lignes géométriques, ſont auſſi géométriques, en donnant le moyen d'en trouver toûjours l'équation en ce cas, ainſi que leurs tangentes, & les éléments de leur rectification & de leur quadrature; on fera auſſi l'application de la méthode à l'exemple de M. de la Hire où il prend le cercle pour baſe, ce qui donnera lieu à quelques obſervations.

PROBLEME III.

Fig. 10. *La baſe* TN (Fig. 10.) *étant donnée, trouver la Conchoïde* directe OM, *ou la courbe tracée par le point* O *pris dans la regle* OL, *mobile ſur le point fixe ou pole* C, *en ſorte que dans les diverſes poſitions* OL, MQ *de la regle, la meſure, c'eſt-à-dire, la partie* OT, MN *de la regle compriſe entre les deux courbes ſoit toûjours égale à une grandeur donnée.*

SOLUTION.

On cherchera deux équations qui expriment le rapport des coordonnées CR, r; RN, s de la baſe aux coordonnées CP, t; PM, u de la courbe cherchée. On tirera de ces équations les valeurs de r, s en t & u; & ſubſtituant ces valeurs dans l'équation donnée de la baſe, on aura celle de la courbe cherchée.

EXEMPLE.

Soit la meſure ou ligne conſtante OR, ou $MN = a$, les triangles ſemblables CRN, CPM fourniront les deux analogies ſuivantes

$$CM, \sqrt{tt+uu} \,.\, CP, t :: NM, a \,.\, PR, t-r;$$

d'où l'on tire $t - r = \frac{at}{\sqrt{tt+uu}}$, ou $t - \frac{at}{\sqrt{tt+uu}} = r$.

$$CP, t \,.\, PM, u :: CR, t - \frac{ta}{\sqrt{tt+uu}} \,.\, RN, s,$$

d'où l'on tire $\dfrac{tu - \dfrac{tau}{\sqrt{tt+uu}}}{t}$, ou $u - \dfrac{au}{\sqrt{tt+uu}} = s.$

Il ne reste plus qu'à substituer ces deux valeurs de r & de s dans l'équation de la base TN.

Soit cette courbe un cercle dont le diametre soit $CT, e,$ & l'équation par conséquent $er - rr = ss$; les valeurs précédentes de r & de s étant substituées, on aura

$$et - \frac{att}{\sqrt{tt+uu}} - \left(t - \frac{at}{\sqrt{tt+uu}}\right)^2 = \left(u - \frac{au}{\sqrt{tt+uu}}\right)^2.$$

Et divisant tout par $1 - \dfrac{a}{\sqrt{tt+uu}}$ diviseur commun, on aura $et - t\left(t - \dfrac{at}{\sqrt{tt+uu}}\right) = u\left(u - \dfrac{au}{\sqrt{tt+uu}}\right)$, ou $et - tt + \dfrac{att}{\sqrt{tt+uu}} = uu - \dfrac{auu}{\sqrt{tt+uu}}$, ou $et = tt + uu - \dfrac{att+auu}{\sqrt{tt+uu}}$, ou enfin $et = tt + uu - a\sqrt{tt+uu}$; équation à la Conchoïde OM, & plus simple que celle que M. de la Hire* donne pour le même cas, & que voici

$$xx + yy + 4rr - 2ry = 4r\sqrt{yy+xx} - \frac{4rry}{\sqrt{yy+xx}};$$

* Mem. de l'Ac. 1708, p. 53.

ce qui provient d'une réduction que M. de la Hire a négligé de faire : car en ordonnant ainsi son équation $xx + yy - 4r\sqrt{yy+xx} + 4rr = 2ry - \dfrac{4rry}{\sqrt{yy+xx}}$, on verra qu'en la divisant par $\sqrt{xx+yy} - 2r$, racine quarrée du premier membre, elle se réduira à $\sqrt{yy+xx} - 2r = \dfrac{2ry}{\sqrt{yy+xx}}$, & enfin à $2ry = yy + xx - 2r\sqrt{yy+xx}$ qui deviendra précisément la même que la nôtre, en appellant

t & u, les coordonnées CP, CM, que M. de la Hire a nommé dans son calcul y & x, en nommant e le diametre CT qu'il nomme $2r$, & enfin appellant a la mesure MN qu'il nomme encore $2r$, la supposant égale au diametre.

L'équation de cette courbe, de laquelle les inconnuës montoient à six dimensions, suivant M. de la Hire*, peut donc s'abbaisser au quatriéme degré, & par conséquent cette Conchoïde dans le présent cas, est du même ordre que la Conchoïde de Nicomede.

* Mem. de l'Ac. 1708. p. 53.

PROBLEME IV.

Fig. 11.

La Conchoïde directe OM (Fig. 11.) *décrite par le point* M *sur le pole* C *étant donnée, trouver le lieu de la Conchoïde* oblique *décrite par le point* S, *perpendiculaire sur la regle* CM *au point décrivant* M *de la Conchoïde directe!*

SOLUTION.

On cherchera deux équations qui expriment le rapport des coordonnées CP, t; PM, u de la Conchoïde *directe* OM aux coordonnées CQ, x; QS, y de la Conchoïde *oblique* cherchée. De ces deux équations, on tirera les valeurs de t & u en x & y, on les substituëra dans l'équation donnée de la Conchoïde directe, & on aura l'équation de la Conchoïde oblique que l'on cherche.

EXEMPLE.

On nommera a la perpendiculaire MS donnée, & on fera

$$CS^2 (xx + yy) = CM^2 (tt + uu) + MS^2 (aa).$$

Donc $tt + uu = xx + yy - aa$. (P.re équation A.)

$$CP, t . PM, u :: CQ, x . QV, \frac{ux}{t}.$$

$$CP, t . CM \sqrt{tt + uu} :: MS, a . VS, \frac{a\sqrt{tt+uu}}{t}.$$

De ces deux analogies, on tirera

$$QV, \frac{ux}{t} + VS, \frac{a\sqrt{tt+uu}}{t} = QS, y; \text{ ou}$$

$ty = ux + a\sqrt{tt + uu}$. (S.de équation B.)

De l'équation A, je tire $t = \sqrt{xx + yy - aa - uu}$, & substituant dans B, j'aurai $y\sqrt{xx + yy - aa - uu}$ $= ux + a\sqrt{xx + yy - aa}$, ou $y\sqrt{zz - uu} = ux + az$; en faisant, pour abréger le calcul, $xx + yy - aa = zz$; d'où l'on peut tirer la valeur de u en x & en z: car en quarrant, on aura $yyzz - uuyy = uuxx + 2auxz + aazz$; & résolvant l'équation, on aura après les réductions, $u = \frac{zzy - axz}{xx + yy}$ qu'il faut substituer dans une des premiéres équations pour en tirer la valeur de t dégagée de u. On choisira l'équation B où u n'aura qu'une dimension, si on prend la précaution de mettre à la place de $tt + uu$ son égale $xx + yy - aa$, ou pour le plus court zz; c'est donc dans $ty = ux + az$ qu'il faut substituer la valeur de $u = \frac{zzy - axz}{xx + yy}$, & on aura après les réductions $t = \frac{zzx + ayz}{xx + yy}$ qu'il n'y a plus qu'à substituer, en rétablissant la valeur de zz dans l'équation de la Conchoïde directe qu'on suppose donnée, pour avoir la Conchoïde oblique, qui est ce qu'il falloit trouver.

PROBLEME V.

La base TN (Fig. 11.) *seulement étant donnée, le pole étant* C, *la regle* CM, *trouver la Conchoïde* oblique, *ou la courbe tracée par un point quelconque* S, *situé hors de la regle, la mesure faisant au point* N *avec la regle* CM *un angle constant* MNS. Fig. 11.

SOLUTION I.

On tirera une perpendiculaire SM du point décrivant S sur la regle CM, cette ligne sera connuë étant le sinus de l'angle MNS donné. On cherchera par le Probleme III. le lieu à la Conchoïde directe, décrite par le point M de la regle, rencontré par la perpendiculaire SM, cette courbe

une fois connuë, on trouvera par le Probleme précédent, la Conchoïde oblique cherchée.

SOLUTION II.

Pour résoudre le Probleme directement, & trouver la Conchoïde oblique, sans chercher la directe, il n'y a qu'à substituer les valeurs t & u des coordonnées de la Conchoïde directe, trouvées en x & y par le Probleme précédent, dans les valeurs $r = t - \frac{at}{\sqrt{tt+uu}}$ & $s = u - \frac{au}{\sqrt{tt+uu}}$ des coordonnées de la base quelconque *(Probl. III.)*. Substituant donc $t = \frac{zzx+ayz}{xx+yy}$ dans cette valeur de r, en se ressouvenant que $\sqrt{tt+uu} = xx+yy-aa$, ou zz pour la facilité du calcul, on aura $r = \frac{zzx+ayz-axz-aay}{xx+yy}$, & rétablissant la valeur de z, on aura

$$r = x + \frac{ay\sqrt{xx+yy-aa} - ax\sqrt{xx+yy-aa} - aay - aax}{xx+yy}.$$

De la même maniére, en substituant $u = \frac{zzy-axz}{xx+yy}$ dans $s = u - \frac{au}{\sqrt{tt+uu}}$; on trouvera

$$s = y + \frac{aax - ax\sqrt{xx+yy-aa} - ay\sqrt{xx+yy-aa} - aay}{xx+yy}.$$

Ces deux expressions en x & y des coordonnées r & s de la base, serviront de formule générale pour trouver la Conchoïde oblique décrite par un point quelconque S, sans chercher la Conchoïde directe décrite par le point M, il n'y aura qu'à substituer ces deux valeurs dans l'équation de la base, & on aura l'équation de la Conchoïde oblique cherchée.

PROBLEME

PROBLEME VI.

La base TN (Fig. 11.) *le pole* C, *la mesure* NS, *&* *l'angle* MNS *de la mesure avec la regle étant donnés, trouver immédiatement la Conchoïde* oblique, *sans se servir des valeurs des coordonnées de la Conchoïde* directe. Fig. 11.

SOLUTION.

On pourra trouver directement deux équations entre les coordonnées r & s de la base & les coordonnées x & y de la Conchoïde oblique; on en tirera les valeurs de r & de s en x, & les substituant dans l'équation de la base, on aura la Conchoïde oblique cherchée.

EXEMPLE.

Ayant nommé *MN*, a; *MS*, b; *CR*, r; *RN*, s; *CP*, x; *QS*, y. Pour trouver le rapport de *CR*, r & *RN*, s à *CQ*, x & *QS*, y, on cherchera deux équations comme, par exemple, celles qui suivent,

$QV + VS = QS$, & $CV + VM - CN = NM$,

dont on trouvera les expressions algébriques par les analogies suivantes,

$$CR, r \,.\, RN, s :: CQ, x \,.\, QV, \frac{sx}{r}$$

$$CR, r \,.\, CN, \sqrt{rr+ss} :: MS, b \,.\, VS, \frac{bs}{r}$$

$$CR, r \,.\, CN, \sqrt{rr+ss} :: CQ, x \,.\, CV, \frac{x}{r}\sqrt{rr+ss}$$

$$CR, r \,.\, RN, s :: MS, b \,.\, VM, \frac{bs}{r}.$$

On aura donc $\frac{sx}{r} + \frac{bs}{r} = y$, & $\frac{x}{r}\sqrt{rr+ss} + \frac{bs}{r} - \sqrt{rr+ss} = a$.

Il est évident qu'on peut tirer de ces deux équations les valeurs de r & s en x & y, qui étant substituées dans l'équation de la base *TN*, donneront une équation entre x & y,

coordonnées de la Conchoïde oblique tracée par le point *S*. *Ce qu'il falloit trouver.*

En résolvant ces deux équations, on trouvera les mêmes valeurs de r & s qu'on a trouvées par une autre voye *(Prob. V.)*.

PROBLEME VII.

Rectifier les Conchoïdes.

SOLUTION.

Fig. 12. Soit Mm, la base *(Fig. 12.)*; A, le pole; AMN prolongée indéfiniment, la regle; Tt, un arc infiniment petit de la Conchoïde, & MT qui fait en M, avec la regle, l'angle constant; TMN, la mesure de cette même Conchoïde. Tirés TN, perpendiculaire en N sur la regle AMN, tandis que le point parcourant M décrira l'arc Mm de la base, & le point T l'arc Tt de la Conchoïde *oblique*, le point N décrira l'arc Nn d'une Conchoïde *directe*, dont MN sera la mesure. Il est question de trouver la valeur des éléments Nn & Tt; TM étant donné, ainsi que l'angle TMN, on aura MN qu'on fera $= a$, & $TN = b$.

On supposera que l'on ait l'équation de la base Mm entre les rayons AM, Am (y), qui partent tous du pole A, & les arcs infiniment petits (dx) compris entre deux rayons consécutifs AM, Am. On aura donc $dx = MR$, & $dy = Rm$; on aura aussi $Sn = dy$, car SR & mn sont tous deux égaux à MN. Donc de SR & de mn, ôtant ms qui leur est commun, on aura $Rm = Sn$. On fera ensuite les analogies suivantes, pour trouver la valeur des éléments cherchés. Prolongés TN & tn qui se rencontreront en O, on aura

$$AM, y \,.\, MR, dx :: AN, a+y \,.\, NS = \frac{adx + ydx}{y} = Vt;$$

NS & Vt étant les restes de deux quantités égales TS & Vn, dont on a retranché deux égales TN & tn, on aura aussi, à cause des triangles semblables ANS, OSn,

$$MR, dx \,.\, AM, y :: SN \,.\, AN :: Sn, dy \,.\, SO \frac{ydy}{dx}$$

& $AM, y \,.\, Mr, dx :: TO, b + \frac{ydy}{dx} \,.\, TV \frac{bdx+ydy}{y}$.

Or $Tt = \sqrt{TV^2 + Vt^2}$, & $Nn = \sqrt{NS^2 + Sn^2}$.

Donc $Tt = \sqrt{(\frac{bdx+ydy}{y})^2} + \sqrt{(\frac{adx+ydx}{y})^2}$,

& $Nn = \sqrt{(\frac{adx+ydx}{y})^2 + dy^2}$.

Il ne reste plus qu'à intégrer ces valeurs de Tt & Nn, pour avoir la rectification de ces deux courbes. Mais il faut pour cela avoir ces valeurs exprimées en une seule variable, ce qu'on tirera de l'équation de la base qui est supposée donnée. Si l'équation de la base supposoit des coordonnées perpendiculaires, comme *AP, PR,* on en tireroit par analyse la valeur de *AM* & *Mr* en une seule variable.

PROBLEME VIII.

Quarrer les Conchoïdes.

SOLUTION.

On fera les mêmes suppositions que dans le Probleme précédent.

Pour avoir la quadrature des courbes décrites par les points *N* & *T* (*Fig. 12.*) il faut trouver la valeur des deux éléments *MmNn* & *NnTt*, dont les intégrations donneront les espaces renfermés entre la base *Mm* & la Conchoïde directe tracée par le point *N*, & entre celle-ci & la Conchoïde oblique tracée par le point *T*. Fig. 12.

Le Trapeze *MmNn* ou *MRNS* qui en differe infiniment peu, & seulement de la différence des deux petits triangles *MRm* & *NSn*, est le produit de $\frac{MR+NS}{2} \times MN$, c'est-à-dire $\frac{dx + \frac{adx+ydx}{y}}{2} \times a$, qui se réduit à $\frac{aadx+2aydx}{2y}$.

Le Trapeze *NnTt* ou *SnTV* est $\frac{TV+Sn}{2} \times TN$, ou $\frac{\frac{bdx+ydy}{y} + dy}{2} \times b$, qui se réduit à $\frac{bbdx+2bydy}{2y}$.

L'équation de la base donnée exprimant le rapport de y à dx, on tirera la valeur de l'une ou l'autre de ces deux variables, & l'ayant substituée dans les éléments précédents, on aura leur valeur exprimée en une seule variable, & leur intégration donnera la valeur des espaces cherchés.

PROBLEME IX.

Trouver les Tangentes & les Perpendiculaires des Conchoïdes.

SOLUTION.

Fig. 13. Les mêmes choses supposées que dans les deux Problemes précédents, pour trouver la tangente TG (*Fig. 13.*) de la Conchoïde Tt & sa perpendiculaire TQ, on tirera par le pole A, perpendiculairement sur la regle AM, une ligne qu'on prolongera de part & d'autre vers Q & vers G. Du point T, dont on cherche la tangente, on menera TF parallele à la regle; tT prolongée rencontrera AF prolongée en quelque point G, & on aura la valeur de la soûtangente GF par cette analogie,

$$TV, \frac{bdx+ydy}{y} . Vt, \frac{adx+ydx}{y} :: TF, y+a$$

$$. FG = \frac{\frac{(adx+ydx)\overline{y+a}}{y}}{\frac{bdx+ydy}{y}} \text{ qui se réduit à } \frac{\overline{a+y}^2 dx}{bdx+ydy}.$$

FA, prolongée de l'autre côté, rencontrera la perpendiculaire TQ en un point Q, & on aura la valeur de la soûperpendiculaire FQ par l'analogie suivante,

$$Vt, \frac{adx+ydx}{y} . TV, \frac{bdx+ydy}{y} :: FT, a+y . FQ = \frac{bdx+ydy}{y}$$

$$\times \frac{y+a}{\frac{adx+ydx}{y}} \text{ qui se réduit à } \frac{\overline{bdx+ydy} \times \overline{a+y}}{adx+ydx} = \frac{bdx+ydy}{dx}$$

$= b + \frac{ydy}{dx}$. Donc AQ ou $FQ - FA = \frac{ydy}{dx}$; d'où il suit que $dx, MR . dy, Rm :: y, AM . \frac{ydy}{dx} AQ$. Ce qui fait voir que les triangles AMQ, MRm, sont semblables, & que MQ est perpendiculaire à Mm, c'est-à-dire,

à la base, ce qui donne cette propriété singuliére de la Conchoïde Tt, que sa perpendiculaire, celle de la courbe Mm qui lui sert de base, & celle qui coupe la regle AM dans le pole A se rencontrent au même point Q, ce qui fournit un moyen fort simple de mener une perpendiculaire à la Conchoïde. C'est aussi le résultat de la démonstration de M. de la Hire.

Si c'est la soûtangente EF de la Conchoïde *directe* Nn qu'on cherche, le cas sera plus simple, la regle même AN tiendra lieu de la parallele TF, & on trouvera la soûtangente AE par cette analogie,

$$Sn, dy . NS, \frac{adx + ydx}{y} :: AS, a + y . AE = \frac{adx + ydx}{ydy} \times \overline{a + y} = \frac{dx \times \overline{a+y}^2}{ydy},$$

& la soûperpendiculaire AL par celle-ci,

$$NS, \frac{adx + ydx}{y} . Sn, dy :: AS, a + y . AL = \frac{ady + ydy}{\frac{adx + ydx}{y}} = \frac{ydy}{dx}.$$

Dans ces deux cas, en se servant de la premiére formule une fois trouvée, & faisant TN, $b = 0$, on trouveroit les mêmes valeurs pour la soûtangente AE & la soûperpendiculaire AL que par les deux analogies précédentes.

J'ai fait l'application de ces méthodes à divers exemples, en déterminant la base; je ne les mettrai point ici, pour ne pas sortir des bornes d'un Mémoire. Il nous reste d'ailleurs à examiner ce que devient la Courbe du Tour dans les différentes suppositions qu'on peut faire à l'égard de la Touche. Tout ce qui précede, comme on en a averti, n'étant applicable qu'à l'hypothese de la Touche pointuë, ou dont un seul & même point toucheroit successivement tous ceux du contour de la Rosette, ce qui est le cas le plus simple, mais qui ne peut être rigoureusement vrai dans la pratique, quand même on se serviroit d'une Touche pointuë.

Pour remplir l'objet qu'on s'est proposé, il reste donc à examiner les hypotheses de la Touche droite ou platte, &

celles de la Touche courbe. Cet examen & les différents cas qui y ſont renfermés me fourniroient ſeuls la matiére d'un Mémoire aſſés étendu, ſi le temps de nôtre départ qui approche, & les préparatifs qu'entraîne néceſſairement un voyage *, tel que celui auquel nous ſommes deſtinés, me laiſſoient le loiſir de mettre en œuvre tous les matériaux que j'ai raſſemblés depuis que j'ai entrepris ces recherches. Je me contenterai donc d'en donner ici un extrait abrégé, & d'y joindre quelques Problemes.

Juſqu'à préſent la baſe de la Courbe du Tour a toûjours été le contour même de la Roſette, ainſi qu'il a été démontré, le point parcourant dans l'hypotheſe de la Touche pointuë n'étant autre choſe que la pointe même de la Touche qui ſuivoit le contour de la Roſette. Mais ſi on ſuppoſe que la touche eſt une ligne droite *AT* (*Fig. 14.*) ce n'eſt plus le point *T* qui appuye ſur le bord de la Roſette, la courbe qu'il décrit eſt donc différente du contour de la Roſette, & c'eſt cette courbe qu'il faut chercher, ſi l'on veut avoir, dans les différents cas que peut fournir la touche rectiligne, la baſe de la Conchoïde décrite par l'outil du Tour.

La touche étant droite, le côté de la Roſette ne peut être que droit ou courbe; s'il eſt droit, il peut être plus petit, plus grand ou égal à la ligne droite qui repréſente la touche. Qu'il ſoit égal ou plus petit, on verra que cela revient au même. Si le contour de la Roſette eſt courbe, la touche rectiligne, ſi petite qu'elle ſoit, eſt plus longue qu'un côté de la Roſette, qui alors eſt infiniment petit, mais la touche peut être ou extérieure ou intérieure à la courbe. Ce ſont quatre cas différents à examiner.

* Voyage de trois Académiciens envoyés par le Roy pour faire des Obſervations ſous l'Equateur.

Hypothese de la Touche rectiligne.

PROBLEME X.

Trouver la Courbe décrite par le point T (Fig. 14.) *interſection de la Touche* ab *& de la droite* CT, *le côté de la Roſette étant* AB, *le centre* C, *& la Touche étant la droite* ab *égale au côté* AB *de la Roſette.* Fig. 14.

SOLUTION.

Ce n'eſt plus ici comme dans l'hypotheſe de la Touche pointuë, le côté *AB*, dont tous les points rencontrent ſucceſſivement le point *T* de la touche, ce ſont au contraire les angles de la Roſette, par exemple, l'angle *A* qui gliſſe le long de la touche, & rencontre ſucceſſivement tous ſes points depuis *a* juſqu'à *b*. Ce mouvement peut être remplacé, en faiſant mouvoir l'équerre *aTO* ſur les points *C* & *A*, en ſorte que le côté *TO* porte toûjours ſur *C*, & le côté *aT* toûjours ſur *A*. Il eſt clair qu'en ce cas le point *T* ou le ſommet de l'équerre décrira un arc de cercle ſur le point *I* qui partage *AG* en deux également.

Si la touche *ab* étoit oblique au côté *AB* de la Roſette, l'angle *aTO* ne ſeroit plus droit, mais le point *T* n'en décriroit pas moins un arc de cercle (par la 23.me propoſition du 3.me Livre d'Euclide).

La courbe du Tour ou la courbe décrite par le point *O* ſera donc en ce cas la Conchoïde, dont l'arc de cercle décrit par le point *T* ſera la baſe. Cette Conchoïde ſera *directe* ou *oblique*, ſelon que le point décrivant *O* ſera placé ou ſur la regle ou hors de la regle *TC*.

On voit que ſoit que la touche ſoit égale à *ab*, ſoit qu'elle ſoit plus longue, comme *FD*, cela revient au même, puiſque l'angle *A* de la Roſette ne peut jamais rencontrer la touche qu'au point *a*, & la quitte au point *B*.

PROBLEME XI.

Fig. 15. *Trouver la Courbe décrite par le point* T (Fig. 15.) *le côté de la Rosette étant* AB, *le centre* C, *& la Touche étant* DF *plus courte que* AB *côté de la Rosette.*

SOLUTION.

On remarquera que ce n'est plus ici le point *T*, mais le point *D* ou *F* qui porte sur le bord de la Rosette. Le point *D* ou *F* est donc le point parcourant qui se trouve ici transporté hors de la regle. Ainsi pour avoir un mouvement équivalent à celui du Tour, au lieu de faire tourner la ligne *TCO* sur le point *C*, en faisant suivre au point *T* le bord de la Rosette, c'est l'équerre entiére *OTD* qu'il faut faire mouvoir sur le même point *C*, en faisant décrire au point *D* ou *F* le contour de la Rosette. Le Probleme se réduit donc à celui-ci.

Fig. 16. *Trouver la Courbe décrite par le sommet de l'équerre* DTO (Fig. 16.) *dont la branche* TO, *prolongée indéfiniment, glisse sur le point fixe* C, *tandis que le point* D *de la branche* TD *parcourt une droite* AB.

On fera $CT = a$; $TD, td = b$; $CL, TG = x$; $GT = y$; $Lt = a + y$; $dG = \sqrt{bb - yy}$, & on dira $LC, x . Lt, a + y :: GT, y . dG, \sqrt{bb - yy}$. D'où l'on tire $x\sqrt{bb - yy} = ay + yy$ & $bbxx - xxyy = aay^2y + 2ay^3 + y^4$, équation générale de cette courbe qui donne pour les différents cas des figures très-différentes, selon que $a >< \text{ou} = b$. Ce détail nous meneroit trop loin.

Fig. 15. Le point *T* (*Fig. 15.*) ne décrit réellement sur le Tour que la portion supérieure à la ligne *AB*, commençant au point *D*, & finissant lorsque le point *D* de l'équerre rencontre le point *A* ou l'angle de la Rosette ; alors c'est le point *A* qui glisse le long de la branche de l'équerre *DT*, & on retombe dans le cas du Probleme X. Ainsi lorsque la touche

touche *DF* eſt plus courte que le côté *AB* de la Roſette, le point quelconque *O* décrit à chaque demi-pan de la Roſette deux portions de Conchoïde, l'une qui a pour baſe la courbe précédente, l'autre qui a pour baſe un arc de cercle.

Si la touche *DF* n'étoit pas perpendiculaire à la regle *CT*; ſi, par exemple, elle faiſoit avec *CT* l'angle *CQF*, le ſommet *T* de la fauſſe équerre décriroit une courbe d'un degré plus élevé, dont la précédente n'eſt qu'un cas particulier; la recherche de cette courbe ſeroit abſolument étrangere à notre objet, & inutile pour parvenir à la courbe du Tour décrite par le point *O* dans le cas même où la touche ſeroit oblique. Il ſuffit que quel que ſoit l'angle en *T*, l'équation précédente donnera toûjours la courbe décrite par *T*, point de concours de la regle *CT*, & de la perpendiculaire *DT* tirée du point décrivant *D* ſur la regle, & cette courbe ſera toûjours la baſe de la Conchoïde, ſoit directe, ſoit oblique, décrite par le point *O*.

PROBLEME XII.

Trouver la courbe décrite par le point T (Fig. 17.) *la courbe* AB *étant le côté de la Roſette, le centre étant* C, *& la touche étant une droite quelconque* DF, *tangente à la Roſette ſucceſſivement dans tous ſes points.* Fig. 17.

SOLUTION.

Pour remplacer ici le mouvement ordinaire du Tour, la double équerre *DTCF*, compoſée de la regle *TC*, & de la touche *DF* doit ſe mouvoir, en ſorte que le point *D*, par exemple, ſuive le contour *AB* de la Roſette, ſans que le côté *DT* coupe jamais la courbe; ce qui eſt néceſſaire, puiſque la touche du Tour ne peut que s'appuyer ſur le bord intérieur de la Roſette. On voit que dans ce cas, la touche *DF*, dans toutes ſes ſituations poſſibles, ſera toûjours tangente à la Roſette dans le point *E*, & que la regle paſſant

toûjours par le point *C*, dans toutes les ſituations de *DF*, lui demeure toûjours perpendiculaire en *T*. Or M. Clairaut a démontré *, qu'en tirant des perpendiculaires d'un point fixe ſur les tangentes ſucceſſives d'une courbe quelconque, les points de concours de ces perpendiculaires & des tangentes, ſeront dans une Epicycloïde. Le point *T*, ou le ſommet de notre équerre mobile étant le point de concours de la tangente & de la perpendiculaire, décrira donc une Epicycloïde, & il ſuit de la même démonſtration, que cette Epicycloïde ſera ſoûdouble de celle que décriroit le centre de la Roſette, en la faiſant rouler ſur ſa pareille. La courbe du Tour, ou la courbe décrite par le point *O* ſera donc en ce cas la Conchoïde directe ou oblique, dont l'Epicycloïde précédente ſera la baſe.

* *Recherches ſur les Courbes à double courbûre, p. 106.*

Il reſte un quatriéme cas dans la ſuppoſition de la touche rectiligne, c'eſt celui où la touche ſeroit intérieure à la courbe qui ſert de Roſette. Ce cas n'a pas lieu dans la pratique ordinaire du Tour où la touche, quelle que ſoit ſa figure, ne porte jamais que ſur le bord extérieur de la Roſette. Mais il ſeroit poſſible de pratiquer un rebord de champ à la Roſette, & en coudant la touche, de faire porter ſon plat ſur ce rebord par dedans, ce qui fournit la matiére d'un nouveau Probleme; on va examiner ce cas, parce qu'il en réſulte une nouvelle eſpece de Conchoïde plus générale encore que celle de M. de la Hire.

PROBLEME XIII.

Fig. 18. *Trouver la courbe décrite par le point* M (Fig. 18.) *la courbe* AB *étant le côté de la Roſette, le centre étant* C, *& la touche étant une droite quelconque* DMT, *qui porte toûjours par un point* T *ſur le contour* AB *de la Roſette, du côté concave vers* C.

SOLUTION.

On voit que la différence du cas préſent à celui de la touche pointuë, conſiſte en ce que le point parcourant qui,

dans le premier cas, étoit pris dans la regle, comme en *M*, eſt ici tranſporté hors de la regle en *T*, en ſorte que la courbe donnée *AB* n'eſt pas, à proprement parler, & ſuivant la définition précédente, la vraye baſe des Conchoïdes tracées par les points *O*, *o*, mais une baſe empruntée, pour ainſi dire, que nous nommerons *fauſſe baſe*, pour la diſtinguer de l'autre qu'on appellera la *vraye baſe*. Le Probleme ſe réduit donc à trouver la courbe que décrit le point *M*, ou la tête de l'équerre *CMT*, tandis que le point *T* parcourt la courbe donnée *AB*.

Soit $MT = a$, $CQ = p$, & $TQ = q$, coordonnées de la courbe donnée *AB*, parcouruë par le point *T*; $CP = r$, & $PM = ſ$, coordonnées de la courbe cherchée, tracée par le point *M*, on aura $MC \sqrt{rr + ſſ}$, & on fera les analogies ſuivantes, pour avoir les valeurs de p & q, exprimées en $ſ$ & r.

$$MC, \sqrt{rr+ſſ} . MP, ſ :: MT, a . TR = PQ = \frac{aſ}{\sqrt{rr+ſſ}}$$

$$MC, \sqrt{rr+ſſ} . CP, r :: MT, a . MR = \frac{ar}{\sqrt{rr+ſſ}}.$$

Or $CQ = CP + PQ$. Donc $p = r + \frac{aſ}{\sqrt{rr+ſſ}}$, & $TQ = MP - MR$. Donc $q = ſ + \frac{ar}{\sqrt{rr+ſſ}}$.

Ces deux valeurs de p & de q, ſubſtituées dans l'équation ſuppoſée donnée de la fauſſe baſe *AB*, donneront la courbe tracée par le point *M*, laquelle ſera la baſe de toutes les Conchoïdes tracées par les points *O*, *o*, &c.

Si on veut trouver ces courbes *O*, *o*, directement, ſans chercher la baſe *Mm*, on le pourra par le Probleme ſuivant.

PROBLEME XIV.

Fig. 19. *La* fausse base, *ou la courbe* AB (Fig. 19.) *tracée par le point parcourant* T, *pris hors de la regle* CM, *étant donnée, le pole étant* C; *trouver immédiatement la courbe du Tour, ou la Conchoïde tracée par un point quelconque* S, *sans chercher préalablement la courbe tracée par le point* M *servant de base à la Conchoïde* S ?

SOLUTION.

Soit $SN=a$, $MT=b$, $MN=c$, $CR=p$, $RT=q$; $CP=x$, $PS=y$, $PO=z$; on pourroit se passer de cette troisiéme inconnuë, mais on l'introduit pour la facilité du calcul, & on la fera disparoître ensuite. On aura aussi PR, ou $QH=p+x$, & $CO=\sqrt{xx+zz}$. On pourra faire les analogies suivantes,

$CP, x . PO, z :: CR, p . RH, \frac{pz}{x}$.

$CP, x . CO, \sqrt{xx+zz} :: SN, a . SO, \frac{a\sqrt{xx+zz}}{x}$.

$CP, x . PO, z :: MT, b . HM, \frac{bz}{x}$.

$CP, x . PO, z :: SN, a . ON, \frac{az}{x}$.

$CP, x . CO, \sqrt{xx+zz} :: MT, b . HT, \frac{b\sqrt{xx+zz}}{x}$.

$CP, x . CO, \sqrt{xx+zz} :: HQ, p+x . HO, \frac{p+x}{x}\sqrt{xx+zz}$.

D'où l'on tirera ces trois équations

$$SO+OP=PS.$$

Donc $\frac{a\sqrt{xx+zz}}{x}+z=y$, ou $a\sqrt{xx+zz}+zx=xy$.

$$RH + HT = RT.$$

Donc $\frac{pz}{x} + \frac{b}{x}\sqrt{xx + zz} = q,$

ou $pz + b\sqrt{xx + zz} = xq.$

$$ON + OH + HM = MN.$$

Donc $\frac{az}{x} + \frac{p+x}{x}\sqrt{xx + zz} + \frac{bz}{x} = c,$

ou $\overline{a + b}z + \overline{p + x}\sqrt{xx + yy} = cx.$

Il est évident qu'avec ces trois équations on peut faire évanouir z, & tirer les valeurs de p & q, coordonnées de la courbe donnée Tt, en x & y, coordonnées de la courbe cherchée Ss, qu'il n'y aura plus qu'à substituer dans l'équation donnée, pour avoir celle de la courbe Ss que l'on cherche.

COROLLAIRE.

En faisant $a = 0$, le point S deviendra le point N, & donnera, au lieu de la Conchoïde oblique Ss, la Conchoïde directe Nn, tracée par le point N situé dans la regle MCN.

Remarqués que la courbe Ss ni la courbe Nn, ne sont Conchoïdes qu'à l'égard de la courbe que trace le point M, qui peut leur servir de base; mais considérée par rapport à la *fausse base* Tt, ce n'est plus une Conchoïde, ou ç'en est une d'une nouvelle espece, dont les Conchoïdes de M. de la Hire ne sont qu'un cas particulier. Au lieu d'une ligne droite, comme Nicoméde, l'Auteur moderne prend pour base une ligne quelconque, & au lieu de prendre le point décrivant sur la regle, il le prend dans un point quelconque du plan. Nous ajoûtons quelque chose de plus, ou plûtôt nous retranchons une condition qui restreint encore la Conchoïde de M. de la Hire; car s'il laisse la liberté de prendre le point décrivant S, hors de la regle MCN, il prend du moins son

point parcourant *M*, toûjours dans la regle, au lieu que le point parcourant de la nouvelle Conchoïde, peut, ainſi que le point décrivant, être pris dans un point quelconque du plan, ſans aucune reſtriction.

On en pourra trouver les tangentes & les perpendiculaires, ſoit par la méthode ci-devant indiquée, ſoit par celle de M. de la Hire, en réduiſant auparavant la nouvelle Conchoïde à l'eſpece dont il a traité, par la recherche de la courbe *M*, qui lui ſervira de baſe, comme on l'a enſeigné Probleme XII. Quant à la rectification & à la quadrature de la nouvelle courbe, voici le moyen d'en touver les élements, & le Probleme propoſé dans toute ſa généralité.

PROBLEME XV.

Fig. 20. *Trouver les élements* M-m, Nn, Tt (Fig. 20.) *des courbes tracées ſur le plan immobile, par les points* M, N, T, *du plan mobile, tandis que le point* S *du même plan parcourt la courbe donnée* Sſ. *Trouver de plus la valeur des élements* tTmM, SſnN, *pour avoir la quadrature des eſpaces renfermés entre les courbes* Tt, Mm, Nn & Sſ.

SOLUTION.

Soit $MT = a$, $MCN = b$, $NS = c$, $CP = x$, $PS = y$; on aura $CS = \sqrt{xx + yy}$; CN, $\sqrt{xx + yy - bb} = z$, $CM = b - z$.

Le rayon étant ſuppoſé égal à l'unité, on trouvera la tangente de l'angle $SCP = \frac{y}{x} = t$. Donc la différentielle du même angle $\frac{dt}{1 + tt}$. Par la même raiſon, la tangente de l'angle $SCN = \frac{c}{z}$. Donc la différentielle de l'angle SCN $= \frac{\frac{-cdz}{zz}}{1 + \frac{cc}{zz}} = \frac{-cdz}{zz + cc}$. Donc la différentielle de l'angle NCP, ou le petit angle $NCn = \frac{dt}{1 + tt} - \frac{cdz}{zz + cc}$.

Maintenant pour avoir l'arc Nq, dont le rayon eſt CN, on fera $1 . \frac{dt}{1+tt} - \frac{cdz}{zz+cc} :: z . \frac{zdt}{1+tt} - \frac{zcdz}{zz+cc} = Nq$, & comme mO, Nq ſont des arcs de cercle, & que $MN = mn$, il ſuit que $MO = nq = dz$. Pour avoir uM, je me ſers des triangles ſemblables ulM, NCq; car nlM eſt ſemblable à OrM, celui-ci à MCO, & MCO à MCq; on fera donc $CN . NQ :: ul = MT . uM$. Retranchant uM de OM, j'aurai uO ou tl, & je trouverai mO, en faiſant $Cq . Nq :: Cm . mO = lT$.

Ayant les valeurs de NQ, nq, mO, OM, tl, lT, on aura tous les éléments des courbes cherchées Nn, Mm, Tt.

Voilà ce qui regarde la Touche rectiligne, il reſte à examiner les effets de la Touche courbe.

Hypotheſe de la Touche courbe.

Au lieu de ſuppoſer la touche pointuë ou rectiligne, on peut ſuppoſer que c'eſt une portion de courbe ; cette ſuppoſition n'a lieu dans la pratique, qu'à l'égard du cercle, puiſque, comme on a déja remarqué, pour rendre le mouvement du Tour plus doux, la touche porte ordinairement à ſon extrémité une petite poulie ou roulette, contre laquelle s'appuye le côté de la Roſette.

Tous les cas de l'hypotheſe de la touche courbe ſe peuvent réduire à deux ; celui où le côté de la Roſette eſt une droite, & celui où le côté de la Roſette eſt une courbe.

Si le côté de la Roſette eſt une droite, il eſt clair que cette droite ſera tangente ſucceſſivement aux divers points de la courbe qui forme la touche. Le mouvement du Tour, en ce cas, ſera remplacé, en ſuppoſant que l'angle mixtiligne FTC *(Fig. 21.)* compoſé de la courbe TF qui repréſente la touche, & de la regle TCO, ſe meut en gliſſant ſur le point C, en ſorte que le côté AB de la Roſette eſt toûjours tangent à la courbe TF. Fig. 21.

On voit qu'il n'y a en ce cas aucun point de la touche qui

parcoure le côté AB de la Rosette; la ligne AB n'est donc point ici la base de la courbe tracée par l'outil du Tour situé en quelque point O ou o. Pour avoir cette courbe, il n'est question que d'en trouver une qui puisse lui servir de base, & il suffit pour cela de connoître une des courbes qui, dans le mouvement prescrit, seroit tracée par un des points de la regle TC. Nous choisirons comme la plus simple, celle que trace T, ou le point de concours de la regle OT, & de la touche TF.

PROBLEME XVI.

Fig. 21. *Soit la courbe* TF *donnée* (Fig. 21.) *attachée en* T *à la regle* TC, *prolongée indéfiniment vers* O, *& mobile sur le point fixe* C. *La droite* TCO *passant toûjours par le point* C, *qu'on fasse mouvoir la courbe* DF *le long de la ligne donnée* AB, *qui lui sera tangente dans ses divers points* Ff *successivement; on demande quelle est la courbe* Tt *tracée pendant ce mouvement par le point* T.

SOLUTION.

Soient $HG = x$, $GT = y$, coordonnées de la courbe cherchée Tt, $PF = u$ & $TP = z$, coordonnées de la courbe donnée TF, dont on connoît par conséquent la tangente $LF = t$, & la soûtangente $LP = s$, on aura $LT = s - z$, & la distance donnée du point C à la ligne AB sera $HC = a$, on cherche l'équation de la courbe Tt.

Les triangles CTQ, CHL, LPF, LTG sont semblables, on aura donc

$$PF, u \,.\, LF, t :: HC, a \,.\, CL, \frac{at}{u},$$

$$LF, t \,.\, LP, s :: CL + LT, \frac{at}{u} + s - z \,.\, CQ, x = \frac{ast + uss - usz}{ut}.$$

On aura aussi $LF, t \,.\, PF, u :: LT, s - z \,.\, GT, y = \frac{su - uz}{t}$.

Ayant

Ayant les valeurs de x & y en u & z, avec l'équation de la courbe *TF*, on aura de quoi faire disparoître u & z, & il restera l'équation de la courbe cherchée *Tt*, qui étant prise pour base, servira à trouver toutes les courbes que peut tracer l'outil dans ses diverses situations *Oo*, &c. On eût pû tirer ici, comme dans les Problemes précédents, les valeurs de u & z en x & y; mais elles eussent été mêlées de t & s, tangente & soûtangente de la courbe *TF*, desquelles on n'a la valeur qu'en u & z.

Enfin, si le côté de la Rosette est une courbe, la touche étant à roulette, c'est comme si la regle *MCO* étoit attachée au cercle *IND*, & qu'on fît rouler ce cercle sur la courbe *AB*, en faisant glisser la regle *MCO*, sans jamais quitter le point *C*. Tous les points de la regle décriront en ce cas diverses courbes qui seront mutuellement les bases & les Conchoïdes les unes des autres. Nous chercherons, comme la plus simple, celle qui est décrite par le point *M*, centre du cercle qui forme la roulette de la touche. Fig. 22.

PROBLEME XVII.

Trouver la courbe tracée par le point M (Fig. 22.) *centre du cercle* IND, *qui roule sur la courbe donnée* AB, *tandis que* MIO, *diametre prolongé du même cercle, glisse sur le point fixe* C, *sans jamais s'en écarter.* Fig. 22.

SOLUTION.

Le cercle *IND* touche la courbe *AB* en un point quelconque *N*, par où passe la tangente commune *LN*. Tirés *LF* à volonté, pour servir d'axe à la courbe donnée *AB*, & à la courbe cherchée *MD*, dont les coordonnées auront leur origine commune au point fixe *C*. Soit donc $CP = x$, $PM = y$, $CQ = u$, $QN = z$, *MK* parallele à *PQ*, sera $u - x$. *NK*, prolongement de *QN*, sera $y - z$. Le cercle *IND*, & la courbe *AB* étant donnés, on aura le rayon $MN = a$, la perpendiculaire $NS = p$, & la soûperpendiculaire $QS = s$.

On fera $NS, p \,.\, QS, s :: MN, a \,.\, MK, u - x = \frac{as}{p}$

Donc $x = u - \frac{as}{p}$.

$NS, p \,.\, NQ, z :: MN, a \,.\, NK, y - z = \frac{az}{p}$

Donc $y = z + \frac{az}{p}$.

La relation entre u & z étant connuë par l'équation de la courbe donnée AB, on fera disparoître u & z, & on aura l'équation cherchée en x & y de la courbe MD. Cette courbe peut servir de base à toutes les Conchoïdes décrites par les points O, o, &c. Et en donnant la courbûre MD à la Rosette, & supposant la touche pointuë, l'outil traceroit les mêmes courbes que dans le cas présent de la touche en roulette, & de la Rosette AB.

Si la regle prolongée IM ne passoit pas par le centre du cercle, mais en étoit une corde, ou si on supposoit à la touche une autre courbûre que la circulaire, supposition qui n'a pas lieu dans la pratique, on ne pourroit employer avec le même avantage la perpendiculaire & la soûperpendiculaire de la courbe AB. Il faudroit chercher plusieurs analogies entre les coordonnées des trois courbes, & on pourroit se servir des méthodes employées dans quelques-uns des Problemes précédents; mais le calcul en seroit long, & d'ailleurs inutile au but que nous nous sommes proposés, ainsi nous nous en tiendrons là.

On a donc démontré que dans le cas de la touche pointuë, la courbe tracée par l'outil du Tour étoit toûjours une Conchoïde prise suivant la définition de M. de la Hire; & quoique cela ne soit plus vrai hors de cette hypothese, pour ramener la courbe du Tour au même point de vûë dans toutes les suppositions qu'on peut faire sur les diverses figures de la touche, on a donné le moyen de considérer toûjours la courbe tracée par l'outil, comme une Conchoïde, en cherchant dans les divers cas de la touche rectiligne ou curviligne,

la courbe qui peut ſervir de baſe à celle du Tour priſe pour Conchoïde, c'eſt-à-dire, pour en faire l'application au Tour, la courbe dont il faudroit que la Roſette eût la figure, pour faire ſuivre à l'outil le même trait, en ſuppoſant la touche pointuë.

Quelle que ſoit la figure de la Roſette & de la touche, & quelle que ſoit la poſition de l'outil, on a donc le moyen de reconnoître la nature & l'eſpece de courbe tracée par l'outil du Tour, ce qui eſt l'objet qu'on s'étoit propoſé.

Je n'ai point parlé des Tours dont l'arbre fixe par une extrémité, n'eſt mobile que par l'autre, comme un levier de la ſeconde eſpece. La ſeule différence entre l'effet de ceux-ci, & l'effet du Tour parallele que nous avons décrit, conſiſte en ce que dans ceux dont il eſt ici queſtion, la figure tracée peut, en conſervant ſes proportions, devenir plus ou moins grande, en approchant ou en éloignant ſeulement l'ouvrage de la Roſette; au lieu que dans le Tour parallele, la diſtance de la Roſette à l'outil, n'apporte aucun changement dans les dimenſions de la figure.

Il y a auſſi des Tours dans leſquels l'arbre, au lieu de ſe mouvoir parallelement à lui-même, eſt porté par deux poupées mobiles, ſur un axe commun parallele à l'arbre, en ſorte que l'axe de l'arbre, au lieu de ſe mouvoir dans un plan, ſe meut dans la ſuperficie d'un cylindre, & que le centre de la Roſette, au lieu de décrire une droite, comme il la décrit dans ſon mouvement alternatif de paralleliſme, que nous avons expliqué, décrit un arc de cercle. Il eſt vrai que la hauteur des poupées étant d'un ou deux pieds, le rayon de ce cercle eſt ſi grand par rapport au petit arc que décrit le centre de la Roſette, que cet arc peut être pris ſenſiblement pour une ligne droite; & la conſtruction de ce Tour n'eſt faite que pour en éviter une plus compoſée que demanderoit le mouvement de paralleliſme proprement dit.

A l'égard de la courbe du Tour qui en réſulte, c'eſt une Conchoïde plus compoſée encore que toutes celles dont

nous avons parlé, puisque cette construction du Tour fait à l'égard de la courbe tracée, le même effet que si la regle que nous avons toûjours supposée droite, devenoit circulaire. Les mêmes méthodes que nous avons employées feroient trouver l'équation de cette nouvelle Conchoïde; le calcul seulement en seroit plus long, & il n'a rien qui invite à en surmonter les difficultés.

Au lieu de supposer la regle circulaire, on pourroit la supposer courbe d'une courbûre quelconque, supposition très-éloignée de la pratique, & qui ne feroit que des cas particuliers de tout ce que nous avons donné de plus général, mais ce Mémoire n'est déja que trop long.



Fig. B

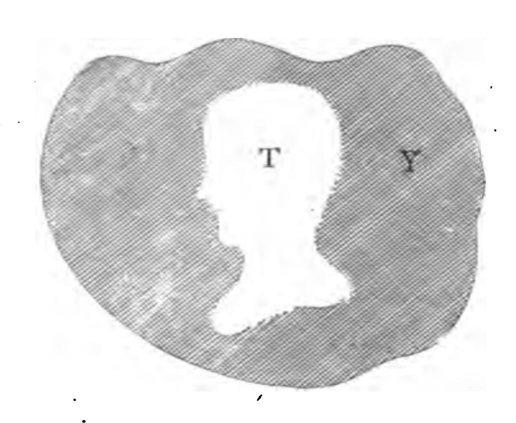
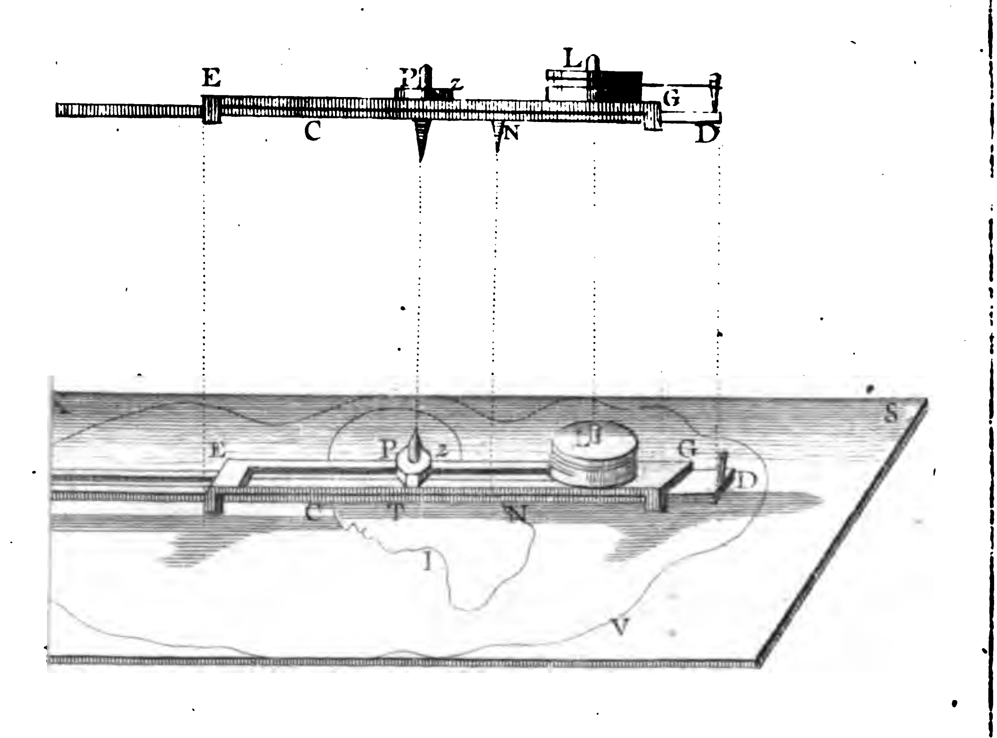


Fig. A



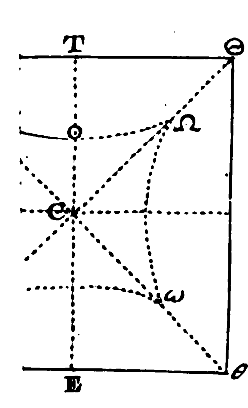
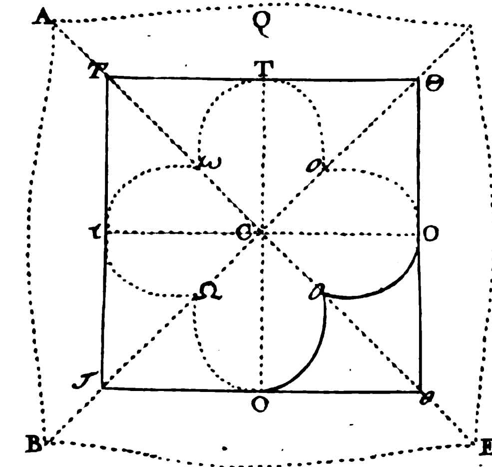


Fig. 2



ig. 3

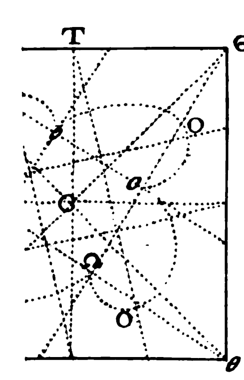


Fig. 4

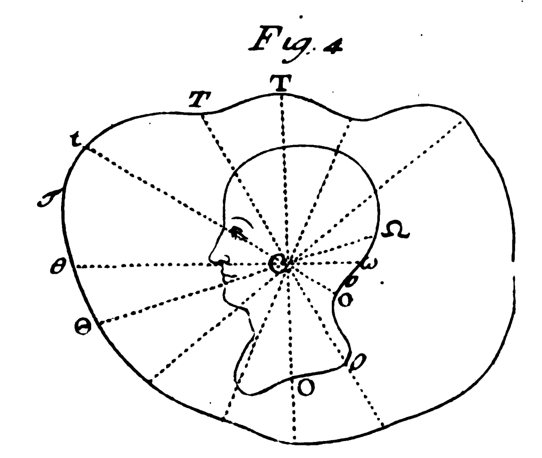
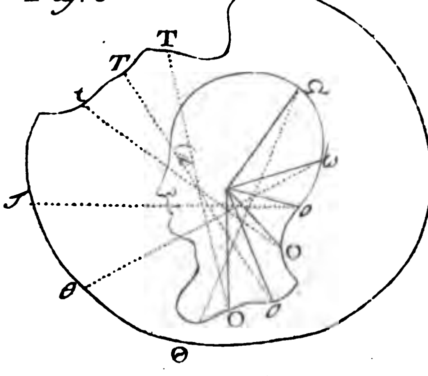
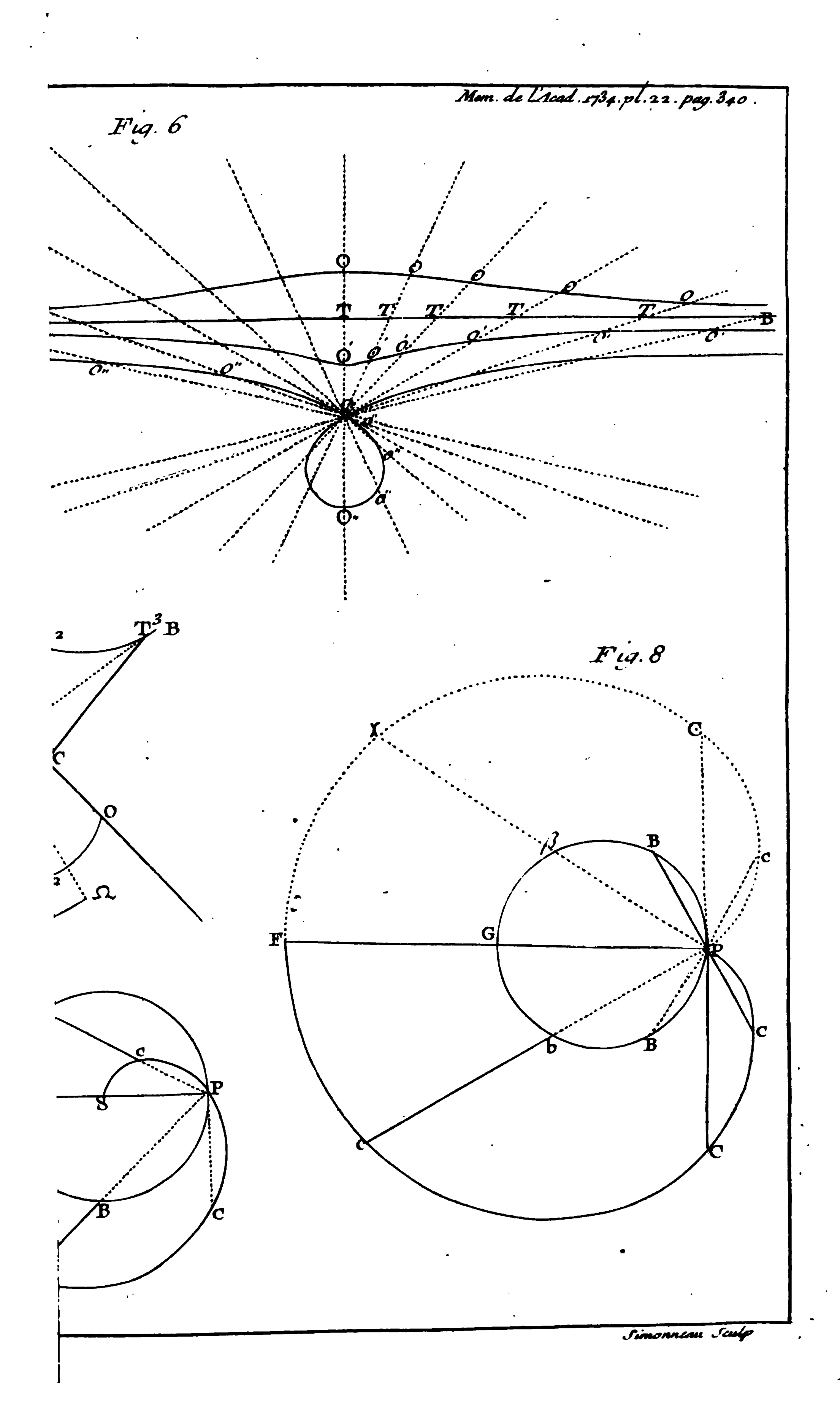


Fig. 5



Simonneau Sc.



Simonneau Sculp

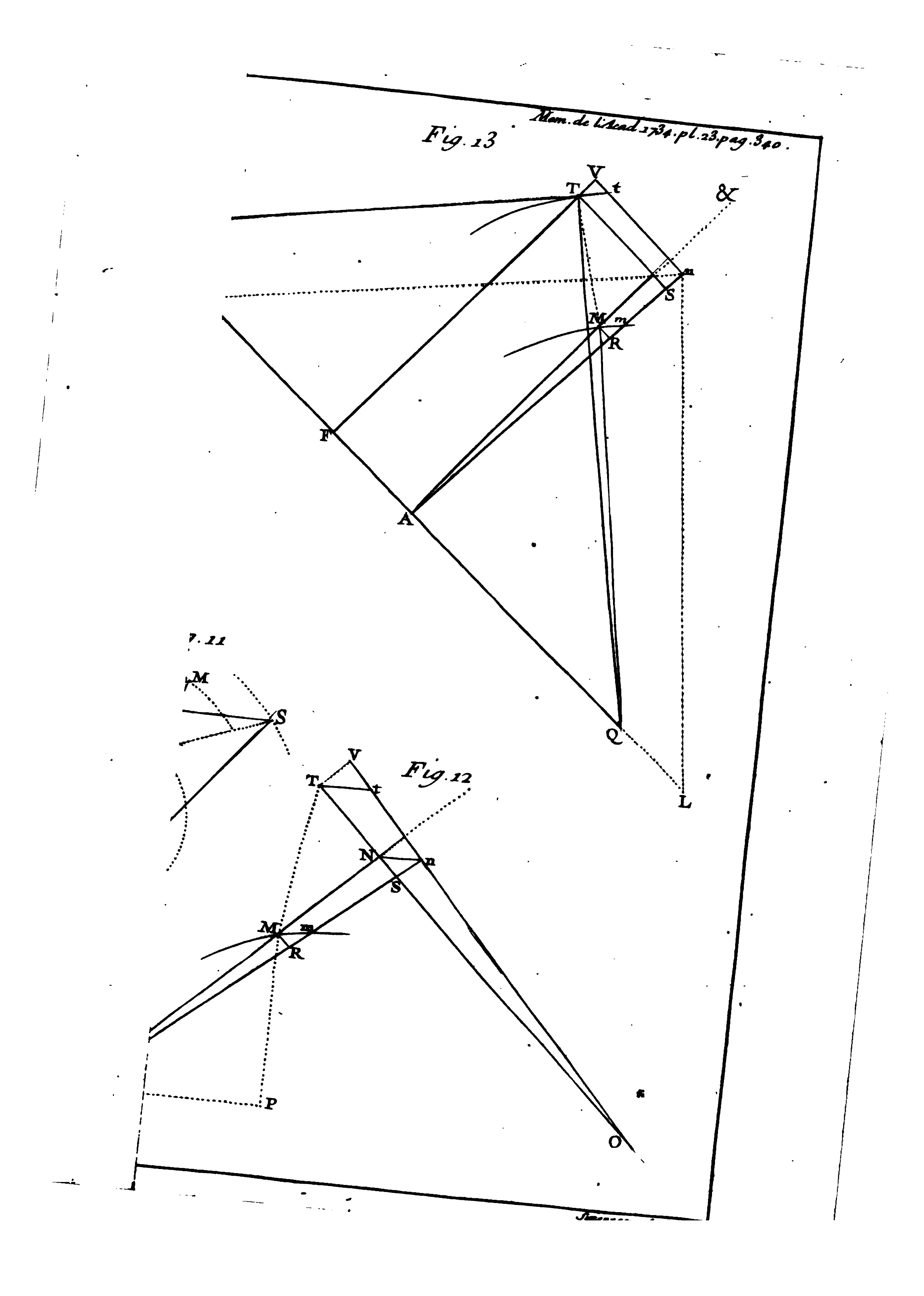

Mem. de l'Acad. 1734. pl. 23. pag. 340.
Fig. 13
V
T
t
&
n
S
M
m
R
F
A
Q
L
7. 11
M
S
V
T
t
Fig. 12
N
n
S
M
m
R
P
O

Fig. 14

Fig. 15

Fig. 16

Fig. 18

Simonneau Sculp.

CINQUIÉME MÉMOIRE SUR L'ÉLECTRICITÉ,

Où l'on rend compte des nouvelles découvertes sur cette matiére, faites depuis peu par M. Gray;

Et où l'on examine quelles sont les circonstances qui peuvent apporter quelque changement à l'Électricité pour l'augmentation ou la diminution de sa force, comme la température de l'air, le vuide, l'air comprimé, &c.

Par M. DU FAY.

PENDANT que je travaillois aux expériences dont j'ai rendu compte à l'Académie dans mes précédents Mémoires, M. Gray a continué ses recherches à Londres, & il a publié ses découvertes dans les Transactions Philosophiques, N.os 423 & 426, je vais en donner un extrait en peu de mots; premiérement, parce qu'ayant donné dans mon premier Mémoire, la suite historique de tout ce qui avoit été fait sur cette matiére jusqu'au moment que j'ai commencé d'y travailler, il est nécessaire de faire voir les progrès qui ont été faits depuis; & en second lieu, parce qu'on trouvera que ces découvertes sont très-curieuses, & qu'elles concourent avec les miennes pour donner quelques idées sur les causes de l'Électricité. 21 Juillet 1734.

M. Gray a trouvé dans l'Électricité deux propriétés nouvelles, l'une qu'elle est permanente, c'est-à-dire, qu'elle peut subsister dans les corps très-long-temps après qu'elle y a été excitée, & l'autre qu'elle s'y trouve dans certains cas, sans que les corps ayent été frottés. Voici de quelle maniére il a éprouvé que l'Électricité étoit permanente; il a fait fondre dans une cuillier de fer différentes matiéres résineuses séparément, comme de la résine blanche, de la noire, de la poix, *Transf. Philos. N.o 423.*

de la gomme-lacque, de la cire & du ſoufre. Lorſque ces différentes matiéres avoient pris la forme de la cuillier en s'y refroidiſſant, il chauffoit de nouveau la cuillier un moment, afin d'en faire détacher les matiéres qui ſe trouvoient de cette maniére conſerver la forme d'un ſegment de ſphere.

M. Gray a remarqué que lorſqu'il frottoit ces corps, tandis qu'ils étoient encore chauds, ils ne devenoient point électriques, & ils ne commençoient à avoir une vertu ſenſible que lorſque leur chaleur étoit à peu-près celle d'un œuf qui ſort de deſſous la poule. La vertu électrique augmentoit enſuite à meſure que le corps refroidiſſoit, & paroiſſoit décuple de ce qu'elle avoit été d'abord. M. Gray enveloppoit alors ces différents corps dans du papier, dans de la flanelle, ou dans toute autre matiére ſemblable, & ils y ont conſervé leur électricité pendant pluſieurs mois, & même juſqu'au temps qu'il écrit, qui étoit environ un an & demi après ſes premiéres expériences. Il a fait la même choſe avec un cone de ſoufre, & avec un cylindre de même matiére, ce dernier moulé dans un tube de verre, & le premier dans un verre à boire. D'où il réſulte que l'électricité n'eſt point une qualité qui ſe diſſipe peu de temps après avoir été excitée, comme on l'avoit cru juſqu'à préſent, mais qu'elle eſt permanente, & ſe peut conſerver très-long-temps dans les corps. J'ai vérifié ces expériences, qui m'ont réuſſi de même qu'à M. Gray, & j'ignore, auſſi-bien que lui, quel terme on peut aſſigner à la durée de la vertu électrique.

Il y a encore un fait très-curieux que M. Gray a remarqué, qui eſt qu'il y a des corps qui n'ont pas beſoin d'être frottés pour devenir électriques; M. Hauksbée avoit déja remarqué que la poix étant encore chaude, attiroit les feuilles d'or à la diſtance d'un ou de deux doigts, ſans avoir été frottée, & cela lui a paru très-ſingulier; il en eſt néanmoins demeuré-là, & s'il eût pouſſé ſes obſervations auſſi loin que M. Gray, il auroit reconnu qu'il y a pluſieurs matiéres dans le même cas, & que tous les corps réſineux ſont de ce nombre. Voici de quelle maniére on doit procéder pour s'en appercevoir.

Expériences Phyſico-mechan. p. 99. & 100.

Après avoir fondu dans une cuillier de fer, comme nous venons de le dire, quelque corps résineux, comme de la poix, de la gomme-lacque, de la cire, &c. & l'avoir fait sortir de la cuillier en la chauffant un moment, si on le laisse refroidir dans cet état posé sur une table ou sur toute autre matiére, il devient électrique de lui-même & sans qu'on y touche en aucune façon, & cependant il ne commence à le devenir que lorsqu'il est presque froid. Pour s'appercevoir, dans ces expériences, de la plus petite électricité sensible, M. Gray attache un fil très-délié & un peu long au bout d'un bâton, & l'approchant peu-à-peu du corps électrique, on remarque très-facilement la moindre vertu qu'il peut avoir.

Pour faire cette expérience avec un cone de soufre, il n'y a qu'à verser le soufre fondu dans un verre à boire bien sec & un peu chauffé, on peut le laisser refroidir dans cet état même pendant plusieurs jours, ainsi que je l'ai observé, on renverse ensuite le verre, & on l'enleve de dessus le cone de soufre; si l'on en approche alors un fil, il l'attire fortement; & comme on pourroit soupçonner qu'en retirant le verre, on feroit l'effet d'une espece de frottement sur le cone, j'ai pris toutes les précautions nécessaires pour m'assûrer qu'il n'y en avoit point, & le soufre a toûjours été électrique, & même l'électricité a été sensible à travers le verre, ainsi que l'a remarqué M. Gray, car le fil étoit attiré avant qu'on eût ôté le verre de dessus le cone de soufre, mais cette attraction est très-foible, & au bout de quelques jours elle ne m'a plus paru sensible, tandis qu'elle étoit encore très-forte dans le cone de soufre, lorsque j'en ôtois le verre duquel j'avois soin de le recouvrir pour conserver son électricité qu'il a encore depuis plus d'un an, & qu'il conservera encore très-long-temps suivant toutes les apparences, à en juger par le peu de diminution qui y est arrivé pendant cet espace de temps. M. Gray a aussi remarqué qu'un gâteau de soufre d'environ douze onces, conservoit très-long-temps une foible électricité sans être enveloppé ni couvert d'aucune matiére;

il avertit ensuite qu'il travaille actuellement sur l'attraction du Verre & de quelques autres corps pour la rendre permanente de même que celle de ces premiers, & il soupçonne que la température de l'air y apporte plus de dérangement qu'aux autres.

M. Gray rapporte à la fin de ce Mémoire les expériences suivantes qu'il a faites avec la Machine pneumatique. Il a frotté une boule de verre de deux pouces de diametre, & l'ayant renduë électrique, il l'a suspenduë par un fil de cuivre au haut d'un récipient, en sorte qu'on la pouvoit facilement abbaisser ou élever pour l'approcher plus ou moins de feuilles d'or qu'il avoit placées sur un papier soûtenu par une soûcoupe posée sur la platine de la Machine pneumatique; après avoir pompé l'air, il n'a trouvé dans la vertu électrique de cette boule aucun changement sensible, non plus que lorsqu'il y a laissé rentrer l'air. Il a fait la même expérience avec du soufre, de la gomme-lacque, de la résine & de la cire blanche, sans que l'attraction d'aucune de ces matiéres parût moins forte dans le vuide que dans le plein; il a même pris pour faire ces expériences avec précision, toutes les mesures que l'on peut attendre de son exactitude & de son attention. On trouve dans Boyle & dans le Livre de M. Hauksbée plusieurs expériences dans le même genre, mais nous aurons occasion d'en parler dans la suite de ce Mémoire, lorsque nous examinerons les changements qui arrivent à l'électricité dans le vuide. Nous devons maintenant suivre le travail de M. Gray, & dire un mot de ses derniéres découvertes.

On les trouve dans deux Lettres insérées dans les Transactions philosophiques, N.° 426. Dans la premiére, il rapporte qu'ayant suspendu un fil dans le récipient de la Machine pneumatique, & ayant ensuite frotté ce récipient pour le rendre électrique, après en avoir pompé l'air, le fil avoit été attiré avec beaucoup de vigueur. Le tube électrique attiroit aussi ce fil suspendu dans le vuide, & on lui communiquoit divers mouvements suivant que l'on en approchoit, ou que l'on en éloignoit avec plus ou moins de vîtesse le tube,

tube, ou ſimplement la main : le fil étoit pareillement attiré, lorſqu'il y avoit deux récipients l'un ſur l'autre, & même M. Wheler, au rapport de M. Gray, ayant mis l'un dans l'autre cinq récipients, le fil étoit également attiré, quoiqu'ils fuſſent tous vuides d'air. Il eſt à obſerver que pour mieux réuſſir dans ces expériences, il faut que le récipient ſoit joint à la Machine pneumatique avec un ciment de cire & de thérébentine, & non ſimplement poſé ſur un cuir mouillé à la maniére ordinaire, parce qu'en pompant l'air, il s'éleve de ce cuir des vapeurs aqueuſes qui diminuent conſidérablement l'électricité.

M. Gray a auſſi remarqué que les corps opaques n'arrêtoient point la vertu électrique, en ſorte qu'un morceau de liége barbouillé de miel ſuſpendu ſous une cloche de métal poſée ſur une glace, attiroit les feuilles d'or, lorſqu'on approchoit le tube de la cloche. Je rapporte cette expérience de M. Gray, quoique le réſultat n'en ſoit que le même que celui de pluſieurs expériences inſérées dans mon troiſiéme Mémoire, mais je ſuis très-aiſe de la conformité qui ſe trouve entre les ſiennes & les miennes, cela ne peut que confirmer la vérité des unes & des autres ; il eſt même arrivé, comme on le va voir, que nous en avons fait chacun de notre côté, qui ſont preſque entiérement ſemblables, & il n'eſt pas impoſſible que cela ne nous arrive encore très-ſouvent, ſi nous continuons l'un & l'autre à ſuivre le même travail, mais cette eſpece de concurrence, dont en mon particulier je ſuis extrêmement flatté, ne peut que tourner au profit des Sciences, & nous faire avancer plus promptement dans la connoiſſance des phénomenes de l'électricité.

M. Gray paſſe enſuite à diverſes expériences ſur la tranſmiſſion de l'électricité au moyen de deux enfants, dont l'un étoit ſuſpendu ſur des cordes de crin, & l'autre avoit ſous chacun de ſes pieds un gâteau de réſine de huit pouces de diametre, & de deux pouces d'épaiſſeur. En approchant le tube de l'un de ces enfants, l'électricité ſe communiquoit à l'autre, ſoit qu'ils ſe tinſſent par la main, ou qu'ils tinſſent

chacun un bout d'une longue perche ou d'une corde; il les a mis ensuite tous deux sur des gâteaux de résine, & les a fait communiquer l'un avec l'autre de diverses maniéres, soit avec le doigt, avec des cordes, ou seulement par les plis de leurs habits. Après avoir fait ainsi plusieurs combinaisons différentes & très-curieuses de cette expérience, il fait voir que l'électricité se peut communiquer sans que ce soit par un corps continu, & pour cela il suspend horisontalement sur deux soyes une perche de deux piéces de 34 pieds de long, & à deux pieds de distance d'un des bouts de cette premiére il en suspend une seconde de 5 pieds de long qui fait un angle droit avec la premiére; lorsqu'on approche le tube du bout de l'une de ces perches, l'électricité se communique au bout le plus éloigné de la seconde malgré le changement de direction, & l'interruption de deux pieds qui est entre l'une & l'autre. On peut voir dans mon troisiéme Mémoire que j'ai fait la même chose avec des cordes, & ce qui est arrivé lorsque j'ai interposé différents corps entre les bouts des deux cordes. M. Gray finit cette Lettre par le détail des expériences qu'il a faites, en éloignant plus ou moins l'une de l'autre les baguettes ou les ficelles, & il a trouvé que l'attraction étoit encore sensible après les avoir éloignées à 47 pouces Anglois l'une de l'autre.

Dans la seconde Lettre, M. Gray rapporte encore quelques expériences singuliéres sur la communication de la vertu électrique, sans que ce soit par un corps continu. Il fait passer une corde vers le centre d'un cerceau de 20 pouces de diametre, suspendu par des soyes, ou soûtenu sur un piédestal de résine dans une situation verticale, & ayant rendu la corde électrique par l'approche du tube, tout le cerceau l'est devenu, quoique sa circonférence fût éloignée d'environ 10 pouces de la corde qui passoit par son centre. On voit dans la suite de cette Lettre, que la même expérience a réussi avec un cerceau de 40 pouces de diametre, soûtenu verticalement par un cylindre ou gros tuyau de verre, & que toute sa circonférence est devenuë assés sensiblement

électrique pour attirer un fil blanc à un demi-pouce de distance.

La vertu électrique donnée par le moyen du tube à une corde tenduë, s'est pareillement communiquée à une boule de liege soûtenuë par un roseau vertical qui avoit pour pied un entonnoir de verre renversé, & l'attraction de la boule a été sensible, quoiqu'elle fût distante de la corde d'environ deux pieds. Enfin M. Gray termine sa seconde Lettre par une expérience un peu différente des précédentes, & qui mérite attention. Il posa son cerceau de 40 pouces de diametre sur le gros cylindre de verre dans une situation verticale, & fit passer à l'ordinaire une ficelle par le centre, il approcha le tube du cerceau, alors non-seulement toute la circonférence du cerceau devint électrique, mais la ficelle & une boule d'yvoire qui étoit à son autre extrémité le devinrent aussi; il fit ensuite glisser la boule dans le centre même du cerceau, mais alors le fil qu'il présentoit, pour éprouver la force de l'attraction, fut repoussé par la boule, au lieu d'en être attiré; & lorsqu'il présentoit ce même fil aux autres parties de la corde, il en étoit attiré à l'ordinaire, comme dans les expériences précédentes.

Ce fait qui paroît très-singulier s'explique naturellement par le principe que j'ai établi dans mon quatriéme Mémoire, & l'on peut le regarder comme une nouvelle preuve de mon hypothese; car, lorsque la boule est placée au centre du cerceau, & qu'elle est renduë électrique par la communication du cerceau qui l'est devenu lui-même par l'approche du tube, on ne peut approcher le fil de cette boule, qu'en le plongeant dans le tourbillon électrique qui circule sans cesse de la boule au cerceau; ce fil doit donc devenir lui-même électrique, & suivant l'hypothese que j'ai avancée, il sera repoussé par la boule, puisque j'ai fait voir que deux corps empreints d'une électricité de même nature se repoussent au lieu de s'attirer. Ce fil, au contraire, sera attiré par la ficelle dans tous les points qui seront éloignés du cerceau, parce qu'alors étant hors de l'étenduë du tourbillon

électrique du cerceau, il ne contracte aucune vertu, & par conſéquent il doit être attiré par la ficelle ou par la boule, ſi on l'éloigne du centre du cerceau, & qu'on le promene le long de la corde.

Je me ſuis un peu étendu ſur l'explication de cette expérience, parce que, comme c'eſt à M. Gray que nous la devons, & que même elle lui a paru ſinguliére, j'ai cru qu'il étoit important de faire voir combien elle s'accorde naturellement avec mon hypotheſe qui ne ſe trouve juſqu'à préſent contredite par aucune expérience, & qui, au contraire, quadre avec toutes celles dont l'explication avoit paru juſqu'à préſent la plus difficile.

Après avoir rendu compte des découvertes de M. Gray, qui, juſqu'à ce jour, ſont venuës à ma connoiſſance, je vais continuer le plan que je me ſuis propoſé de ſuivre, & rapporter en peu de mots les obſervations que j'ai faites ſur les divers changements que la température de l'air peut cauſer à l'Electricité. La plûpart des Phyſiciens ont remarqué que l'air humide apportoit beaucoup d'obſtacle aux expériences de l'Electricité, M. Gray l'a pareillement obſervé, & il adjoûte dans une des Lettres dont nous venons de rendre compte, que l'attraction du verre eſt encore plus ſuſceptible de ces changements que celle de l'ambre & des autres corps ſemblables. J'avois deſſein de faire ſur ce ſujet des obſervations exactes, mais cela n'eſt pas poſſible, à cauſe de pluſieurs difficultés qui ſont abſolument inſurmontables; premiérement, on ne ſçauroit s'aſſûrer de frotter pluſieurs fois de ſuite le tube, ou tout autre corps électrique, d'une force à peu-près égale, ainſi cela fait une premiére cauſe d'irrégularité; ſecondement, les corps que l'on préſente pour être attirés, ſont de nature à ne pouvoir pas être toûjours diſpoſés de la même maniére; s'ils ſont ſuſpendus, le moindre mouvement dans l'air les agite; s'ils ſont poſés ſur quelque corps que ce ſoit, ils y adhérent plus ou moins fortement, ſuivant des circonſtances qui nous ſont abſolument imperceptibles. Enfin le lieu où l'on conſerve le tube cauſe encore des variations;

s'il a été quelque temps à l'air, sa vertu est plus difficile à exciter que s'il a été enveloppé; la matiére dont on se sera servi pour l'envelopper, apporte encore du changement, de même que le froid ou le chaud du lieu où on l'a conservé; toutes ces difficultés m'ont empêché de faire ces observations avec autant d'exactitude que je me l'étois proposé, & je m'en suis tenu à celles qui sont assés sensibles pour être facilement apperçûës, je doute même qu'il fût d'aucune utilité de les faire avec plus de précision, & je ne crois pas que cela nous donnât plus de connoissance sur la nature des écoulements électriques.

Il est certain que l'humidité nuit infiniment à l'action des corps électriques, cet obstacle est tel que lorsque le temps est humide, on frotte quelquefois le tube pendant 4 ou 5 minutes, sans lui avoir communiqué aucune vertu, & même celle qu'il acquiert, lorsqu'on s'obstine à le frotter, est toûjours très-peu de chose en comparaison de celle qu'il a dans un beau temps. On doit aussi observer que quoique le temps soit, lors de l'expérience, beau, sec, & tel qu'on le peut desirer, on a quelquefois de la peine à exciter la vertu du tube, ce qui vient de ce que les jours précédents auront été humides, & que l'humidité s'est attachée aux parois intérieures du tube, il faut alors le nettoyer soigneusement, en y introduisant avec une baguette un peu de coton sec & un peu chaud; il est bon aussi de l'essuyer par dehors avec un linge, ou une étoffe de laine un peu chauffée, cela le met en état de devenir plus promptement électrique.

J'ai aussi remarqué que le temps chaud n'est pas le plus propre à l'Electricité, soit que cela vienne des vapeurs insensibles qui sont alors plus abondamment élevées de la terre, soit que l'on s'échauffe trop vîte en frottant le tube, & que la transpiration du corps rallentisse le cours de la matiére électrique, ou en occupe une partie; quoi qu'il en soit, il est certain que les expériences ne réussissent jamais si bien dans un jour fort chaud, ni dans les heures les plus chaudes d'un jour ordinaire.

On auroit pû croire que le vent eût été un obstacle aux écoulements électriques, on a vû cependant dans mon troisiéme Mémoire, que lorsque je fis l'expérience dans laquelle la vertu électrique fut transmise le long d'une corde, à la distance de 1256 pieds, il faisoit un vent très-violent, ce qui n'empêcha pas néantmoins qu'elle ne réussît parfaitement; d'où il résulte que l'air agité n'entraîne point la matiére électrique, ou du moins s'il y apporte quelque dérangement, il n'est pas assés considérable, pour qu'on s'en apperçoive sensiblement.

Enfin pour réunir toutes les circonstances qui m'ont paru les plus favorables à l'Electricité, il faut choisir un temps sec & serein, un vent de Nord, & un jour médiocrement chaud, ou même une belle gelée, qui pourroit bien être le temps de tous qui y seroit le plus propre, on trouvera que dans ces circonstances, l'électricité est infiniment plus forte que dans les temps couverts, ou humides. Voilà tout ce dont j'ai pû m'assûrer par rapport à la température de l'air, & ces observations sont conformes à celles de M. Hauksbée, & de M. Gray. Voyons maintenant quels changements le vuide, ou du moins l'air extrêmement rarefié peut apporter dans les expériences de l'Electricité.

Exper. Physico-mechan. p. 39. M. Hauksbée rapporte qu'ayant ajusté à un tube de verre un robinet, pour le pouvoir appliquer à la Machine pneumatique, & en ayant pompé l'air, le tube, quoique frotté à l'ordinaire, n'avoit presque aucune vertu sensible, il agitoit seulement les plus petites feuilles de laiton, lorsqu'on l'en approchoit très-près, mais ayant laissé rentrer l'air, le tube devint tout à coup électrique, sans l'avoir frotté de nouveau, & il attiroit les feuilles à la même distance à laquelle il ne leur donnoit aucun mouvement, étant vuide d'air; il n'avoit pas cependant autant de vertu qu'à l'ordinaire, mais ayant été ensuite frotté de nouveau, il recouvra toute son électricité.

P. 108. Le même Auteur adjoûte dans un autre endroit, qu'ayant enduit intérieurement un globe de verre de cire d'Espagne, & l'ayant fait tourner sur son axe, après en avoir pompé

l'air, ce globe étoit devenu électrique, en posant la main dessus pendant son mouvement de rotation, mais qu'il ne l'étoit qu'aux endroits qui étoient intérieurement enduits de cire d'Espagne, n'ayant aucune vertu dans quelques autres où il n'y avoit point de cire. Il est vrai que laissant rentrer l'air dans le globe, les endroits enduits de cire devenoient encore plus électriques qu'auparavant, ce qu'il reconnoissoit par des fils qu'il laissoit pendre librement au dessus de ce globe.

M. Hauksbée a dit aussi qu'un tube rempli d'air libre, ou un cylindre de verre solide, frotté dans un récipient vuide d'air, n'acquéroit aucune vertu; d'où il conclud que l'air a beaucoup de part aux phénomenes de l'électricité; il pense, par exemple, que lorsqu'il y a de l'air dans l'intérieur du tube, cet air empêche la matiére électrique d'y entrer si librement, & par conséquent la fait agir au dehors; au contraire, lorsque le tube est vuide d'air, cette même matiére s'y porte avec beaucoup de facilité, & par conséquent n'a plus d'action au dehors. A l'égard de l'air qui environne le tube extérieurement, M. Hauksbée pense que c'est lui qui transporte les corps légers vers le tube, & qui est cause de tous leurs mouvements; d'où il conclud que si on vient à ôter cet air extérieur, ou, ce qui est la même chose, si l'on frotte le tube dans le vuide, tout l'effet apparent de l'électricité doit être anéanti. Il explique par les mêmes principes, la tendance, ou la direction des fils vers le centre du globe de verre rendu électrique, lorsque l'expérience est faite dans l'air libre, & la cessation de cette tendance lorsque le globe est vuide d'air, ou lorsqu'en étant rempli à l'ordinaire, on ôte l'air extérieur en faisant l'expérience dans le vuide. Page 156.

Ces derniéres expériences de M. Hauksbée ne paroissent pas trop s'accorder avec celle de M. Gray que je viens de rapporter, qui consiste à rendre une boule de verre électrique par le frottement, & la suspendre ensuite dans le récipient de la Machine pneumatique, & il a remarqué qu'alors l'électricité ne souffroit aucune diminution, soit que le récipient

fût rempli d'air ordinaire, ſoit qu'il en fût vuide, ou qu'enſuite on le fît rentrer; ces eſpeces de contrariétés m'ont engagé à apporter l'attention la plus ſcrupuleuſe, lorſque j'ai refait ces expériences, & même à les combiner de différentes maniéres, ainſi qu'on le va voir.

J'ai commencé par celles de M. Haukſbée avec le tube de verre, & elles m'ont réuſſi de même qu'à lui, en ſorte qu'il eſt conſtant que lorſque ce tube eſt vuide d'air, il n'acquiert preſque point d'électricité, & qu'il la recouvre dès qu'on y laiſſe rentrer l'air, quand même on ne le frotteroit pas de nouveau; j'ai obſervé de plus que lorſqu'il eſt vuide d'air, il ne produit point, à l'approche des mains, ou du viſage, ces petillements qui arrivent toûjours lorſqu'il eſt rempli d'air à l'ordinaire, mais cette obſervation tient à celles qui concernent la lumiére, & qui doivent faire le ſujet d'un autre Mémoire.

Pour faire avec plus de commodité & d'exactitude les expériences dans le vuide, je me ſuis ſervi d'un petit Barometre que M. de Mairan a eu la bonté de me communiquer, & qui rend toutes les expériences du vuide infiniment plus faciles à faire qu'elles ne le ſont avec un récipient, auquel eſt ajuſté un Barometre ordinaire, ou même avec le tube appliqué à la Machine pneumatique, comme cela ſe pratique en Angleterre, & dans lequel le Mercure s'éleve à proportion que le reſſort de l'air diminuë dans le récipient.

Le Barometre de M. de Mairan eſt ſemblable pour la forme aux Barometres ordinaires, ſi ce n'eſt qu'il n'a en tout que 3 pouces de long ou environ; on le remplit tout entier de Mercure; ainſi que la partie inférieure de la boule, & on l'ajuſte ſur un petit pied, afin qu'il puiſſe demeurer dans une ſituation verticale. Lorſqu'on veut connoître par le moyen de cet inſtrument, la quantité dont l'air eſt dilaté dans le récipient, on le poſe ſous ce récipient ſur la platine de la Machine pneumatique; on conçoit aſſés que les premiers coups de piſton ne font aucun effet ſur ce Barometre, mais lorſque l'air eſt dilaté au point que le Barometre ordinaire

ordinaire ſeroit deſcendu de 24 pouces ou environ, celui-ci commence à agir, & ſi on le fait deſcendre de 2 pouces, on doit juger que le Barometre ordinaire ſeroit deſcendu de 26 pouces, & ainſi du reſte. On ajuſte à ce Barometre une petite regle de cuivre diviſée en pouces & en lignes, & ſi l'on veut que les opérations ſoient faites avec toute la juſteſſe que l'on peut deſirer, il faut avoir égard à la hauteur actuelle du Barometre ordinaire lors de l'expérience, mais communément il n'eſt pas néceſſaire d'apporter une ſi grande préciſion. Pour celles dont il eſt queſtion préſentement, il ne s'agit que de juger de la quantité d'air qui reſte dans le récipient, & il eſt très-aiſé de le faire, au moyen de la petite regle de cuivre qui indique en lignes la différence de hauteur entre le Mercure contenu dans le vuide du tube, & celui qui eſt dans la boule.

On feroit de pareils Barometres un peu plus longs, ſi on avoit beſoin de connoître les degrés d'un vuide moins parfait, mais il arrive rarement qu'on en ait beſoin; il n'y a que ceux qui ſont dans l'habitude de faire de pareilles expériences, qui puiſſent connoître le prix d'une invention auſſi ſimple, mais pour moi j'avouë que je l'ai trouvée d'une commodité infinie, & j'ai cru ne pas devoir negliger l'occaſion de la rendre publique.

Pour m'aſſûrer enſuite ſi les différents corps frottés dans le vuide acquéreroient de l'électricité ou non, j'ai pris un récipient ouvert par le haut; une boîte de bois cylindrique d'environ 4 pouces de haut entroit dans cette ouverture du récipient, & y étoit exactement cimentée; le fond & le couvercle de la boîte étoient percés d'un trou d'une ligne & demie de diametre, & elle étoit entiérement remplie de pluſieurs cuirs appliqués les uns ſur les autres, percés auſſi dans le milieu, & graiſſés de façon que l'air ne pût s'introduire ni entre les cuirs, ni entr'eux & les parois de la boîte; un fil de fer poli traverſoit d'un bout à l'autre la boîte & tous ces cuirs, & l'un de ces bouts qui entroit dans le récipient, étoit taillé en vis pour, au moyen d'un peu de filaſſe

y ajuster une boule percée d'ambre, de verre, ou tout autre corps semblable; le bout supérieur de ce fil de fer qui étoit au-dessus de la boîte, & hors du récipient, étoit garni d'une petite bobine, ou poulie de bois, on faisoit tourner cette bobine avec un archet, & par ce moyen le fil de fer & la boule qui y étoit attachée, tournoient dans le récipient avec beaucoup de rapidité, sans que l'air pût en aucune façon y entrer.

Pour que cette boule pût être frottée par ce mouvement, j'avois ajusté une espece de pince platte & recourbée, garnie d'étoffe qui embrassoit la boule & la serroit foiblement, cette pince étoit attachée fixement au tuyau de la platine de la Machine pneumatique, enfin il y avoit des fils suspendus au dedans du récipient, pour pouvoir reconnoître si la boule étoit devenuë électrique.

Tout étant ainsi disposé, je commençai par faire l'expérience sur une boule d'ambre, je l'ajustai pour cet effet au bout du fil de fer, & je la fis descendre entre les branches de la pince garnie d'étoffe; je pompai l'air alors jusqu'à ce que le Mercure fût descendu dans le petit Barometre à 3 lign. près du niveau, je frottai ensuite la boule d'ambre en faisant tourner la bobine par le moyen de l'archet, après quoi soûlevant la bobine, je retirai la boule d'entre les branches de la pince, ce qui la fit rencontrer vis-à-vis des fils que j'avois disposés à cet effet, elle les attira fortement, & tout de même, à ce que j'en puis juger, qu'elle auroit fait dans l'air libre. Il rentra si peu d'air dans le récipient pendant le cours de cette expérience, que le Barometre ne monta que d'environ une demi-ligne. J'ai répété plusieurs fois cette expérience, & elle a toûjours réussi de la même maniére, en sorte qu'il peut demeurer pour constant que l'ambre frotté dans le vuide devient électrique de même que dans l'air ordinaire.

J'ai fait la même expérience avec une boule de cristal de roche, après avoir garni de papier les branches de la pince, parce qu'il m'a paru que le papier faisoit mieux que l'étoffe pour le verre & les matiéres semblables; ayant pompé l'air

au même point que dans l'expérience précédente, j'ai trouvé que la vertu électrique étoit considérablement diminuée, & qu'elle étoit rétablie, lorsqu'ayant laissé rentrer l'air, je frottois la boule de nouveau; d'où il résulte que le verre & les corps semblables frottés dans le vuide n'acquiérent que très-peu d'électricité, quoiqu'ils la conservent dans le vuide, s'ils ont été précédemment frottés dans l'air libre, & que les corps, dont l'électricité est de la nature de celle que nous avons appellée *résineuse*, acquiérent cette vertu étant frottés dans le vuide, de même qu'ils feroient dans l'air libre, ce qui établit encore une nouvelle différence entre ces deux électricités.

Ayant fait ces expériences dans le vuide, j'ai voulu voir ce qui arriveroit en comprimant l'air dans le tube; & pour connoître exactement la quantité dont l'air seroit comprimé, j'ai cherché une machine qui me pût donner les degrés de condensation, comme celle que je viens de décrire me donnoit ceux de dilatation.

La voye la plus simple n'est pas pour l'ordinaire celle qui se présente la premiére; il me vint d'abord des idées assés compliquées, & d'une execution difficile, enfin je m'arrêtai à un moyen très-facile, & plus simple encore, s'il est possible, que le Barometre dont je viens de parler; c'est un Tube de 5 ou 6 pouces de long, de demi-ligne ou environ de diametre intérieur, ouvert par un de ses bouts, & fermé par l'autre. Ce Tube est porté par une petite monture de cuivre divisée en pouces & en lignes, & dans laquelle il peut glisser avec un peu de force, ensorte que l'on place l'une de ses extrémités sur la division que l'on veut, & qu'il y demeure. La monture de cuivre qui enveloppe le tube, est fenduë suivant sa longueur, en sorte qu'on voit le tube d'un bout à l'autre par cette fente.

J'ai vû depuis dans le Livre de M. Halès sur l'Analyse de l'Air, une méthode qu'il employe pour connoître la profondeur de la Mer, qui a quelque rapport à cette machine, & qui auroit pû m'en faire naître l'idée, si je l'avois

connuë plûtôt, mais qui eſt encore moins ſimple que celle que je propoſe ici. Ayant diſpoſé le tout de la maniére que je viens de le décrire, on fait entrer dans le tube une goutte de mercure, & avec un fil de fer on la place vis-à-vis une des diviſions de la monture ; comme on peut mouvoir le tube dans la monture, & la goutte de mercure dans le tube, on arrange l'un & l'autre en ſorte que l'air compris entre le bout fermé du tube & la ſurface inférieure de la goutte de mercure réponde à un certain nombre de lignes ſur la monture ; le tout étant diſpoſé de la ſorte, on l'ajuſte ſur le canal du robinet, & on l'introduit dans le tube.

On conçoit facilement que lorſque l'air viendra à être comprimé dans le tube, il peſera ſur la goutte de mercure, & la fera baiſſer dans le petit tuyau de verre juſqu'à ce que l'air contenu ſous la goutte ſoit dans un degré de condenſation égal à celui du tube ; or comme ce degré de condenſation eſt très-aiſé à connoître par la quantité de lignes dont le mercure deſcend, on connoît pareillement la condenſation de l'air du grand tube.

On me peut faire une objection qui eſt bien fondée, mais qui eſt de très-peu de conſéquence, cependant je n'ai pas cru devoir négliger d'y répondre. On peut dire que le poids de la goutte de mercure comprime un tant ſoit peu l'air du petit tuyau, & qu'ainſi cet air n'eſt pas préciſément dans le même degré de dilatation que l'air extérieur ; on adjoûtera que lorſque l'air eſt comprimé à un certain point, cette même peſanteur ne fait preſque plus aucun effet ſur la petite colomne inférieure, en ſorte que cela ne peut pas indiquer bien préciſément le degré de condenſation, mais je réponds à cela que l'erreur eſt trop légere pour mériter qu'on y faſſe attention ; de plus, pour peu que l'on voulût s'y arrêter, il ſeroit facile de la corriger par le calcul ; enfin, ſi l'on veut entiérement l'éviter, il n'y a qu'à poſer le petit tube dans une ſituation horiſontale.

Avec ce petit inſtrument, que j'appellerai *Elaterometre*; j'ai fait les expériences ſuivantes. Par un beau temps, le tube

étant fort électrique, en sorte qu'à la distance de 33 pouces il attiroit un assés gros fil suspendu librement, j'introduisis avec la pompe de l'air dans le tube, en sorte que l'espace entre le fond du petit tube & la surface inférieure de la goutte de mercure, qui étoit de 54 lignes dans son état ordinaire, fut réduit à 18 lignes, l'air étoit donc alors trois fois plus comprimé que dans son état ordinaire; je fermai ensuite le robinet, & ayant frotté le tube, il n'attiroit qu'à peine le fil à la distance de 3 pouces, mais je n'en fus pas surpris, parce que cela me paroissoit très-sensiblement venir d'une vapeur grasse que l'air avoit entraînée avec lui en passant par la pompe, & qui s'étoit attachée aux parois intérieures du tube; l'ayant frotté pendant quelque temps, il a recouvré assés d'électricité pour attirer le fil à la distance de 20 pouces, ce qui n'est néantmoins arrivé qu'après que la vapeur, dont je viens de parler, a été dissipée, & a monté vers le haut du tube. J'ai ensuite ouvert le robinet pour laisser sortir l'air, & le tube, après l'avoir frotté, est devenu aussi électrique qu'il l'étoit auparavant.

Ayant réitéré l'expérience, & comprimé l'air au même point, il est arrivé précisément la même chose que la premiére fois. Quelques heures après je l'ai répétée une troisiéme fois, & le succès a été à peu-près le même.

La quatriéme fois je comprimai l'air un peu davantage, en sorte que la goutte de mercure baissa de 39 lignes, c'est dire que l'air qui dans son état de liberté occupoit 54 lignes, & dans les expériences précédentes n'en occupoit plus que 18, étoit dans celle-ci réduit à 15, ce qui est à peu-près tout ce que je puis faire avec ma pompe, car les derniers coups de piston ne font plus d'effet sensible, d'ailleurs je craindrois qu'une plus forte compression ne brisât le tube. Je frottai le tube dans cet état, & il n'attira que très-foiblement le fil à la distance de 3 pouces. J'ouvris alors le robinet, & je laissai sortir l'air avant que le nuage intérieur fût disparu, & que la vertu fût recouvrée, comme il étoit arrivé dans les premiéres expériences; je voulois voir s'il

n'attiroit pas par ce moyen le fil de plus loin sans l'avoir refrotté de nouveau, mais cela n'arriva point, & sa vertu resta aussi peu considérable; il est vrai que venant ensuite à le frotter pendant quelques instants, il acquit autant d'électricité qu'il en avoit jamais eu.

Il semble qu'il résulte de-là que l'air introduit dans le tube par le moyen d'une pompe, y porte avec lui une vapeur grasse qui nuit à l'électricité, & on ne peut pas empêcher que cela n'arrive, car si l'intérieur de la pompe & le piston n'étoient enduits de graisse, l'air ne pourroit y être contenu lorsqu'on vient à le comprimer, & cet air appuyant fortement contre les parois onctueuses, il se charge nécessairement de quelques parties grasses qu'il porte avec lui dans l'intérieur du tube; si l'on mouilloit la pompe au lieu de la graisser, l'air porteroit pareillement dans le tube une vapeur aqueuse qui nuiroit pour le moins autant que celle-ci à l'électricité.

Ces raisons m'ont obligé d'avoir recours à d'autres moyens pour comprimer l'air dans le tube, sans y introduire d'humidité, ni de vapeurs grasses. Je me suis d'abord servi de l'expédient le plus simple de tous, qui est de chauffer le tube après lui avoir ôté la communication avec l'air extérieur en fermant le robinet. Il est vrai que de cette maniére je n'augmentois pas la quantité d'air dans le tube, mais je rendois sa compression plus considérable, en augmentant son élasticité; j'ai donc chauffé le tube le plus qu'il m'a été possible, ou plûtôt autant que j'en ai pû supporter la chaleur au travers du papier dont je me servois pour le frotter, mais la compression de l'air a beaucoup moins augmenté que je ne l'aurois cru, car la goutte de mercure n'a descendu que de 6 lignes, ce qui ne dénote que l'augmentation d'un neuviéme dans le ressort de l'air; dans cet état, le tube frotté attiroit le fil à la distance de 36 pouces, ce qui est de 3 pouces plus loin que dans les expériences précédentes, mais il est à croire qu'une aussi petite augmentation de la compression ou du ressort de l'air, n'étoit pas la cause de ce que le tube attiroit

le fil plus loin ; il eſt plus naturel d'attribuer ce fait à la chaleur du tube, parce que j'ai remarqué que dans tous les cas la chaleur augmentoit l'action des corps électriques ; la crainte que j'ai euë de caſſer le tube en l'expoſant à une plus forte chaleur, jointe à la difficulté de le frotter quand il eſt fort chaud, a fait que je n'ai pas tenté d'augmenter davantage par cette voye, le reſſort de l'air intérieur, & j'ai imaginé de me ſervir de la maniére ſuivante.

J'ai fait faire un globe de cuivre creux d'environ 10 pouces de diametre, à ce globe étoit ſoudé un tuyau de 3 pieds de long, recourbé par ſon extrémité, le tout étoit très-exactement ſoudé de ſoudure forte, & je me ſervis de ce globe de cuivre, comme d'un éolipile, pour introduire de l'air & le comprimer dans le tube. Pour cet effet, le bout recourbé du tuyau de cuivre portoit une vis qui s'ajuſtoit au robinet du tube de verre, & cette extrémité du tuyau étoit recourbée, afin qu'on eût la commodité de chauffer la boule de cuivre, & que ſon tuyau étant horiſontal, le tube de verre pût être dans une ſituation verticale, & qu'ainſi on pût diſtinguer facilement les degrés de condenſation, par le moyen du petit Elatérometre dont nous venons de parler.

Je pris d'abord toutes les précautions néceſſaires, pour que l'air qui paſſeroit de la boule dans le tube ne fût chargé d'aucune humidité, & pour cela je la fis bien chauffer d'abord ſans y ajuſter le tube de verre, & en ayant fait ſortir le plus d'air qu'il me fut poſſible par ce moyen, je la retirai du feu pour la faire refroidir, mais afin qu'il n'y rentrât qu'un air très-ſec, je mis le bout recourbé du tuyau de cuivre très-proche du feu juſqu'à ce que la boule fut entiérement refroidie, & que par conſéquent elle fut remplie de tout l'air qu'elle pouvoit contenir dans ſon état naturel, je bouchai enſuite exactement le tuyau juſqu'au moment que je fis l'expérience.

Ayant alors débouché ce tuyau, j'y ajuſtai le tube garni de ſon robinet & de l'Elatérometre, & ayant mis la boule ſur le feu, je condenſai l'air dans le tube juſqu'à ce que le

mercure fut deſcendu de 27 lignes, c'eſt-à-dire, préciſément du double de ce qu'il étoit dans l'état naturel, je fermai alors le robinet, & je détachai le tube du tuyau de la boule, je le frottai à l'ordinaire, & même beaucoup plus long-temps que je n'avois coûtume de faire, il n'acquit cependant qu'une très-médiocre électricité, je continuai à le frotter, mais ſa vertu demeura toûjours très-foible; j'ouvris alors le robinet pour laiſſer ſortir l'air qui y étoit retenu, l'ayant enſuite frotté pendant quelques inſtants, il recouvra ſon électricité ordinaire, je refis trois fois de ſuite la même expérience, & elle réuſſit toûjours de la même maniére.

Je voulus voir ce qui arriveroit en la faiſant dans l'obſcurité; lorſque l'air fut condenſé du double de l'état naturel, j'eus beau frotter le tube, je ne pus pas appercevoir la moindre lumiére, & il ne parut aucune étincelle lorſque j'approchois du tube les doigts ou le viſage, mais à peine eus-je fait ſortir l'air condenſé, que le tube devint lumineux au moindre frottement, & que tous les autres phénomenes qui accompagnent l'électricité reparurent comme à l'ordinaire.

Il demeure donc pour conſtant, que l'air comprimé dans le tube, nuit conſidérablement à ſon électricité; j'avouë que je m'attendois à un effet tout contraire, & que je penſois avec M. Haukſbée, que ſi le tube perdoit ſon électricité lorſqu'il eſt vuide d'air, c'eſt que la matiére électrique trouvant plus de facilité à ſe mouvoir par l'abſence de l'air, ſe portoit en abondance dans l'intérieur du tube, & par conſéquent agiſſoit plus foiblement au dehors; j'inferois de-là qu'en augmentant dans l'intérieur du tube la quantité de l'air, on multiplioit les obſtacles qui s'oppoſoient aux écoulements électriques, & que par conſéquent leur action devoit ſe porter au dehors, & faire un effet plus conſidérable que lorſque le tube ne contenoit que de l'air dans ſon état naturel. Lorſque je trouvois que l'expérience étoit contraire à ma conjecture, je l'attribuois à la qualité de l'air humide ou gras que j'avois introduit dans le tube, mais je ne puis rien ſoupçonner de ſemblable dans cette derniére expérience, j'ai pris

pris toutes les précautions possibles pour que l'air que j'y introduisois fût dénué de graisse & d'humidité, & cependant l'électricité a été très-sensiblement arrêtée. Peut-être dira-t-on que l'air qui sort de la boule de cuivre échauffée, porte avec lui quelques parties sulphureuses qui nuisent à l'électricité; mais comme ce n'est-là qu'une conjecture faite au hazard, & que je n'imagine aucune maniére d'introduire de l'air dans le tube qui ne soit sujette à plus d'inconvénients que cette derniére, je me contenterai de dire que l'air comprimé dans le tube nuit à l'électricité, puisque toutes les expériences concourent à me le prouver. Il est vrai qu'il paroît fort singulier que l'air comprimé & l'air dilaté produisent un effet semblable par rapport à l'électricité, & que cet effet soit précisément le contraire de ce qui arrive dans l'air libre; mais l'explication de ce fait tient peut-être à quelque principe qui ne nous est pas encore connu, & loin d'être découragés par ces especes de contrariétés apparentes, cela nous doit animer de plus en plus dans nos recherches, nous prouver la nécessité de l'examen scrupuleux des faits, & nous faire tenir en garde contre les conséquences que nous sommes souvent tentés de tirer d'une expérience à une autre par le rapport & l'analogie que nous croyons trouver entr'elles, & qui pourroient nous induire en erreur, parce que ce rapport ne nous est presque jamais connu dans toutes ses parties.



DE LA GRANDEUR DES SATELLITES DE JUPITER,

Et des erreurs qui se glissent dans les Observations de ces Satellites.

Par M. MARALDI.

LES Satellites de Jupiter sont si éloignés de la Terre, qu'ils sont invisibles à la vûë simple, & ils nous paroissent même très-petits avec les plus longues & les plus excellentes Lunettes ; l'angle que leurs images font au foyer de ces Lunettes, ne sçauroit être mesuré par le Micrometre dont on se sert ordinairement pour mesurer les diametres des corps célestes.

Simon Marius, peu de temps après la découverte de ces Satellites, en détermina fort grossiérement la grandeur. On ne pouvoit pas alors avoir beaucoup de précision. On jugeoit du rapport des Satellites à Jupiter seulement par estime & conjectures ; les Lunettes, qui venoient d'être inventées, n'avoient pas la perfection des nôtres, & ne pouvoient pas donner le moyen de déterminer la grandeur des Satellites qu'elles nous fournissent aujourd'hui. On voit par nos Lunettes, les Satellites entrer sur le disque de Jupiter, & en sortir ; ainsi en observant le temps qu'ils employent à entrer sur le disque de Jupiter, ou à en sortir, & le comparant à celui qu'ils mettent à le parcourir, lorsqu'ils passent par le centre, on aura les diametres de ces Satellites. Il paroît que feu M. Cassini a employé cette méthode pour trouver le temps de la demi-demeure des centres de ces Satellites sur le disque de Jupiter, & le temps qu'ils employent à entrer sur ce disque, & à en sortir, dont il nous a donné des Tables. Il s'en est servi pour trouver le rapport du diametre du 1er Satellite au diametre de Jupiter, qu'on voit dans une Lettre

écrite au P. Gottignés, imprimée à Bologne en 1665.

Il est très-difficile de faire ces observations avec exactitude; j'ai voulu essayer d'en faire, mais j'avouë que je n'y ai pas réussi. La lumiére de Jupiter les rend très-douteuses. On hésite pendant long-temps si le Satellite touche le bord de Jupiter, & s'il est entiérement entré sur le disque. J'ai souvent perdu de vûë un Satellite qui n'étoit pas à moitié entré sur le disque, & je n'ai pû le voir à sa sortie que lorsqu'il étoit à moitié sorti. Cependant on trouve plusieurs de ces observations dans les Registres de l'Observatoire, qui paroissent avoir été faites avec précision. J'en rapporterai trois faites par feu M. Cassini, qui m'ont paru les plus propres pour déterminer les diametres des Satellites.

En 1695.

Le 8 de Février, à	10^h	46′	20″	le 1.er Satellite touche le bord de Jupiter.
	10	53	20	il entre entiérement.
	13	13	21	il commence à sortir.
	13	20	30	il se sépare de Jupiter.
Le 9 de Février, à	8^h	35′	30″	le 2.d Satellite touche le bord de Jupiter.
	8	45	15	il se cache derriére le disque.
	11	45	0	il est à moitié sorti.
	11	49	35	il sort entiérement.
Le 9 de Février, à	10^h	1′	55″	le 3.me Satellite touchoit le bord de Jupiter.
	10	11	45	il est entré.
	13	53	17	il commence à paroître.
	14	5	23	il se détache du bord de Jupiter.

Jupiter étoit au temps de ces observations à $21^\circ \frac{1}{2}$ du Lion, à 7 degrés du nœud descendant des Satellites. On

voit par ces observations que le 1.er Satellite a employé 7 minutes à entrer sur le disque de Jupiter, & qu'il y est resté $2^h 27'$; que le 2d Satellite a été $9' 40''$ à entrer, & qu'il a employé $3^h 4' 20''$ à parcourir le disque, & que le 3me a été $12' 6''$. à sortir du disque de Jupiter, & qu'il y a demeuré $3^h 43' 38''$; à l'égard du 4me j'ai conclu des Tables qu'il est environ 15 minutes à entrer sur le disque de Jupiter, & qu'il lui faut 5 heures pour le parcourir. Le temps que ces Satellites demeurent sur le disque de Jupiter étant divisé par le temps de leur entrée ou de leur sortie, donne pour le 1er, le 2d & le 4me Satellite 20 au quotient, & 18 un peu plus pour le 3me; d'où j'ai conclu que le diametre du 3me Satellite est la 18me partie du diametre de Jupiter, & les diametres des trois autres en sont la 20me partie.

Pour comparer la grandeur de ces Satellites à la grandeur de la Terre, & à celle de la Lune, qui est le Satellite de la Terre, il est nécessaire de connoître la grandeur de Jupiter, que divers Astronomes ont donné différente, & comme la différence est grande, je rapporterai l'observation dont je crois que M. Cassini s'est servi pour déterminer le diametre de Jupiter, car elle est très-rare par rapport aux circonstances qui l'accompagnent.

En 1690, le 27 de Septembre, feu M. Cassini ayant mesuré la distance entre les foyers d'une Lunette de 34 pieds, il la trouva de 404 pouces, & il remarqua que l'image de Jupiter comprise entre deux fils paralleles qui étoient au foyer de l'oculaire dressés suivant le cercle du mouvement journalier de Jupiter, entre lesquels il marchoit, touchant l'un & l'autre, étoit précisément la 10me partie d'un pouce, qui étant comparée à la distance des foyers de la Lunette, donne par la Trigonométrie un angle de 51 secondes qui mesure le diametre apparent de Jupiter.

Cette Planete avoit été le jour précédent à $7^h 18'$ du soir en opposition avec le Soleil, & elle étoit très-proche de son périhélie; deux circonstances favorables pour observer les diametres des Planetes: en toute autre situation il faut avoir

égard, 1.° à leurs aspects avec le Soleil, car ils sont plus ou moins éclairés suivant leur éloignement, mais le défaut de lumiére dans Jupiter ne peut jamais être par cette raison que comme dans la Lune un jour avant ou après son plein, ou comme le sinus verse de 11 degrés, qui est la parallaxe annuelle de cette Planete dans les quadratures. Il faut avoir égard en second lieu à leur distance à la Terre, car les diametres apparents des Planetes varient en raison réciproque des distances à la Terre. La variation du diametre de Jupiter peut monter jusqu'à 19″; car par les hypotheses de feu M. Cassini, la plus petite distance de Jupiter à la Terre, qui est dans l'opposition avec le Soleil qui arrive dans le périhélie, est à sa plus grande distance qui est dans la conjonction avec le Soleil qui arrive dans l'aphélie, comme 43450 à 70950, ou comme 29 à 47; & supposé que ce diametre apparent soit de 51 secondes quand il est le plus grand, il sera de 32 secondes quand il sera le plus petit, de sorte que la variation qui peut arriver au diametre de Jupiter est de 19 secondes. Mais toute cette variation ne lui sçauroit arriver qu'en six années, qui est l'intervalle entre la conjonction qui arrive à l'aphélie, & l'opposition qui arrive au périhélie; cependant elle peut monter à 17 secondes dans l'espace de six mois, qui est entre l'opposition de Jupiter avec le Soleil & sa conjonction, car dans cet intervalle de temps la variation de la distance de Jupiter à la Terre, en l'année que Jupiter est dans son périhélie, est comme 43450 à 65637, ou environ comme 4 à 6; donc la variation de son diametre sera comme 6 à 4, ou comme 51 secondes à 34 secondes.

Comme la différence du lieu de Jupiter au temps de cette opposition, au lieu de son périhélie, n'est tout au plus que de 5 degrés, & la distance de Jupiter à la Terre ne varie pas sensiblement par cet éloignement du périhélie, nous avons supposé que Jupiter étoit à sa moindre distance de la Terre au temps de cette observation, & que le diametre observé étoit le plus grand qu'il est possible.

Or la moindre diſtance de Jupiter à la Terre eſt à la moyenne diſtance du Soleil à la Terre, ſuivant M. Caſſini, comme 43450 à 11000, ou comme 79 à 20, ou environ comme 4 à 1. Donc le diametre de Jupiter, vû d'une diſtance égale à la diſtance moyenne du Soleil à la Terre, ſeroit de quatre fois 51 ſecondes, qui font 3′ 24″.

Mais le diametre de la Terre, vû de la même diſtance, ſelon la détermination de feu M. Caſſini, qui eſt à la fin de la recherche de la Parallaxe de Mars, eſt égal à la 100me partie du diametre du Soleil, qui dans les moyennes diſtances eſt de 32′ 10″, ce qui fait 19″ $\frac{3}{10}$ pour le diametre de la Terre, d'où l'on tire que le diametre de la Terre eſt un peu moins de la 10me partie du diametre de Jupiter. Nous avons trouvé que le diametre du 3me Satellite eſt la 18me partie du diametre de Jupiter, & que les diametres des trois autres ſont la 20me partie de celui de Jupiter; donc leurs diametres ſont au moins la moitié de celui de la Terre, leurs ſurfaces ſont le quart de celle de la Terre, & les globes ſont la 8me partie du globe de la Terre. Mais on trouvera que les globes de ces Satellites ſont plus de ſix fois plus grands que celui de la Lune ; car, ſuivant M. Caſſini, le diametre de la Lune eſt au diametre de la Terre comme 27 à 100, les diametres des Satellites ſont la moitié du diametre de la Terre; donc le diametre de la Lune ſera aux diametres de ces Satellites comme 27 à 50, les ſurfaces comme 729 à 2500, & les globes comme 19683 à 125000, c'eſt-à-dire, comme 1 à 6, un peu plus ; d'où il paroît que ces Satellites ſont plus petits que la Terre, mais plus grands que la Lune.

On a remarqué, & il eſt rapporté dans pluſieurs endroits des Mémoires de l'Académie, que la proportion des Satellites entr'eux ne ſe trouve pas toûjours la même. Le 4me Satellite, qui le plus ſouvent paroît plus petit que les autres, paroît quelquefois le plus grand ; le 3me, qui ordinairement paroît le plus grand, paroît quelquefois égal aux autres, & même plus petit. Ces Satellites paroiſſent auſſi plus petits,

lorſqu'ils ſont proche de Jupiter, que quand ils en ſont éloignés, ce qui fut d'abord remarqué par Galilée; dont on a attribué la cauſe à la lumiére prochaine de Jupiter, qui offuſque à notre égard celle des Satellites, comme fait la Lune aux Aſtres dont elle approche. Feu M. Caſſini a de plus remarqué que le temps qu'un Satellite met à entrer dans le diſque de Jupiter, ou à en ſortir, ne paroît pas avoir toûjours la même proportion au temps qu'il met à parcourir le diametre de Jupiter, & la durée de l'immerſion qui dans la même conjonction devroit être égale à la durée de l'émerſion, ſe trouve ſouvent inégale.

Il eſt vrai que l'obliquité de la ligne du mouvement d'un Satellite à la circonférence du diſque de Jupiter, à meſure qu'un Satellite paſſe plus ou moins éloigné du centre, cauſe un peu de différence; comme auſſi le défaut de lumiére d'un Satellite & de Jupiter, dont ils doivent manquer vers les quadratures avec le Soleil, comme nous avons dit ci-deſſus. Mais ces cauſes n'étant pas ſuffiſantes pour expliquer la différence conſidérable du temps qu'un même Satellite met à entrer ſur le diſque de Jupiter & à en ſortir, M. Caſſini a cru pouvoir en attribuer une partie aux taches des Satellites, comme M. Godin l'a expliqué dans l'Hiſtoire de l'Académie de 1694; il en rejette une autre partie ſur la grande difficulté de déterminer précisément l'inſtant des phaſes de ces Satellites. Je ſuis perſuadé que cette cauſe eſt la principale, & qu'il ſe gliſſe, dans les obſervations des Satellites de Jupiter, des erreurs qu'il eſt impoſſible d'éviter, & dont j'ai remarqué un effet très-ſingulier dans les différences des Méridiens qu'on conclut des obſervations des Immerſions des Satellites dans l'ombre, & de leurs Emerſions.

La différence des Méridiens entre Greenwich & Paris, déterminée par les Eclipſes des Satellites de Jupiter, réſulte ſenſiblement plus grande par les obſervations des Immerſions des Satellites dans l'ombre que par les Emerſions, comme on peut voir par la comparaiſon que nous avons faite des unes & des autres. Il n'y a pas de doute que la différence

ne vienne des erreurs gliſſées dans les obſervations ; il paroît que les erreurs ſont dans les obſervations faites à Greenwich. Car puiſque la différence des Méridiens qui réſulte des obſervations des Immerſions eſt plus grande que celle qu'on conclut des obſervations des Emerſions, c'eſt une marque qu'on a obſervé à Greenwich les Immerſions trop tôt, & les Emerſions trop tard. En voici la preuve. Greenwich eſt plus occidental que Paris, & par conſéquent on compte moins de temps dans le même inſtant à Greenwich qu'à Paris, il faut donc ſouſtraire le temps d'une obſervation faite à Greenwich, du temps de la même obſervation faite à Paris, pour avoir la différence des Méridiens ; donc la différence ſera plus grande, lorſque le temps obſervé à Greenwich ſera moindre qu'il ne doit être, & elle ſera plus petite, lorſque le temps obſervé à Greenwich ſera plus grand. Mais la plus grande différence des Méridiens réſulte des obſervations des Immerſions, donc le temps auquel on a marqué ces phaſes à Greenwich a été moindre qu'il ne doit être, *donc* on a obſervé les Immerſions trop tôt, & la plus petite différence des Méridiens réſulte des obſervations des Emerſions, *donc* le temps auquel on a marqué ces phaſes à Greenwich a été plus grand qu'il ne doit être, donc on a vû les Emerſions trop tard. Nous allons appliquer ce raiſonnement à un exemple tiré des deux premiéres obſervations, afin de le rendre plus clair.

En l'année 1677 on obſerva à Greenwich l'Immerſion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter le 16 de Juin à $14^h\ 5'\ 46''$, & à Paris à $14^h\ 16'\ 10''$, qui donne la différence des Méridiens de $10'\ 24''$. Si au lieu d'avoir marqué à Greenwich l'Immerſion totale à $14^h\ 5'\ 46''$, on eût vû le Satellite une minute plus tard à Greenwich, & qu'on n'eût marqué l'Immerſion qu'à $14^h\ 6'\ 46''$, la différence ne ſeroit que de $9'\ 24''$; de même dans l'Emerſion du même Satellite du 18 Septembre de la même année, ſi au lieu d'avoir vû le Satellite à $11^h\ 42'\ 56''$ à Greenwich, & à Paris à $11^h\ 51'\ 46''$, ce qui donne $8'\ 50''$ ſeulement pour la différence des

des Méridiens, on eût vû le Satellite plûtôt à Greenwich, & marqué l'Emersion à $11^h 41' 56$, on auroit eu la différence des Méridiens de $9' 50''$, à 26 secondes près de celle qui résulte des observations des Immersions, au lieu qu'il y a une différence d'une minute 30 secondes. Si on suppose que les erreurs sont dans les observations faites à Paris, & qu'on y applique le même raisonnement, on augmentera l'erreur dans la différence des Méridiens, au lieu de la diminuer. On m'a assûré qu'à Londres & aux environs l'air est moins pur qu'à Paris, ce qui peut être une source de ces erreurs. La différence des Lunettes pourroit aussi y avoir quelque part ; car M. Cassini, étant à Londres en 1698, observa une Immersion du 1er Satellite avec une Lunette de 16 pieds, pareille à celles dont on se sert à l'Observatoire de Paris, & détermina par la comparaison de l'observation correspondante faite à Paris, la différence des Méridiens, entre Londres & Paris, de $9' 41''$, & celle entre l'Observatoire de Greenwich & celui de Paris de $9' 10''$, qui s'accorderoit à la différence moyenne qui résulte de nos Observations comparées à celles qui sont rapportées dans le Livre de l'Histoire Céleste de M. Flamsteed, telles qu'on les a marquées ci-dessous.

OBSERVATIONS des Eclipses des Satellites de Jupiter faites à Paris,

Avec les Correspondantes faites à Greenwich.

IMMERSIONS.

Immersions observées à Paris.								Les mêmes observées à Greenwich.				Differ. des Merid.	
		Jours.	*H.*	*M.*	*S.*			*Jours.*	*H.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*
1677	Juin	16	14	16	10	Im.	P.	16	14	5	46	10	24
	Juillet	2	12	29	0	Im.	P.	2	12	18	56	10	4
1680	Oct.	21	14	56	48	Im.	P.	21	14	47	20	9	28
	Oct.	23	9	25	44	Im.	P.	23	9	15	46	9	58
1681	Oct.	26	12	39	46	Im.	P.	26	12	29	36	10	10

Immersions observées à Paris.							Les mêmes observées à Greenwich.				Differ. des Merid.	
		Jours.	H.	M.	S.		J.	H.	M.	S.	M.	S.
1681	Nov.	18	12	47	48	Im. P.	18	12	37	40	10	18
	Dec.	21	8	43	40	Im. S.	21	8	33	15	10	25
1682	Oct.	29	15	45	21	Im. P.	29	15	35	18	10	3
	Dec.	7	14	0	25	Im. P.	7	13	50	12	10	13
	Dec.	14	15	50	17	Im. P.	14	15	41	0	9	17
1684	Fevr.	12	9	36	52	Im. P.	12	9	27	10	9	42
1690	Août	30	11	30	58	Im. P.	30	11	21	26	9	32
1691	Oct.	9	7	33	42	Im. P.	9	7	23	40	10	2
1692	Août	14	12	47	34	Im. P.	14	12	36	45	10	49
1694	Mars	27	13	37	24	Im. T.	27	13	27	44	9	40
1695	Janv.	21	18	11	29	Im. P.	21	18	1	32	9	57
	Oct.	19	17	34	24	Im. P.	19	17	24	6	10	18
1697	Mars	14	11	12	50	Im. S.	14	11	1	23	11	27
1698	Fevr.	9	14	44	28	Im. P.	9	14	34	24	10	4

EMERSIONS.

Emersions observées à Paris.							Les mêmes observées à Greenwich.				Differ. des Merid.	
		Jours.	H.	M.	S.		J.	H.	M.	S.	M.	S.
1677	Sept.	18	11	51	46	Em. P.	18	11	42	56	8	50
	Sept.	27	8	18	30	Em. P.	27	8	9	40	8	50
1682	Mars	15	10	12	40	Em. S.	15	10	3	53	8	47
1688	Sept.	6	9	46	7	Em. T.	6	9	36	40	9	27
1690	Nov.	9	9	5	20	Em. P.	9	8	56	8	9	12
1691	Fevr.	13	6	42	14	Em. S.	13	6	33	20	8	54
	Dec.	19	11	55	15	Em. S.	19	11	47	17	7	58
1693	Mars	4	9	15	25	Em. P.	4	9	5	54	9	31
1694	Mai	1	9	31	51	Em. P.	1	9	24	8	7	43
1695	Avril	11	12	3	13	Em. T.	11	11	54	47	8	26
1696	Juin	23	10	4	53	Em. P.	23	9	56	40	8	13
1697	Avril	27	8	33	38	Em. P.	27	8	25	25	8	13
	Mai	17	13	5	38	Em. S.	17	12	56	56	8	42
1701	Nov.	8	10	25	43	Em. P.	8	10	16	28	9	15

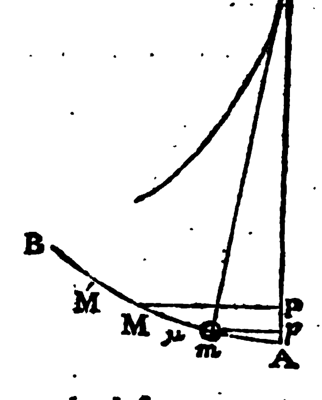
SUR LES COURBES TAUTOCHRONES.

Par M. FONTAINE.

PAR *COURBE TAUTOCHRONE*, j'entends une Courbe dont tous les arcs, comptés du point le plus bas, seront descendus ou remontés dans des temps égaux. 17 Février 1734.

Je distingue deux maniéres d'être Tautochrone, parce que quoique dans quelques hypotheses une même Courbe le soit en même temps des deux, il doit y en avoir une infinité d'autres où elle ne pourra l'être que d'une seule.

On a la détermination de ces Courbes pour quelques cas particuliers, mais on n'a point encore de Méthode générale pour toutes les hypotheses de pesanteur & de résistance, & voici en quoi consiste la difficulté.

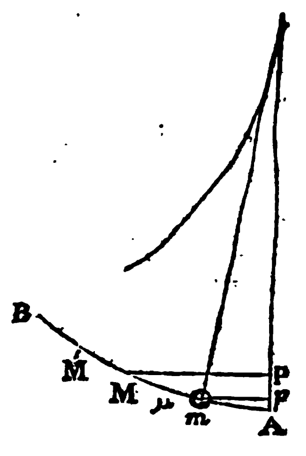


Soit la Courbe *AMM'B*, on veut que cette courbe soit telle que tous ses arcs *AM*, *AM'*, &c. soient parcourus en temps égaux, soit en montant, soit en descendant, ou plus généralement on veut que les temps soient commune fonction donnée des arcs & des abscisses correspondantes.

On voit d'abord que pour donner une origine fixe aux abscisses, il faut toûjours concevoir le corps partant de *A*, & que pour représenter la descente, au lieu que le milieu retarde, il n'y a qu'à imaginer qu'il accélere, & du reste naturellement on s'y prendroit ainsi, on commenceroit par déterminer la vîtesse dans un point quelconque *m* de l'arc *AM*, pour avoir le petit temps de *m* en *μ*; ayant ce temps, on en prendroit la FLuente, & on auroit le temps de *A* en *m*, on substituëroit pour les lignes *Am*,

Ap, les lignes AM, AP, & on auroit généralement pour toute courbe le temps de A en M, on égaleroit ce temps à la fonction donnée, & cette équation détermineroit la courbe $AMM'B$, mais 1.° il n'y a que quelques hypothefes où l'on puiffe avoir la vîteffe ; 2.° Quand bien même on auroit cette vîteffe, on ne pourroit pas intégrer l'élément du temps. Dans les cas où l'on peut avoir la vîteffe, voyons ce que M.rs Newton & Bernoulli nous ont donné.

Soit, en premier lieu, le milieu fans réfiftance, & foit la force telle qu'on voudra, décrivés une courbe, telle que la partie de cette force qui retardera le long de fes petits côtés foit toûjours comme l'arc parcouru, cette courbe fera tautochrone.



Car foit l'arc à parcourir $AM = X$, l'arc parcouru $Am = x$, l'arc que le corps parcourt actuellement $= \dot{x}$, la vîteffe qu'a le corps en $m = y$, celle qu'il perd de m en $\mu = \dot{y}$, le temps total de A en $M = T$, le temps écoulé de A en $m = t$, le temps préfent $= \dot{t}$, & foit la force $= nx$, on aura $(-nx) \cdot \frac{\dot{x}}{y} = \dot{y}$, ou $nx\dot{x} + y\dot{y} = 0$, donc $nx^2 + y^2 = nX^2$, & $y = n^{\frac{1}{2}}(X^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}$, donc $\dot{t} = \frac{n^{-\frac{1}{2}}\dot{x}}{\sqrt{X^2 - x^2}}$ &

$t = FL\left(\frac{n^{-\frac{1}{2}}\dot{x}}{\sqrt{X^2 - x^2}}\right)$, mais $FL\left(\frac{n^{-\frac{1}{2}}\dot{x}}{\sqrt{X^2 - x^2}}\right)$ eft une fonction de dimenfion nulle de X & de x ; donc fi on avoit cette FLuente, & qu'on fubftituât pour x, X, on auroit T égal à une fonction de dimenfion nulle de X, c'eft-à-dire, à un nombre conftant.

Soit en fecond lieu la réfiftance du milieu $= \frac{y^2}{a}$, &

ſoit la force égale à la gravité ordinaire $= g$, l'abſciſſe verticale $Ap = z$, on aura $\left(-\frac{g\dot{z}}{\dot{x}} \pm \frac{y^2}{n}\right) \cdot \frac{\dot{x}}{y} = \dot{y}$,

ou $g\dot{z} \mp \frac{1}{n} y^2 \dot{x} + y\dot{y} = 0$,

ou $gC^{\mp\frac{2}{n}x} \cdot \dot{z} \mp \frac{1}{n} C^{\mp\frac{2}{n}x} \cdot y^2\dot{x} + C^{\mp\frac{2}{n}x}\, y\dot{y} = 0$.

(par C j'entends le nombre dont le logarithme eſt 1) ou

$$gFL(C^{\mp\frac{2}{n}x}\dot{z}) + \tfrac{1}{2}C^{\mp\frac{2}{n}x} \cdot y^2 = gFL(C^{\mp\frac{2}{n}X}\dot{Z})$$

donc

$$y = \sqrt{2g} \cdot C^{\pm\frac{1}{n}x} \cdot \sqrt{FL(C^{\mp\frac{2}{n}X}\dot{Z}) - FL(C^{\mp\frac{2}{n}x}\dot{z})}$$

$$\& \ \dot{t} = \frac{C^{\mp\frac{1}{n}x}\dot{x}}{\sqrt{2g} \cdot \sqrt{FL(C^{\mp\frac{2}{n}X} \cdot \dot{Z}) - FL(C^{\mp\frac{2}{n}x}\dot{z})}}.$$

Pour que T ſoit un nombre conſtant, il faut 1.° que la quantité précédente ſoit une fonction de dimenſion nulle de deux autres fonctions ; 2.° que l'une de ces fonctions devienne l'autre, lorſque x deviendra $= X$, & que toutes les deux ſoient $= 0$, lorſque x & X ſeront $= 0$.

Soit $\dot{z} = \mp \frac{2n}{mm}\dot{x} \pm \frac{2n}{mm} C^{\pm\frac{1}{n}x} \cdot \dot{x}$, & on trouvera

que $\dfrac{C^{\mp\frac{1}{n}x}\dot{x}}{\sqrt{FL(C^{\mp\frac{2}{n}X}\dot{Z}) - FL(C^{\mp\frac{2}{n}x}\dot{z})}}$ eſt une

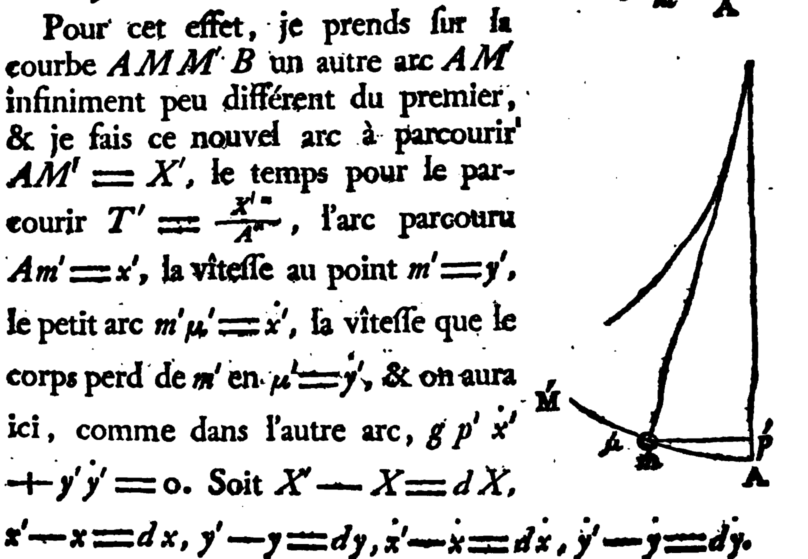
fonction de dimenſion nulle de $\left(\mp\frac{n}{m}C^{\mp\frac{1}{n}x} \pm \frac{n}{m}\right)$ & de $\left(\mp\frac{n}{m}C^{\mp\frac{1}{n}X} \pm \frac{n}{m}\right)$, & que par conſéquent la courbe eſt tautochrone.

Maintenant voici une méthode qui ne demande point qu'on ait la vîteſſe, & qui paroît générale pour tous les Problemes de ce genre ; mais avant tout je dois avertir que

comme j'ai été obligé, dans mes calculs, de faire varier les mêmes lignes de deux maniéres différentes, il a fallu que je désigne leurs variations différemment; j'ai marqué les unes à la façon des Anglois par des *fluxions*, les autres par des *différences*, à notre maniére, en sorte qu'ici dx ne sera pas la même chose que $\dot{x}$, $d\dot{x}$ que $\ddot{x}$, &c.

EXEMPLE I.

Dans l'hypothese de la gravité ordinaire & d'un milieu sans résistance, on demande que $T = \frac{X^m}{A^m}$. Soient ici les mêmes dénominations que précédemment; & soit de plus $\dot{z} = p\dot{x}$, $\dot{p} = q\dot{x}$, $\dot{q} = r\dot{x}$, &c. on aura $(-gp)\cdot\frac{\dot{x}}{y} = \dot{y}$, ou $gp\dot{x} + y\dot{y} = 0$. Il faut à présent faire en sorte que lorsque x deviendra $= X$, $FL(\frac{\dot{x}}{y})$ devienne $= \frac{X^m}{A^m}$.



Pour cet effet, je prends sur la courbe $AMM'B$ un autre arc AM' infiniment peu différent du premier, & je fais ce nouvel arc à parcourir $AM' = X'$, le temps pour le parcourir $T' = \frac{X'^m}{A^m}$, l'arc parcouru $Am' = x'$, la vîtesse au point $m' = y'$, le petit arc $m'\mu' = \dot{x}'$, la vîtesse que le corps perd de m' en $\mu' = \dot{y}'$, & on aura ici, comme dans l'autre arc, $gp'\dot{x}' + y'\dot{y}' = 0$. Soit $X' - X = dX$, $x' - x = dx$, $y' - y = dy$, $\dot{x}' - \dot{x} = d\dot{x}$, $\dot{y}' - \dot{y} = d\dot{y}$.

Et on aura $(gp'\dot{x}'+\dot{y}'y')-(gp\dot{x}+\dot{y}y)=d(gp\dot{x}+\dot{y}y)=0$. Donc $gpd\dot{x}+gq\dot{x}dx+\dot{y}dy+yd\dot{y}=0$. Je suppose $d\dot{x}=\varphi dX$, & par φ, j'entends une fonction de X & de x. Soit $\varphi=\gamma\dot{x}$, $\dot{\gamma}=\lambda\dot{x}$, $\dot{\lambda}=\mu\dot{x}$, &c. Donc $d\dot{x}=\gamma\dot{x}dX$. Pour avoir dy, je fais la proportion suivante qui renferme les conditions du Probleme,

$FL(\frac{\dot{x}'}{\dot{y}'}) : FL(\frac{\dot{x}}{\dot{y}}) :: T'$, ou $(\frac{X'^m}{A^m}) : T$, ou $(\frac{X^m}{A^m})$. Ou, en divisant, $dFL(\frac{\dot{x}}{\dot{y}}) : FL(\frac{\dot{x}}{\dot{y}}) :: mdX : X$. Donc $dFL(\frac{\dot{x}}{\dot{y}})=\frac{mdX}{X}FL(\frac{\dot{x}}{\dot{y}})$. Donc $d(\frac{\dot{x}}{\dot{y}})=\frac{mdX}{X}(\frac{\dot{x}}{\dot{y}})$. Donc $\dot{y}d\dot{x}-\dot{x}d\dot{y}=\frac{mdX}{X}\dot{y}\dot{x}$. Donc $d\dot{y}=\gamma\dot{y}dX-\frac{m\dot{y}dX}{X}$ & $d\dot{y}=\gamma\dot{y}dX+\lambda y\dot{x}dX-\frac{m\dot{y}dX}{X}$. Substituons ces valeurs dans notre équation fluxio-différentielle, & elle deviendra $gp\gamma\dot{x}+gq\varphi\dot{x}+2\gamma y\dot{y}+\lambda y^2\dot{x}-\frac{2my\dot{y}}{X}=0$, ou $g(\frac{p\gamma+q\varphi}{2\gamma-\frac{2m}{X}})\dot{x}+\frac{\lambda}{2\gamma-\frac{2m}{X}}y^2\dot{x}+y\dot{y}=0$. Faisons que cette équation soit la même, terme à terme, que celle-ci, $gp\dot{x}+y\dot{y}=0$, & par-là nous aurons les deux équations suivantes, $\lambda=0$, $\frac{p\gamma+q\varphi}{2\gamma-\frac{2m}{X}}=p$. Donc $\lambda\dot{x}=0$.

Donc $\gamma=M$. Donc $\gamma\dot{x}=M\dot{x}$. Donc $\varphi=Mx+N$. Mais φ doit être $=0$ lorsque $x=0$, & $=1$ lorsque $x=X$; car au commencement du mouvement, la différence des arcs parcourus en temps proportionnels est nulle, & à la fin elle est égale à la différence totale des deux arcs. Donc $N=0$ & $M=\frac{1}{X}$. Donc $\varphi=\frac{x}{X}$ & $\gamma=\frac{1}{X}$. Je substitue ces valeurs dans la seconde équation, & elle devient $\frac{p+qx}{2-2m}=p$,

ou $(1-2m)p = q\dot{x}$. Donc $(1-2m)\frac{\dot{x}}{x} = \frac{\dot{q}\dot{x}}{p}$, & par conséquent $(1-2m)\,lx - (1-2m)\,lb = lp$. Donc $b^{2m-1}x^{1-2m} = p$. Donc $p\dot{x} = \dot{z} = b^{2m-1}x^{1-2m}\dot{x}$. Donc enfin $z = e^{2m-1}x^{2-2m}$. Si $m = 0$, on aura $ez = x^2$, comme on le sçait depuis long-temps; si $m = \frac{1}{2}$, on aura $z = x$, ou en général, si nous eussions pris la fluente autrement, $z = nx$.

EXEMPLE II.

Supposons à présent que le mouvement se fasse dans un Milieu qui résiste en raison de la vîtesse, & qu'on veuille une Courbe où tous les temps soient égaux, l'équation sera $(-gp \pm ny)\frac{\dot{x}}{y} = \dot{y}$, ou $gp\dot{x} \mp ny\dot{x} + y\dot{y} = 0$, & sa différence $gpd\dot{x} + gq\dot{x}dx \mp nyd\dot{x} \mp n\dot{x}dy + yd\dot{y} + \dot{y}dy = 0$. Substituons pour dx & $d\dot{x}$, dy & $d\dot{y}$ leurs valeurs, & nous aurons cette équation cy

$$gp\gamma\dot{x} + gq\varphi\dot{x} \mp 2n\gamma y\dot{x} + 2\gamma y\dot{y} + \lambda\dot{y}^2\dot{x} = 0,$$

ou $g.(\frac{p\gamma + q\varphi}{2\gamma})\dot{x} \mp ny\dot{x} + \frac{\lambda}{2\gamma}\dot{y}^2\dot{x} + y\dot{y} = 0$, dont les termes, comparés avec ceux de la premiére, donneront $\lambda = 0$ & $\frac{p\gamma + q\varphi}{2\gamma} = p$.

Si on suit ces deux équations, comme dans l'exemple précédent, on trouvera $z = e^{-1}x^2$,

EXEMPLE III.

Soit la résistance $= \frac{y^2}{n}$, & qu'on veuille la Tautochrone de cette hypothese, l'équation sera $(-gp \pm \frac{1}{n}y^2)\frac{\dot{x}}{y} = \dot{y}$, ou $gp\dot{x} \mp \frac{1}{n}y^2\dot{x} + y\dot{y} = 0$, sa différence sera $gpd\dot{x} + gq\dot{x}dx \mp \frac{1}{n}y^2d\dot{x} \mp \frac{2}{n}y\dot{x}dy + yd\dot{y} + \dot{y}dy = 0$, & après

& après la substitution on aura

$$gp\gamma\dot{x}+gq\varphi\dot{x}\mp\tfrac{1}{n}\gamma y^{2}\dot{x}+2\gamma y\dot{y}+\lambda y^{2}\dot{x}=0,$$

ou $g\left(\frac{p\gamma+q\varphi}{2\gamma}\right)\dot{x}+\left(\frac{\mp\frac{1}{n}\gamma+\lambda}{2\gamma}\right)y^{2}\dot{x}+y\dot{y}=0$;

& en comparant $\frac{\mp\frac{1}{n}\gamma+\lambda}{2\gamma}=\mp\frac{1}{n}$ & $\frac{p\gamma+q\varphi}{2\gamma}=p$,

donc 1.° $\mp\frac{1}{n}\gamma\dot{x}+\lambda\dot{x}=0$, donc $\mp\frac{1}{n}\varphi+\gamma=M$,

ou $\pm\frac{1}{n}\dot{x}=\frac{\dot{\gamma}n}{\varphi\pm nM}$, donc $\pm\frac{1}{n}x=l(\varphi\pm nM)$

$+lN$, & par conséquent $N\varphi\pm nNM=C^{\pm\frac{1}{n}x}$,
& en remplissant les conditions que φ soit $=0$ au commencement & $=1$ à la fin, on aura $\pm nNM=1$

& $N\pm nMN=C^{\pm\frac{1}{n}X}$, d'où l'on tirera

$$M=\pm\left(\frac{1}{nC^{\pm\frac{1}{n}X}-n}\right) \text{ \& } N=C^{\pm\frac{1}{n}X}-1,$$

donc $\varphi=\frac{C^{\pm\frac{1}{n}x}-1}{C^{\pm\frac{1}{n}X}-1}$ & $\gamma=\frac{\pm\frac{1}{n}C^{\pm\frac{1}{n}x}}{C^{\pm\frac{1}{n}X}-1}$. Donc

2.° $\frac{\pm\frac{1}{n}C^{\pm\frac{1}{n}x}\dot{x}}{C^{\pm\frac{1}{n}x}-1}=\frac{q\dot{x}}{p}$, donc $l(C^{\pm\frac{1}{n}x}-1)$

$=lp+lm$, & par conséquent $mp=C^{\pm\frac{1}{n}x}-1$,

donc $mp\dot{x}=m\dot{z}=C^{\pm\frac{1}{n}x}\dot{x}-\dot{x}$, donc $mz=\pm$

$nC^{\pm\frac{1}{n}x}-x\mp n$; & si l'on veut avoir une équation sans quantité exponentielle, il n'y aura qu'à faire

$\pm nC^{\pm\frac{1}{n}x}=mz\pm n+x$ & $\pm nC^{\pm\frac{1}{n}x}=$

$\frac{\pm mn\dot{z}\pm n\dot{x}}{\dot{x}}$, & on tirera $\pm mn\dot{z}=mz\dot{x}+x\dot{x}$.

EXEMPLE IV.

Soit la réſiſtance $= \frac{y^2 + my}{n}$, & trouvons encore la Tautochrone de cette hypotheſe, qui eſt celle de la nature, quoiqu'apparemment cette courbe ne puiſſe être d'aucun uſage, attendu que ſi les oſcillations de gauche à droite ſont iſochrones, celles de droite à gauche ne le ſeront pas. Dans ce cas-ci, nous aurons $(-gp \pm \frac{1}{n} y^2 \pm \frac{m}{n} y) \frac{\dot{x}}{y} = \dot{y}$, ou $gp\dot{x} \mp \frac{1}{n} y^2 \dot{x} \mp \frac{m}{n} y\dot{x} + y\dot{y} = 0$. Prenons la différence $gpd\dot{x} + gq\dot{x}dx \mp \frac{1}{n} y^2 d\dot{x} \mp \frac{2}{n} y\dot{x}dy \mp \frac{m}{n} yd\dot{x} \mp \frac{m}{n} \dot{x}dy + yd\dot{y} + \dot{y}dy = 0$. Subſtituons, & elle deviendra $gp\gamma\dot{x} + gq\varphi\dot{x} \mp \frac{3}{n} \gamma y^2 \dot{x} \mp \frac{2m}{n} \gamma y\dot{x} + 2\gamma y\dot{y} + \lambda y^2 \dot{x} = 0$, ou $g(\frac{p\gamma + q\varphi}{2\gamma})\dot{x} + (\frac{\mp \frac{3}{n}\gamma + \lambda}{2\gamma}) y^2 \dot{x} \mp \frac{m}{n} y\dot{x} + y\dot{y} = 0$. Comparons, & nous trouverons les mêmes équations que dans l'hypotheſe précédente, ce qui prouve que ſa Tautochrone l'eſt auſſi de celle-ci.

PREMIÉRE REMARQUE.

Soit en général la force le long des petits côtés de la courbe $= f$, la réſiſtance $= \rho$, le temps $= T$, & $dT = SdX$, & on aura $(-f \pm \rho) \frac{\dot{x}}{y} = \dot{y}$, ou $f\dot{x} \mp \rho\dot{x} + y\dot{y} = 0$, & $dy = \gamma y - \frac{S}{T} y$, mais il arrivera très-ſouvent que les deux équations fluxionelles qui dans les exemples précédents ont toûjours été comparables, ne le feront pas, alors il faudra, par le moyen de ces deux équations, faire diſparoître les y; & enſuite T ou z étant donné, tâcher de déterminer l'autre par les méthodes ordinaires, & en rempliſſant les deux conditions de φ.

SECONDE REMARQUE.

Il eſt évident que ſi au lieu de l'équation des forces, on avoit toute autre équation entre le parametre A de la courbe AB, l'abſciſſe totale X, l'abſciſſe partiale x & l'ordonnée y, en termes finis ou en fluxions, il eſt évident que la méthode précédente pourroit également ſervir non ſeulement à trouver ce que deviendroit $FL(\frac{\dot{x}}{y})$, mais toute autre fonction donnée de ces lignes (comme $FL(y\dot{x})$ ou $FL(\dot{x}^2+\dot{y}^2)^{\frac{3}{2}}$ ou, &c.) lorſque x deviendroit $= X$, ou réciproquement à faire que cette fonction devint une quantité donnée, x devenant $= X$, & qu'ainſi il peut y avoir une infinité de Problemes qui dépendent de cette méthode fluxio-différentielle.



ANALYSE DES PLASTRAS.

Par M. PETIT le Médecin.

26 Juin 1734.

J'AI donné un Mémoire [a] sur la précipitation du Sel marin dans la fabrique du Salpêtre, dans lequel j'ai dit [b] que la liqueur qui fournit le Salpêtre est *une lessive faite avec de l'eau passée plusieurs fois sur des Cendres, & des Plâtras brisés presqu'en poussiére. Les Cendres fournissent un sel fixe. Les Plâtras sont empreints de deux especes de sel armoniac, l'un nitreux, & l'autre salin ; ce qui sera prouvé dans un Mémoire que je donnerai sur cette matiére.* Ce Mémoire est l'analyse de l'eau-mere de salpêtre, que je m'étois proposé de donner, j'y ai travaillé; mais j'y ai trouvé tant de choses à examiner, que je me suis trouvé obligé de le diviser en trois parties. La premiére sera l'analyse des Plâtras. La seconde sera un détail des expériences faites sur le Sel fixe de bois neuf & de bois flotté, & de plusieurs autres sels fixes de plantes capables de produire du salpêtre avec l'imprégnation de Plâtras, & avec l'esprit de nitre. La troisiéme sera sur l'Eau-mere de Salpêtre. Je vais donner l'analyse des Plâtras.

[a] *V. les Mem. de l'Académie, an. 1729. p. 225.*

[b] p. 230.

Il s'agit d'abord de sçavoir si le salpêtre se trouve dans les plâtras, comme le croyent les salpêtriers, & comme ils l'ont fait croire au public, ou dans les cendres, ou bien s'il se forme de la combinaison des parties salines qui sont contenuës dans l'un & dans l'autre, & c'est ce que nous pouvons découvrir par l'analyse de l'un & de l'autre.

Les salpêtriers croyent que les plâtras contiennent du salpêtre, parce qu'ils en ont effectivement retiré sans le secours des cendres, mais ils n'ont pas pris garde qu'ils avoient mis eux-mêmes le salpêtre dans les plâtras qu'ils avoient en réserve dans leurs hangars, & sur lesquels ils ont coûtume de jetter les écumes & les fondrilles de leur cuitte, & le plus souvent leur eau-mere. Toutes ces matiéres contiennent beaucoup

de salpêtre & de sel marin, qu'ils peuvent retirer sans le secours des cendres. Mais comme ce salpêtre ne leur paroissoit pas si beau que celui où l'on a employé la cendre, ils ont cru que cette cendre ne servoit qu'à dégraisser les plâtras. Ainsi lorsqu'on se propose de travailler sur les plâtras, il ne faut pas en prendre chez les salpêtriers, il vaut mieux prendre immédiatement ceux que l'on trouve dans les démolitions des maisons; mais il y a un choix à faire. Les salpêtriers disent que pour connoître les bons plâtras il faut en mettre sur la langue, & que ceux qui ont le goût piquant & salé, sont les meilleurs. Il faut joindre à cela que ces plâtras sont un peu gris, & qu'étant mis en poudre & jettés sur les charbons ardents, ils produisent des étincelles de feu; plus ils en produisent, meilleurs ils sont. Ils ont outre cela une certaine onctuosité en les frottant entre les doigts, que les autres plâtras n'ont pas. On les trouve dans les vieilles maisons, dans les lieux bas, où le Soleil ne donne pas, & où l'on ne fait point de feu, & même dans les maisons de moyen âge, principalement si on les prend des démolitions des murailles d'écuries & de latrines, & ce sont de ces plâtras que j'ai choisis dans la maison où je demeure, où l'on a été obligé d'abbattre une cloison de plâtre qui séparoit l'écurie des latrines. J'ai trouvé ces plâtras très-bons & très-propres à exécuter le dessein que j'avois d'en faire l'analyse.

J'ai pris douze livres de ces plâtras battus en poudre grossiére, je les ai mis dans une grande bassine d'étain avec 18 livres d'eau, je les ai fait chauffer sur un fourneau pendant 3 ou 4 heures, en les remuant de temps en temps, pour tirer plus promptement la teinture des plâtras; je l'ai filtré par le papier gris. On peut se dispenser de la faire chauffer si l'on veut; car soit que l'on fasse couler de l'eau froide ou chaude dessus ces plâtras en maniére de lessive, soit qu'on les mette tremper à froid dans des vaisseaux de terre ou d'étain pendant 8 ou 10 jours, en remuant les plâtras plusieurs fois dans la journée, on tire toûjours la même teinture, qui est plus ou moins forte selon la bonté des plâtras, & selon la quantité

d'eau qu'on employe. Je l'ai fait de toutes ces maniéres, j'ai trouvé peu de différence dans la teinture qui est ordinairement jaune, transparente, amere & d'une légére âcreté.

Sa pesanteur spécifique est pour l'ordinaire à celle de l'eau, comme 38 à 37, ou comme 32 à 31, & quelquefois comme 27 à 26.

Après bien des essais, j'ai tiré à plusieurs fois la teinture de 50 livres de plâtras avec 72 livres d'eau; j'ai filtré cette teinture par le papier gris, je l'ai fait évaporer jusqu'à ce que je me suis apperçû qu'elle étoit bien chargée de parties salines*, ce qui est marqué par une âcreté plus forte & une plus grande amertume, & la couleur rougeâtre; sa pesanteur spécifique étoit à celle de l'eau comme 4 à 3; il y en avoit 4 livres, elle étoit limpide, gris-de-lin, je l'ai fait évaporer jusqu'à consistance d'extrait liquide; car je n'ai pû la faire évaporer jusqu'à siccité; mais lorsqu'elle a été refroidie, elle s'est trouvée plus ferme que du beurre. Cette matiére se résout facilement à l'air en une liqueur qui a la consistance de sirop. Je l'ai filtrée, sa pesanteur est à l'eau comme 5 à 3, & plus. Si l'on continuë de la laisser à l'air, elle s'imbibe de plus en plus de l'humidité de l'air, & diminuë de pesanteur spécifique. C'est avec cette imprégnation que j'ai fait les expériences suivantes.

1.° Elle rougit le papier bleu d'un rouge pourpre. Il y a des imprégnations qui le rougissent plus les unes que les autres.

2.° Mêlée avec partie égale d'esprit de nitre, elle n'a produit aucun changement. La même chose est arrivée avec l'esprit de sel.

3.° J'ai mis une feuille d'or dans le mêlange d'imprégnation & d'esprit de nitre, elle se dissout en 5 ou 6 minutes, si on la remuë pendant ce temps-là. La liqueur étoit plus transparente deux heures après avoir mis cette feuille, qu'elle n'étoit auparavant.

* C'est le seul moyen de la faire très-forte, & l'on n'en viendroit pas à bout, en reversant plusieurs fois la même imprégnation ou teinture sur de nouveaux plâtras, l'on consommeroit beaucoup de plâtras inutilement, & l'on perdroit bien du temps.

J'ai mis une feuille d'or dans le mélange d'imprégnation & d'esprit de sel, cette feuille s'est dissoute de même en 5 ou 6 minutes. Je n'ignore pas que de très-habiles Chimistes ont cru * que l'esprit de sel seul dissolvoit l'or, mais ils n'avoient pas pris garde apparemment que cet esprit de sel étoit peut-être fait avec du sel marin des salpêtriers. J'ai même pris de l'esprit de sel chés de fameux Chimistes, qui dissolvoit l'or*. Mais M. Geoffroy & M. Boulduc ont apporté à l'Académie, chacun en particulier, de l'esprit de sel qu'ils avoient fait eux-mêmes, qui n'a pû dissoudre des feuilles d'or, quoiqu'on l'ait fait chauffer très-fort; j'ai adjoûté de l'imprégnation de plâtras à cet esprit de sel, qui a pour lors dissous les feuilles d'or.

* *V. les mem. de l'Académie. 1700. p. 65. 1706. p. 102.*

* *Mem. 1711. p. 67.*

4.° J'ai fait dissoudre une feuille d'argent dans l'esprit de nitre; j'y ai mêlé de l'impregnation. Le mêlange s'est troublé, il s'est fait un précipité blanc dont une partie est tombée au fond de la liqueur, & l'autre a nagé dessus.

5.° Notre imprégnation s'est coagulée avec partie égale d'huile de vitriol [a], le mêlange a fermenté avec une grande chaleur, & a donné des vapeurs rouges qui sentoient l'eau forte, & en a donné pendant plusieurs jours toutes les fois que j'ai remué ce mêlange. Si l'on adjoûte encore de l'huile de vitriol, elle fermente avec chaleur & fumée, le tout devient plus liquide & fait un précipité très-blanc au fond de la liqueur transparente.

Si l'on met une feuille d'or sur ce mêlange, elle se dissout presque par la vapeur qui s'en exhale.

J'ai fait le même mêlange, j'ai mis de l'eau pour dissoudre les sels, & retenir les vapeurs, je l'ai laissé jusqu'au lendemain, j'ai tiré la liqueur surnageante & claire, j'y ai mis une feuille d'or, elle s'y est dissoute en 12 heures, du moins elle a été divisée en une poussiére très-menuë [b].

[a] Cette huile de vitriol étoit concentrée, & sa pesanteur spécifique étoit à l'eau commune comme 28 à 15.

[b] L'esprit de nitre ne fait aucun effet sur le coagulum produit par le mêlange d'imprégnation de plâtras avec l'huile de vitriol, il n'en

6.° L'imprégnation ne s'est point d'abord mêlée avec l'huile de tartre par défaillance, & ces deux liqueurs se sont tenuës séparées *, il ne s'est pour lors exhalé aucune odeur urineuse; j'ai mêlé les deux liqueurs, je les ai bien remuées avec une verge de verre, le mélange s'est coagulé en consistance de beurre blanc, & avoit l'odeur urineuse.

Si on adjoûte à ce mêlange un peu de dissolution de sublimé corrosif, on ne s'apperçoit plus d'odeur urineuse; la même chose arrive, si au lieu d'imprégnation on se sert de dissolution de sel armoniac; si l'on remuë très-fort le mélange, elle se fait encore sentir, mais elle cesse en adjoûtant de la solution de sublimé corrosif: c'est sans doute parce que l'esprit de sel & de nitre s'unit avec les sels volatils, & les empêche de s'exhaler; & une preuve de cela, c'est que l'esprit de nitre ou de sel mis à la place de la solution de sublimé, produit le même effet, mais il fermente avec l'huile de tartre, & dissout le coagulum, puis il se fait un précipité salin.

Si on adjoûte de l'huile de vitriol au mêlange de l'imprégnation de plâtras & d'huile de tartre par défaillance, le tout fermente avec une grande chaleur, il se fait beaucoup de précipité.

L'esprit de nitre produit le même effet, mais il dissout le coagulum sans laisser de précipité, à moins d'y adjoûter beaucoup d'esprit de nitre. L'on demande la raison pourquoi le mêlange d'imprégnation de plâtras & d'huile de vitriol, ou bien d'huile de tartre, produit un coagulum, je crois que cela

fait point du tout, ni sur la liqueur transparente en particulier, ni sur le précipité.

L'esprit volatil d'urine fermente très-fort avec le mêlange d'imprégnation de plâtras & d'huile de vitriol, mais sans produire beaucoup de chaleur, tout le coagulum se dissout, & ne laisse qu'un très-leger précipité.

L'esprit de sel armoniac par la chaux n'a produit qu'un peu de chaleur & de fumée, sans fermentation.

Si l'on adjoûte de l'huile de tartre au mêlange d'imprégnation & d'huile de vitriol, il se fait une grande fermentation, puis beaucoup de précipité.

* L'imprégnation est tombée au fond de l'huile de tartre, parce qu'elle étoit plus pesante, sa pesanteur étoit à celle de l'eau commune, comme 5 à 3, & celle de l'huile de tartre étoit comme 3 à 2, ainsi la pesanteur de l'imprégnation étoit à celle de l'huile de tartre comme 50 à 45, ou comme 10 à 9.

ne

ne vient que de la quantité de parties ſalines que ces matiéres contiennent, mais principalement de la quantité de terre plâtreuſe qui ſe trouve dans l'imprégnation ; & ce qui le prouve très-bien, c'eſt que ſi l'on prend la diſſolution de la matiére qui reſte dans la cornuë dans laquelle on a diſtillé l'eſprit de ſel armoniac avec la chaux, cette diſſolution fait un coagulum très-épais avec l'huile de tartre par défaillance ; voici encore une autre preuve. J'ai pris une once & demie de ſel de chaux, c'eſt cette matiére qui ſe forme ſur l'eau de chaux, je l'ai mis dans deux onces & demie d'eſprit de nitre qui a diſſout ce ſel avec chaleur & une grande efferveſcence, il s'eſt fait un précipité. J'ai adjoûté de l'eau, je l'ai filtrée & évaporée de maniére qu'elle étoit bien chargée de matiére diſſoute, j'en ai mêlé avec l'huile de tartre par défaillance, je l'ai bien remuée, elle eſt devenuë épaiſſe comme du beurre, ce qui eſt une ſeconde preuve que la partie terreuſe eſt la principale matiére qui fait ce coagulum. On peut adjoûter à ceci que l'imprégnation fait un coagulum avec les fortes diſſolutions de vitriol d'Angleterre, de vitriol de Chypre, de vitriol blanc, & avec la diſſolution d'alun, toutes matiéres qui contiennent beaucoup de terre.

J'ai dit ci-deſſus qu'il faut bien remuer le mêlange d'imprégnation & d'huile de tartre par défaillance, ſans cela on ne feroit point de coagulum, ce que j'ai voulu expérimenter. J'ai mis de l'imprégnation dans un gobelet, j'y ai verſé partie égale d'huile de tartre, je ne les ai point remuées, ces deux liqueurs ſe ſont toûjours tenuës ſéparées ſans ſe mêler, on voyoit au contact des deux liqueurs une légére coagulation. Quinze jours après, l'imprégnation étoit ſéchée en un ſel blanc qui n'avoit aucune âcreté, il avoit un goût de ſalpêtre terreux mêlé de lixiviel, j'en ai mis ſur les charbons ardents, il n'a jetté que quelques étincelles, & a bouilli ; ce ſel en ſe formant, avoit laiſſé des vuides qui étoient entre des lames & des aiguilles, ce qui marque une criſtalliſation. J'ai mis de ce ſel dans de l'eſprit de nitre, il a fermenté comme du ſel fixe de tartre, & a produit un peu de précipité ſalin. L'huile

de tartre qui étoit au fond du gobelet, dessous le sel dont je viens de parler, étoit devenuë jaune & âcre, elle a fermenté avec l'esprit de nitre, comme l'huile de tartre ordinaire, & a fait un précipité salin. J'ai brouillé ensemble ce qui me restoit d'huile de tartre, de sel & d'imprégnation dans le gobelet, pour voir si j'en formerois un coagulum en forme de beurre, mais il ne s'en est point produit, le sel est tombé au fond de la liqueur jaune, & ne s'y est point dissout.

7.° Si l'on mêle de l'imprégnation avec partie égale de dissolution de sublimé corrosif, il n'arrive aucun changement, quelqu'agitation que vous donniés à ce mêlange; mais si on adjoûte de l'huile de tartre par défaillance, le mêlange se trouble, & en le remuant avec un stilet ou verge de verre, il devient comme du beurre très-blanc *. Si on y adjoûte de la solution de sublimé corrosif, il devient oranger, & à force de le remuer il devient blancheâtre, & enfin fait un précipité blanc au fond de la liqueur transparente. Ainsi on ne sera pas étonné de voir que le mêlange d'huile de tartre & de solution de sublimé corrosif, qui devient d'abord oranger, devienne blanc après y avoir adjoûté de l'imprégnation de plâtras. On ne sent aucune odeur urineuse dans ces mêlanges, à moins qu'on y ait mis trop peu de solution de sublimé, car pour lors cette odeur se fait sentir en remuant très-fort & un peu long-temps le mêlange, mais on la fait cesser dans l'instant, en y adjoûtant un peu de solution de sublimé, pour les raisons que j'ai dites ci-devant.

8.° On produit les mêmes changemens, si au lieu d'huile de tartre, on employe l'eau de chaux; elle y a de même excité une odeur urineuse, & toute la différence qu'il y a, c'est que le mêlange ne devient pas épais, comme il devient avec l'huile de tartre, & que lorsque l'on mêle d'abord l'eau de chaux avec la solution de sublimé, & qu'on y adjoûte après cela

* Cette expérience est équivoque par rapport à la blancheur qui y arrive, & si ce n'étoit l'odeur urineuse que l'on y apperçoit, cela ne pourroit prouver que l'imprégnation contient du sel armoniac, puisqu'on produit la même blancheur avec la dissolution de sel marin.

l'imprégnation, le mêlange ne devient pas blanc avec autant de facilité, il faut plus de temps & plus de mouvement qu'avec l'huile de tartre *.

9.° L'imprégnation de plâtras a produit le même coagulum avec l'esprit d'urine, qu'elle a produit avec l'huile de tartre par défaillance, mais elle n'a fait aucun coagulum avec l'esprit de sel armoniac fait par la chaux, ce qui n'est arrivé que parce que l'esprit d'urine étoit très-chargé de sel volatil, & que l'esprit de sel armoniac en contenoit peu. On s'imagine pour l'ordinaire que l'esprit volatil de sel armoniac ou d'urine, & le plus vif à l'odorat & le plus pénétrant, est plus chargé de parties salines, ce qui ne se trouve pas vrai, car l'esprit volatil de sel armoniac, ou l'esprit d'urine par la chaux, est plus pénétrant que l'esprit de sel armoniac par le sel fixe de tartre, qui est plus chargé de parties salines, & que l'esprit d'urine fait sans aucun mêlange.

10.° Si on trempe dans l'imprégnation, du linge ou du papier, que l'on les laisse sécher, ce linge ou ce papier allumé fuse comme s'il avoit été trempé dans la dissolution de salpêtre.

Il paroît par la 2.de 3.me 4.me 5.me 6.me 7.me & 10.me expérience que l'imprégnation de plâtras contient un sel armoniac salin & nitreux. Car si l'on substituë la dissolution de sel armoniac salin, & qu'on y adjoûte de l'esprit de nitre

* L'eau de chaux que j'ai employée dans ces expériences, a été faite avec une livre de chaux & quatre livres d'eau, & pesoit plus que l'eau, sa pesanteur spécifique étoit à celle de l'eau comme 56 à 57.

La solution de sublimé corrosif contient une partie de sublimé sur 15 parties d'eau, qui n'en a pas pu tenir davantage en dissolution à froid. J'ai eu des sublimés dont la dissolution étoit transparente, chaude ou froide, *tel étoit celui du Frere Simon, Chartreux*. J'en ai eu d'autres dont la dissolution étoit très-transparente pendant qu'elle étoit chaude, & qui peu à peu devenoit blanche-opaque en refroidissant, *tel étoit celui de M. Boulduc*.

J'observerai encore que j'ai eu des sublimés dont une partie s'est tenuë en dissolution à froid dans 12 parties d'eau, d'autres dans 14, d'autres dans 16 parties, plus ou moins: ces dissolutions étant faites dans la même température d'air, les cristaux de sublimé sont fort différents, il y en a de grêles & longs depuis 2, 3, 4 lignes, jusqu'à 2 pouces; il y en a d'autres plus courts qui se forment en éventail, & cela arrive suivant le plus ou le moins de sublimé qui se cristallise.

empreint de ſels volatils urineux à la place de l'imprégnation, elle produit dans toutes ces expériences les mêmes changements, & toute la différence que j'y ai trouvée, c'eſt que la diſſolution de ſel armoniac blanchit plus vivement & plus promptement avec la diſſolution de ſublimé, & elle ne ſe coagule pas avec l'huile de tartre par *défaillance*, ni avec l'huile de vitriol, ni avec l'eſprit d'urine, comme fait l'imprégnation de plâtras, parce que cette ſolution n'eſt pas ſi chargée de ſel & de bitume que l'imprégnation de plâtras.

Piton de Tournefort [a] a fait quelques-unes de ces expériences, par leſquelles il a reconnu que l'infuſion de plâtras contient du ſel armoniac [b], (ſon infuſion étoit très-foible, eu égard à celle que j'ai employée) mais je ne crois pas qu'il ait eu raiſon de dire que cette infuſion ou imprégnation contient un ſel alkali fixe, parce que l'infuſion de noix de galles fait un coagulum avec cette imprégnation, & qu'elle en fait un avec l'huile de tartre par défaillance. Il n'a pas fait attention que l'infuſion de noix de galles ſe trouble avec la ſolution de ſel commun.

On devroit dire par la même raiſon, que l'imprégnation contient de l'alun, puiſque l'huile de tartre par défaillance ſe coagule avec la diſſolution d'alun, & que l'imprégnation ſe coagule avec l'un & avec l'autre.

L'imprégnation ſe coagule avec la diſſolution de vitriol verd, de vitriol bleu & de vitriol blanc, comme elle fait avec l'huile de tartre par défaillance; dira-t-on pour cela que cette imprégnation contient des eſpeces de vitriol; ce qui eſt d'ailleurs une preuve aſſés certaine que ces ſortes de coagulations ſe produiſent par la quantité de ſels qui ſe trouvent dans les diſſolutions.

Il dit que l'on ſépare du ſel marin de l'imprégnation ou infuſion de plâtras, & que l'on y reconnoît le ſalpêtre par la détonation.

[a] Célebre par le nouveau ſyſteme qu'il a donné ſur la Botanique, & qui a été de cette Académie.

[b] Dans la Préface de ſon Hiſtoire des Plantes des environs de Paris.

Je n'y ai trouvé ni salpêtre ni sel marin, par aucun procedé, il n'est pas possible d'en retirer des plâtras, à moins d'y adjoûter un sel fixe; l'on voit seulement que le linge ou le papier trempés dans l'imprégnation & séchés, ont fusé vivement sur les charbons ardents, mais ce n'est point du salpêtre, c'est du sel armoniac nitreux; on produit la même chose avec le mêlange d'esprit de nitre & d'esprit volatil d'urine fermentés ensemble; si l'on fait brûler du linge ou du papier trempés dans cette liqueur, il se fait une déflagration très-vive.

Si l'on fait évaporer jusqu'à pellicule le mêlange d'esprit de nitre & de sel volatil d'urine, on en retire des cristaux en longues aiguilles qui se terminent en pointe; ils sont quelquefois formés par des pieces articulées, principalement dans les derniéres cristallisations : mais ces cristaux ne sont pas hexagones, on ne peut les avoir bien secs, ils se fondent facilement à l'air, & encore plus facilement à la chaleur; ils fusent très-vivement sur les charbons ardents. J'en ai mis sur une pelle que j'ai exposée au feu, les cristaux se sont fondus, puis ils se sont enflammés avec détonation; ils ne fulminent quelquefois pas sur la pelle, mais très-vivement sur les charbons ardents.

Il résulte des expériences que je viens de rapporter, qu'il y a dans les plâtras un esprit de nitre & un esprit de sel, qui avec des sels volatils urineux forment un sel armoniac nitreux, & un sel armoniac salin, & c'est ce que nous allons encore prouver par la distillation de l'imprégnation de plâtras.

Je me suis porté d'autant plus volontiers à ce travail, que je m'étois apperçu que cette imprégnation contient un bitume qui se fait sentir en faisant évaporer cette liqueur. Outre cela, j'avois lieu de croire qu'elle contenoit quelqu'autre matiére avec le sel armoniac, & que je pourrois découvrir par la distillation.

J'ai d'abord voulu voir quelle liqueur je retirerois en faisant distiller l'imprégnation dans une cucurbite des plus hautes à un feu très-lent, mais il n'a distillé que du flegme qui

sentoit le bitume; & après bien des essais, j'ai reconnu que plus je retirois de flegme, plus il avoit l'odeur de bitume, ce qui me faisoit présumer que ce bitume étoit aussi volatil que l'eau, ou bien si adhérent à l'eau, qu'il ne pouvoit s'en séparer, & il m'a paru égal de distiller cette imprégnation dans une cucurbite ou dans une cornuë.

J'ai donc rempli une grande cornuë de verre d'imprégnation qui n'étoit point évaporée, je l'ai mise dans le sable, j'y ai joint un récipient sans le lutter, j'ai fait un feu lent, il a distillé une liqueur claire transparente, ayant l'odeur de bitume & d'un goût très-desagréable. La liqueur qui a distillé le second jour avoit une odeur de bitume plus forte, ce qui m'a obligé de lutter le récipient le troisiéme jour. J'ai continué de la distiller pendant deux jours, il distilloit peu de chose la nuit, car j'y mettois seulement du charbon en me couchant; & enfin le quatriéme jour je me suis apperçu qu'il ne distilloit plus rien. Je voyois pourtant la matiére bouillir dans la cornuë, comme une bouillie très-épaisse. J'ai cessé le feu; la cornuë étant refroidie, je l'ai retirée du sable, & j'ai vû au fond de cette cornuë une matiére qui paroissoit dure & jaunâtre. Je l'ai remise dans le sable, j'y ai lutté le même récipient vuide de la liqueur qu'il contenoit. Elle sentoit très-fort le bitume *, elle n'a fait aucun changement avec le vinaigre ni l'esprit de vinaigre, elle avoit la même pesanteur que l'eau commune.

J'ai mis le feu au fourneau, je l'ai poussé par degrés le plus fort que j'ai pu; les vapeurs se sont élevées fort rouges dans la cornuë & dans le récipient, dans lequel elles ont eu de la peine à passer. Il a distillé peu de liqueur, les vapeurs ont subsisté toute la journée dans la cornuë & dans le récipient, de maniére que je n'y découvrois ni sel ni liqueur. Ces vaisseaux

* Il m'est arrivé dans cette occasion, ce qui est arrivé à ceux qui ont voulu adoucir l'eau de la mer, & la rendre potable, en la faisant distiller: mais ils n'ont pû empêcher le bitume que l'eau de la mer contient, de s'élever avec l'eau, & c'est ce bitume qui la rend d'un très-mauvais goût; ce qui me fait soupçonner que le bitume qui est dans notre imprégnation, est semblable à celui de l'eau de la mer.

se sont éclaircis le soir; j'ai remarqué que le récipient s'est éclairci le premier, & que les vapeurs ont subsisté encore quelque temps dans la cornuë. J'y ai vû un sel blanc, dont une partie s'étoit rangée & comme sublimée sur les côtés de la cornuë. Le tout étant refroidi le lendemain, j'ai retiré le récipient dans lequel il y avoit seulement cinq gros de liqueur, qui, à toute épreuve, s'est trouvée de l'eau régale [a]. J'ai mis de l'eau chaude dans la cornuë pour dissoudre le sel blanc; la dissolution étoit toute blanche comme du lait, il s'est précipité une terre blanche au fond de la liqueur, qui est restée transparente. Je les ai séparés l'un de l'autre, j'ai bien lavé la terre, & après l'avoir séchée, elle ne m'a paru être que du plâtre [b].

La dissolution de ce sel étoit transparente & sans couleur, âcre & amere, avec une odeur aromatique. Si l'on frotte cette liqueur entre les doigts, on lui trouve une onctuosité semblable à celle de l'huile d'olive ou de l'huile de tartre par défaillance; elle est très-pesante, sa pesanteur specifique est à l'eau comme 11 à 6.

J'ai répété cette distillation deux fois, mais je n'en ai retiré que de l'esprit de nitre à toute épreuve, au lieu d'eau régale. J'en donnerai la raison, lorsque je parlerai ci-après de la distillation des plâtras dont je n'ai tiré que de l'esprit de nitre. Au reste, j'ai retiré dans les deux derniéres distillations de l'imprégnation de plâtras, le même sel blanc, âcre & amer. Je me suis imaginé que l'odeur aromatique qu'il avoit, ne lui venoit que d'un peu d'esprit de nitre ou d'eau régale mêlée avec du bitume qui n'est que la vapeur rouge que l'on voyoit dans la cornuë, & qui n'ayant pû être poussée dans le récipient, est retombée sur le sel qui étoit dans la cornuë; & voici des observations qui peuvent rendre cette idée vraisemblable.

1.° Ayant exposé cette liqueur à l'air, elle a perdu peu à peu son odeur aromatique au bout de trois jours.

[a] M. Lémery en a aussi tiré de l'eau régale. *V. Mem.* 1717. *p.* 49.

[b] C'est ce qui produit la magnésie dans l'eau-mere.

2.° Si l'on mouille du papier bleu avec cette liqueur avant qu'elle ait perdu ſon odeur, elle rougit ce papier, mais elle ne le rougit plus lorſqu'elle a perdu ſon odeur.

3.° J'ai fait rougir un creuſet entre les charbons ardents, j'y ai jetté peu à peu ſix onces d'imprégnation de plâtras évaporée autant qu'il a été poſſible; je l'ai calciné à blancheur, j'ai diſſout, filtré & évaporé cette diſſolution, elle n'avoit aucune odeur aromatique, parce qu'étant calcinée à l'air, le bitume a enlevé avec lui toute l'eau forte qu'il a pu enlever, & dont les acides ne ſont point bien unis avec les ſels alkalis volatils; ainſi cette liqueur ne rougit point le papier bleu, & ne differe point de celle que j'ai retirée après la diſtillation de la même imprégnation, & qui expoſée à l'air, a perdu ſon odeur aromatique*. L'une & l'autre de ces deux liqueurs ont produit les mêmes effets que l'imprégnation de plâtras avec les eſprits de nitre & de ſel qu'elles ont rendu capables de diſſoudre l'or. Elles ont fait le même coagulum avec l'huile de vitriol, & la même fermentation. La choſe a été un peu différente avec l'huile de tartre par défaillance, & avec l'eſprit volatil d'urine; car quoiqu'il ſe faſſe le même coagulum, il arrive pourtant une fermentation après le coagulum formé par le mêlange de cette huile & de la diſſolution de ſel de plâtras, qui n'arrive pas avec le mêlange de cette huile & de l'imprégnation de plâtras. L'eſprit d'urine produit le même effet que l'huile de tartre avec ces liqueurs; le coagulum qui eſt très-blanc ſe diſſout par la fermentation, & le mêlange devient liquide comme de la crême de lait; & enfin il ſe fait un précipité blanc : cette fermentation n'arrive pour lors, que parce que les acides nitreux & ſalins ſont plus à

* J'ai retiré du flegme de l'imprégnation de plâtras qui rougiſſoit bien le papier bleu, & qui avoit l'odeur de bitume. J'en ai mis pendant quinze jours à l'air dans un gobelet, il a perdu cette odeur; il rougit encore le papier bleu, mais pas ſi bien. J'en ai, qui depuis deux ans étoit dans une fiole, qui n'étoit pas exactement bouchée, qui rougit bien le papier bleu; mais il faut prendre garde que c'eſt de l'eſprit de nitre qui eſt dans le flegme, & qui eſt ſéparé des autres matiéres, au lieu que dans la diſſolution de ce ſel il n'y a plus d'eſprit de nitre ſéparé, & que ce qu'il y en a s'évapore.

découvert

découvert dans ce ſel, que dans l'imprégnation qui contient du bitume.

Cette diſſolution de ſel de plâtras a la même peſanteur que l'imprégnation de plâtras. Nous examinerons la cauſe de cette peſanteur en parlant de l'eau-mere. J'oubliois de dire que la diſſolution du ſel de plâtras, mêlée avec la diſſolution de ſublimé corroſif, ne fait aucun changement; ſi l'on y adjoûte de l'huile de tartre, le mêlange devient oranger; mais à force de le remuer il devient blanc, puis il ſe fait un précipité blanc.

Voilà donc encore une fois les ſels armoniacs nitreux & ſalins bien démontrés dans notre imprégnation de plâtras; & en conſéquence, j'ai voulu voir ſi le ſel de plâtras pourroit ſe ſublimer comme le ſel armoniac; j'en ai rempli la moitié d'une fiole; je l'ai mis dans le ſable, & j'ai pouſſé le feu par degrés autant qu'il m'a été poſſible; le ſel s'eſt fondu, & s'eſt affaiſſé en ſe ſéchant; il s'y eſt formé pluſieurs trous, d'où ſortoient des vapeurs qui avoient l'odeur d'eau forte, mais il ne s'eſt fait aucune ſublimation.

Après les expériences que je viens de rapporter ſur l'imprégnation de plâtras, j'ai voulu voir ſi je ne retirerois point de l'eau régale de la diſtillation de pareils plâtras. J'en ai mis 14 livres dans une grande cornuë de grès, que l'on a placée dans un fourneau de reverbere; on y a adapté un balon, on a mis le feu au fourneau à 8 heures du matin, que l'on a augmenté par degrés juſqu'à 11 heures, c'eſt-à-dire, pendant 3 heures: il y avoit déja beaucoup de liqueur diſtillée, mais qui n'avoit produit aucune vapeur apparente. On a enſuite pouſſé le feu le plus fort qu'on a pu, ce qui a donné des vapeurs rouges juſqu'à 4 heures après midi qu'elles ont ceſſé, & l'on n'a plus continué le feu; on n'a retiré les vaiſſeaux que le lendemain; la cornuë s'eſt trouvée fêlée, ce qui a cauſé la perte de quantité de vapeurs, comme nous l'allons voir.

Je caſſai tout-à-fait la cornuë pour en retirer les plâtras, il y en avoit 9 livres 8 onces, & il n'y avoit que 2 livres

14 onces de liqueur dans le balon, ce qui fait en tout 12 livres 6 onces; il y a donc eu 26 onces de perte, soit esprit, soit flegme.

Cette liqueur distillée avoit l'odeur d'eau forte, mais foible, elle étoit à l'eau, pour la pesanteur, comme 61 à 60, ce qui m'a obligé de la déflegmer, & pour cela je l'ai fait distiller dans une cucurbite, j'en ai tiré 24 onces 4 gros de liqueur qui n'avoit pas plus de pesanteur que de l'eau commune, & qui avoit une très-légére odeur d'esprit de nitre, elle n'a fait aucun changement au *papier bleu*, elle n'a causé aucun mouvement avec l'huile de tartre *par défaillance*; il est resté dans la cucurbite 21 onces 3 gros de liqueur qui sentoit bien l'esprit de nitre, & qui a fermenté foiblement avec l'huile de tartre, elle a rougi le papier bleu, elle étoit à l'eau comme 23 à 20, elle n'a dissout ni l'or, ni l'argent, ni le cuivre. Je l'ai déflegmée encore une fois; *j'en ai retiré* 16 onces 2 gros ou environ, de flegme semblable *au précédent*, mais qui avoit pourtant l'odeur d'esprit de nitre un peu plus forte, il est resté 5 onces de liqueur dans la cucurbite, dont la pesanteur spécifique étoit à l'eau comme 3 à 4, & qui, à toute épreuve, étoit de bon esprit de nitre*, il a bien dissout l'argent, mais *il n'a point* touché à l'or, j'ai mis quelques gouttes d'esprit de sel dans un gros de cet esprit, il a très-bien dissout l'or.

J'ai lessivé les plâtras restés dans la cornuë avec de l'eau bouillante, je l'ai filtrée, cette liqueur s'est coagulée avec l'huile de tartre par défaillance, en beurre assés ferme, elle n'a donné qu'une très-légére odeur d'esprit urineux.

Elle s'est troublée très-fort avec l'esprit d'urine, mais elle n'a pas pris la consistance de beurre.

Mêlée avec l'esprit de nitre, elle a dissout l'or bien plus promptement que l'imprégnation de plâtras mêlée avec de pareil esprit.

Elle n'a point blanchi le mélange d'huile de tartre &

* M. Boulduc a tiré de l'esprit de nitre des plâtras. *V. l'Hist. de l'Acad. de M. Duhamel, année 1696, pag. 416. & 417.*

de sublimé, non plus que le mêlange d'eau de chaux & de sublimé.

Enfin, j'ai fait évaporer jusqu'à pellicule, ce qui me restoit de cette liqueur. Deux jours après, j'ai trouvé au fond de la liqueur une matiére qui n'avoit aucune figure déterminée, elle ressembloit à du sel de chaux, sans aucun goût, quoique la liqueur qui surnageoit fût d'un goût très-amer, salé, un peu âcre, & de couleur jaune, sa pesanteur spécifique étoit à l'eau comme 7 à 6, la matiére terreuse n'a pû se dissoudre dans l'esprit de nitre, & le sel de chaux s'y est dissout avec fermentation.

J'ai encore fait évaporer ma liqueur jusqu'à pellicule; deux jours après, j'ai trouvé au fond de cette liqueur, de vrai sel marin, bien figuré, mais très-petit, salé, & en petite quantité, par rapport à d'autre sel qui y étoit en bien plus grande quantité, & qui n'étoit point figuré, ce dernier sel n'étoit point si salé, j'ai d'abord cru que c'étoit du salpêtre, mais outre qu'il n'en avoit pas la figure, c'est qu'il n'a point fusé sur les charbons.

Il s'agit de sçavoir pourquoi je n'ai retiré que de l'esprit de nitre des plâtras, & de quelque distillation d'imprégnation de plâtras, & pourquoi le sel marin que je n'ai retiré par aucun procedé de l'imprégnation de plâtras, qu'en y adjoûtant un sel fixe; comment, dis-je, ce sel marin se trouve tout formé dans la lessive des plâtras distillée.

1.° Il faut observer qu'il y a moins d'esprit de sel dans les plâtras que d'esprit de nitre, tous les plâtras n'ont pas la même quantité d'esprit de sel & d'esprit de nitre*.

J'ai fait voir dans un Mémoire, que dans une cuite qui contenoit 350 livres de salpêtre, il se trouvoit environ 150 livres de sel marin; preuve qu'il y a beaucoup plus d'esprit de nitre dans les plâtras que d'esprit de sel.

V. Mem. de l'Acad. 1729. p. 231. & 232.

2.° Que les esprits acides ne peuvent se retirer par la distillation des matiéres avec lesquelles ils sont combinés,

* Nous verrons dans un autre Mémoire, une Analyse qui m'a donné plus de sel marin que de salpêtre.

que par le moyen des matiéres ſulphureuſes & bitumineuſes que l'on y mêle, on le voit dans la diſtillation de l'eſprit de nitre & de l'eſprit de ſel, ou bien lorſqu'elles y ſont naturellement mêlées, & c'eſt ce que l'on voit dans la diſtillation du vitriol, & dans celle des plâtras & de l'imprégnation de plâtras.

3.° Qu'il n'y a qu'une certaine petite quantité de matiére bitumineuſe dans les plâtras & dans leur imprégnation, qui étant conſommée par la diſtillation d'une certaine quantité d'eſprit, il ne peut plus s'élever d'eſprit, quelque feu que l'on faſſe. On ſçait que l'eſprit de nitre a plus de facilité à s'élever que l'eſprit de ſel; il y a apparence que la matiére bitumineuſe s'unit plus facilement à l'eſprit de nitre qu'à l'eſprit de ſel, & qu'elle s'éleve avec cet eſprit; ainſi s'il n'y a qu'une ſuffiſante quantité de bitume capable d'enlever l'eſprit de nitre qui s'y trouve, il ne s'élevera point d'eſprit de ſel, quelque feu que l'on faſſe. Voilà pourquoi nous n'avons eu que de l'eſprit de nitre dans la diſtillation des plâtras, & de ſon imprégnation, & c'eſt ce que nous verrons dans la diſtillation d'eau-mere & dans ſa calcination. Il n'y a pas même toûjours aſſés de matiére bitumineuſe pour enlever tout l'eſprit de nitre, mais il s'en trouve auſſi quelquefois plus qu'il n'en faut pour la quantité d'eſprit de nitre, & pour lors il s'éleve une portion d'eſprit de ſel, & produit de l'eau régale; mais s'il ne s'en trouve pas pour enlever de l'eſprit de ſel, cet eſprit agité par un feu violent ſe détache en partie des eſprits urineux, & comme il manque de véhicule pour l'enlever, il ſe mêle avec la terre du plâtre, il s'y unit, & forme un ſel concret, & pour dire en un mot, un vrai ſel marin; ainſi il peut ſe faire que le ſel marin que *j'ai* retiré de la leſſive des plâtras diſtillés, ne ſe ſoit formé que pendant la diſtillation. On ne manquera pas de me dire que ſi l'on fait diſtiller des eſprits acides, ils s'élevent, ſans que pour cela on ait beſoin d'une matiére ſulphureuſe pour les aider; cela eſt vrai, mais ſi ces eſprits ſont adhérents à des ſels fixes, à de la terre, à des ſels volatils, ils ne s'éleveront point qu'il

n'y ait quelque matiére capable de les détacher de ces sels, & c'est ce que produisent les matiéres sulphureuses.

Les vapeurs d'eau forte qui se sont élevées lorsque j'ai mêlé de l'huile de vitriol avec l'imprégnation de plâtras, m'ont donné lieu d'espérer que je tirerois de l'eau régale par la distillation de ce mélange, puisque l'on retire de l'esprit de sel du sel marin, en le mêlant avec l'huile de vitriol.

J'ai mis dans une cucurbite de verre 10 onces d'imprégnation de plâtras, évaporée autant qu'il a été possible, j'ai adjoûté à cette cucurbite, qui pese 11 onc. 6 gros 36 grains, un chapiteau tubulé, auquel j'ai adapté un matras pour récipient; le tout accommodé sur un bain de sable, j'ai fait un petit feu pour liquefier l'imprégnation, puis j'ai versé environ un gros d'huile de vitriol, ce qui a fait fermenter la matiére, puis j'en ai adjoûté peu à peu autant, à mesure que je voyois la fermentation cesser, jusqu'à 24 gros 36 grains, & à chaque fois je bouchois l'entrée du tuyau avec un bon bouchon de liege, mais peu à peu la matiére s'est gonflée de maniére qu'elle a entiérement rempli la cucurbite, j'ai été obligé de retirer le peu de feu qu'il y avoit dans le fourneau, sans quoi la matiére auroit passé dans le récipient, il s'est élevé des vapeurs rouges qui ont rempli le chapiteau & le récipient, il a distillé une liqueur, les vapeurs rouges se sont presque dissipées, la matiére s'est affaissée dans la cucurbite. J'ai remis du feu dans le fourneau, je l'ai augmenté assés fort, les vapeurs rouges ont reparu, je l'ai continué jusqu'au soir; lorsque je me suis apperçû qu'il ne distilloit plus rien, j'ai cessé le feu, les vaisseaux sont devenus froids, les vapeurs rouges subsistoient dans la cucurbite, le chapiteau & le récipient, il y en avoit encore le lendemain matin; j'ai retiré le récipient, il contenoit 4 onc. 4 gros de liqueur qui, à toute épreuve, s'est trouvée de l'eau régale, elle dissolvoit une feuille d'or en un quart d'heure, elle réduisoit une feuille d'argent en un sédiment noirâtre.

J'ai déluté le chapiteau, j'ai trouvé encore des vapeurs rouges dans la cucurbite, qui pese avec la matiére blanche

qui est dedans, 7 onc. 2 gros, j'ai versé de l'eau sur cette matiére, elle s'est dissoute en une liqueur blanche comme du lait, je l'ai filtrée, la liqueur a passé claire & transparente, il est resté dans le filtre 3 onces 1 gros de terre blanche, j'ai fait évaporer la liqueur filtrée, je n'ai pû la dessécher, mais en la laissant refroidir, elle s'est réduite en une matiére gommeuse & dure, il y en avoit 33 gros, elle se liquefioit à l'air & à la chaleur, de même que l'imprégnation de plâtras évaporée, peut-être que si j'y eusse mis une plus grande quantité d'huile de vitriol, j'en aurois retiré davantage d'eau régale.

J'ai donc recommencé cette opération dans le même vaisseau, avec des circonstances un peu différentes; j'ai d'abord mis dans la cucurbite 5 onces d'imprégnation de plâtras *, & 4 onc. d'huile de vitriol peu à peu & alternativement par le tube du chapiteau, la matiére a fermenté, il s'est élevé des vapeurs rouges, mais qui n'ont point passé dans le récipient, je l'ai laissé ainsi jusqu'au lendemain, sans faire de feu, & je n'ai rien trouvé dans le récipient; j'y ai adjoûté 5 onc. d'imprégnation, & j'ai mis le feu au fourneau à 7^{h} du matin, je l'ai augmenté par degrés, j'ai encore mis 2 onc. d'huile de vitriol, les vapeurs se sont d'abord élevées, & ont passé dans le récipient, la matiére ne s'est presque point rarefiée, comme il est arrivé à l'opération précédente. Enfin lorsque je voyois les vapeurs diminuer, j'y adjoûtois de l'impregnation, de sorte que j'ai employé dans cette opération 14 onc. 5 gros d'imprégnation, & 6 onces d'huile de vitriol; j'ai continué le grand feu jusqu'à 8^{h} du soir, parce que je voyois toûjours des vapeurs rouges dans la cucurbite & dans son chapiteau; j'ai trouvé le lendemain 10 onc. 6 gros d'eau régale dans le récipient, elle dissolvoit une feuille d'or dans une demi-minute, elle étoit à l'eau comme 6 $\frac{1}{2}$ à 5, ou comme 13 à 10.

Il est resté 8 onces 3 gros de matiére blanche dans la

* Elle pése avec l'Aréometre 29 onc. 66 grains, elle est à l'eau comme 49 à 30, c'est à peu-près comme 5 à 3.

cucurbite, il s'est donc perdu 12 gros de parties spiritueuses qui se sont dissipées; j'ai dissout cette matiére, je l'ai filtrée, il est resté dans le filtre de la terre blanche qui, étant bien séchée, pesoit 5 onc. 2 gros, il y avoit donc 3 onc. 1 gros de sel qui s'est dissout dans l'eau, cette dissolution est aigrelette, elle est à l'eau comme 10 $\frac{1}{2}$ à 9 $\frac{1}{2}$, ou comme 21 à 19; elle rougit le papier bleu, elle n'a point fermenté, ni fait aucun changement avec l'huile de tartre par défaillance, elle n'a point dissout l'or; étant évaporée jusqu'à pellicule, elle n'a point donné de cristaux bien formés, mais une matiére saline informe.

Voici de l'eau régale que j'ai retirée du sel de plâtras, j'ai pris 14 onces de forte dissolution de sel de plâtras, restée après la distillation d'imprégnation de plâtras, dont j'avois tiré de l'esprit de nitre, comme je l'ai dit ci-dessus; j'ai mis cette dissolution dans une cornuë posée au bain de sable, & y ayant mis un récipient sans le luter, je l'ai fait distiller jusqu'à ce que j'aye apperçû la matiére en consistance de sirop épais & bien cuit; j'ai cessé le feu, il y avoit dans le récipient 4 onc. 2 gros de flegme limpide & sans couleur, il avoit l'odeur de bitume tirant sur celle d'eau forte, & qui a bien rougi le papier bleu; elle n'a produit aucun mouvement de fermentation avec l'huile de tartre; sa pesanteur spécifique étoit à l'eau comme 217 à 216, elle n'avoit point de saveur *.

Lorsque la cornuë a été refroidie, j'y ai versé 5 onces d'huile de vitriol qui, en la remuant, s'est coagulée avec le sel de plâtras, & a commencé à jetter des vapeurs rouges; je l'ai mis promptement dans le sable, j'y ai adapté un grand matras pour récipient, je l'ai luté tout d'abord, les vapeurs rouges ont rempli la cornuë & le récipient; quoiqu'il n'y eût point de feu, la cornuë s'est échauffée fort bien par le mêlange, je l'ai laissée en cet état pendant deux heures: comme

* J'ai mis 1 grain d'eau régale que j'ai retiré dans 15 gros d'eau; ce mêlange a rougi aussi vivement le papier bleu que le flegme dont je parle, je n'y ai apperçû aucune saveur.

j'ai vû qu'il ne se formoit aucune liqueur dans le récipient, j'ai mis le feu au fourneau que j'ai augmenté peu à peu; demi-heure après, il s'est formé des gouttes qui ont distillé, ce qui a continué pendant trois heures & demie, après quoi les vaisseaux se sont éclaircis, principalement la cornuë; j'ai augmenté le feu, mais malgré cela, il n'a plus rien distillé; le lendemain matin, j'ai retiré mes vaisseaux, il y avoit encore des vapeurs rouges, je n'ai trouvé que 5 onces de liqueur dans mon récipient, elle a dissout l'or dans l'instant, cette eau régale est à l'eau comme 4 à 3, elle est couleur de gris-de-lin jaune, toutes mes autres eaux régales sont verdâtres, tirant sur le jaune*.

Il est resté dans la cornuë 9 onces 2 gros de matiére blanche & dure, sur laquelle j'ai jetté 6 ou 7 onces d'eau presque bouillante, pour faire dissoudre le sel, je l'ai filtrée, & comme cette dissolution me paroissoit très-pesante, car elle étoit à l'eau comme $4\frac{1}{2}$ à 3, je l'ai conservée à part; j'ai continué de verser de l'eau presque bouillante sur le reste de la matiére, que j'ai eu de la peine à dissoudre, car il a fallu beaucoup d'eau, & la rechauffer bien des fois; je l'ai filtrée, il est resté une terre blanche que j'ai fait sécher sur le feu dans un creuset, il s'en est trouvé 5 onces, il y avoit 4 onces 2 gros de sel dissout dans l'eau, qui font 9 onces 2 gros qui, joint à 4 onces 2 gros de flegme, & 5 onces d'eau régale que j'ai retiré, font 18 onces 4 gros; il s'est donc perdu 4 gros de matiére volatile qui ne peut être que de l'eau régale, ou de l'esprit de vitriol.

Cette dissolution s'est échauffée avec l'huile de vitriol, mais rien de plus.

* Lorsque l'on distille l'imprégnation de plâtras avec l'huile de vitriol, l'inconvénient qu'il y a à craindre, est la grande rarefaction de la matiére contre laquelle on doit être en garde, parce qu'elle passeroit dans le récipient. Nous y avons remedié dans la seconde distillation de cette imprégnation; nous n'avons point à craindre de gonflement ou rarefaction avec le sel de plâtras dans cette derniére opération, mais il faut prendre garde que la quantité des vapeurs qui ne se résolvent que difficilement en liqueur, ne cassent les vaisseaux, c'est pourquoi il faut bien ménager le feu.

Elle

Elle n'a produit ni mouvement ni changement avec l'eſprit de ſel armoniac.

Elle a diſſout une feuille d'or en 10 minutes.

Si l'on mêle cette liqueur avec la ſolution de ſublimé, il n'arrive aucun changement; ſi l'on y adjoûte l'huile de tartre, il ſe fait une fermentation vive, mais le mêlange ne jaunit point, il ſe trouble en blanc.

Si l'on mêle l'huile de tartre par défaillance avec partie égale de diſſolution de ſublimé, l'on ſçait que le mêlange devient couleur de ſafran, mais ſi on y adjoûte peu à peu partie égale de notre diſſolution, le précipité ſe diſſout, le mêlange devient clair & tranſparent pendant la fermentation, puis il ſe fait un précipité blanc.

J'ai fait évaporer la diſſolution du ſel, à laquelle il a fallu adjoûter beaucoup d'eau pour la diſſoudre, je l'ai filtrée, je l'ai fait évaporer juſqu'à pellicule, il s'eſt formé des criſtaux longs d'une ligne juſqu'à une ligne & demie, fins comme des cheveux, ils étoient les uns ſur les autres, ſans aucun ordre, très-blancs, n'ayant preſque pas de ſaveur; ce ſel n'a ni fuſé, ni petillé, ni bouilli ſur les charbons ardents; j'ai fait diſſoudre ce ſel, la diſſolution a rougi vivement le papier bleu. J'ai fait évaporer une ſeconde fois ce qui reſtoit de diſſolution, elle a formé une eſpece de gâteau de ſel très-blanc, ſans aucune figure déterminée.

Voilà notre Analyſe bien avancée, je puis même dire qu'elle eſt entiérement faite. Par la décompoſition de toutes les parties des plâtras, j'en ai tiré du flegme, du bitume, de l'eſprit de nitre, de l'eau régale, & de la terre plâtreuſe.

Le bitume ſe découvre par ſon odeur, & par ſa couleur jaune gris-de-lin qu'il communique à toute la matiére, il s'éleve avec le flegme, par un petit feu, & avec les eſprits acides, mais il faut pour ces derniers un feu plus violent. Il ſemble par-là qu'il y ait dans ce bitume une partie plus volatile que l'autre, mais à dire le vrai, ils ſont tous deux très-volatils, puiſque ſi l'on expoſe le flegme & les eſprits à l'air, le bitume s'échappe, il ne laiſſe pas même de ſe

dissiper avec le temps dans des bouteilles bien bouchées.

J'ai tâché de le séparer par l'esprit de vin, en réduisant l'imprégnation de plâtras en une consistance de beurre, mais il entraîne des sels avec lui, qui se dissolvent dans l'esprit de vin, en sorte que je n'ai pû le séparer seul.

Nous avons fait voir par nos expériences, qu'il y a des sels volatils urineux unis avec l'esprit de sel & l'esprit de nitre, & qui se sont manifestés par leur odeur urineuse, & par la blancheur qu'ils ont produit dans le mêlange de l'imprégnation de plâtras, du sublimé corrosif, & de l'huile de tartre par défaillance; il est vrai que la blancheur ne paroît pas si promptement, & n'est pas si vive, que lorsqu'on se sert de dissolution de sel armoniac à la place de l'imprégnation, mais il semble que cela n'arrive que parce que les sels volatils sont un peu embarrassés par le bitume, & ce qui le prouve bien, c'est que la dissolution du sel de plâtras, débarrassée de ce bitume (car il y en reste très-peu) blanchit bien plus promptement que l'imprégnation de plâtras avec la solution de sublimé, & l'huile de tartre.

J'ai tenté de retirer les sels volatils de cette imprégnation de plâtras, j'en ai pour cela mis 19 onces dans une cucurbite de verre qui contenoit 2 pintes ½ d'eau, je l'ai fait distiller au bain de sable, j'en ai tiré 9 onces de flegme couleur de tisanne, il n'avoit point d'odeur; lorsqu'on pousse la distillation un peu fort, le flegme qui distille prend une odeur d'empireume. Il est donc resté 10 onc. d'imprégnation qui, étant refroidie, étoit ferme, j'y ai adjoûté 10 onc. de dissolution de sel fixe de tartre, j'ai remis ma cucurbite au bain de sable, & après avoir adapté un récipient, j'ai fait un fort petit feu, il n'a rien distillé pendant une heure, après cela la matiére s'est rarefiée, de maniére qu'il a fallu ôter entiérement le feu, elle s'est élevée jusqu'au dessus de la cucurbite, mais elle ne s'est point répanduë dehors, à cause de sa viscosité; la matiére a ensuite baissé peu à peu, & s'est tout-à-fait affaissée, j'ai remis du feu, elle s'est encore rarefiée, mais pas tant, elle s'est encore affaissée tout-à-fait, j'ai

poussé le feu pendant 4 heures, après quoi j'ai cessé le feu, voyant qu'il ne distilloit plus rien. Le lendemain, j'ai trouvé dans le récipient 5 onc. 5 gros de liqueur limpide, couleur d'ambre, qui étoit à l'eau comme 181 à 180, elle sentoit fort l'empireume, elle n'avoit aucun goût, & laissoit seulement une très-légére âcreté sur la langue.

Elle fait sur le papier bleu à peu-près le même rouge-blafard, tel que le fait la dissolution de sel armoniac.

Elle a blanchi le mêlange d'huile de tartre & de sublimé corrosif, de la même maniére que le fait l'imprégnation de plâtras.

La matiére qui est restée dans la cucurbite étoit blanche, compacte, dure & séche, qui étant lessivée & évaporée, a donné de beaux cristaux de nitre, & du sel commun, l'un & l'autre très-blanc.

Je n'ai retiré aucun esprit volatil urineux, j'ai voulu voir si je pourrois en retirer avec la chaux.

J'ai mis une livre d'imprégnation de plâtras dans une grande cucurbite, posée sur un bain de sable, j'y ai mis un chapiteau & un récipient, sans les luter, j'ai fait distiller cette matiére, j'en ai tiré 6 onces de liqueur, cette liqueur n'avoit aucune saveur, la derniére once qui a distillé, a rougi le papier bleu, comme la dissolution de sel armoniac, ce que les autres n'ont pas fait; ce qui étoit dans la cucurbite avoit la consistance d'extrait, j'y ai mêlé dans le même temps une livre de chaux en poudre, il ne s'est exhalé aucune odeur urineuse, quoique la matiére fût très-chaude, j'y ai luté un chapiteau & un récipient, j'ai poussé le feu pendant 5 heur. la matiére a distillé fort lentement, je n'ai pû retirer que 2 onces de liqueur qui avoit une odeur d'empireume, mêlée d'esprit volatil urineux.

Elle n'avoit aucun goût.

Elle n'a point fait de changement au papier bleu.

Elle n'a point fermenté avec l'esprit de nitre, mais elle a jetté des fumées épaisses qui sentoient l'esprit urineux, & ne s'est point échauffée.

Elle a fait de même avec l'huile de vitriol, mais elle s'est échauffée.

Elle a blanchi, comme de la crême, la solution de sublimé corrosif, & l'a renduë aussi épaisse, j'ai jetté sur ce mélange, de la dissolution de sel de tartre qui étant bien mêlée, le tout est devenu blanc.

La matiére restée dans la cucurbite, *étoit* dure & très-blanche, elle pesoit 23 onces, j'en ai retiré, par la lotion, 20 onces de terre très-blanche, il est donc resté 3 onces de matiére saline dissoute dans l'eau. Cette liqueur évaporée jusqu'à pellicule, & mêlée séparément avec l'*esprit* de nitre, l'esprit de sel, l'huile de vitriol, l'huile de tartre par défaillance, & la solution de sublimé corrosif, a donné les mêmes changements que la dissolution de sel de plâtras, mêlée avec les mêmes liqueurs, & dont j'ai parlé ci-dessus.

Tout ce que la chaux a produit dans cette distillation, c'est de donner une liqueur légérement urineuse, & point d'esprit acide.

REMARQUE.

J'ai dit à la page 389, que je n'ai trouvé (dans les Plâtras) ni salpêtre, ni sel marin par aucun procedé, & qu'il n'est pas possible d'en retirer, à moins d'y adjoûter un sel fixe; je n'ai pas prétendu qu'il n'y en avoit pas du tout, car il peut y en avoir. L'on connoit assés le salpêtre de houssage, j'en ai retiré moi-même de très-beau & de très-vif, qui s'étoit formé sur des murailles & sur des pierres particuliéres : c'est une chose que j'expliquerai dans le Mémoire que je donnerai, en parlant de la formation du salpêtre. L'on y verra la raison pourquoi l'on ne retire point de salpêtre des Plâtras, quoiqu'il puisse y en avoir; & pourquoi le salpêtre qui se forme *sur* certaines pierres, est beaucoup plus vif que tout autre salpêtre.



PROBLEME.

Quatre points ou quatre objets étant donnés sur un plan, placés comme on voudra, trouver un cinquiéme point, duquel ayant tiré des lignes aux quatre objets, les trois angles formés par ces quatre lignes soient égaux, ou dans tel rapport donné qu'on voudra.

Par M. PITOT.

JE n'entre point ici dans la question de sçavoir si les distances vûës sous des angles égaux, paroissent ou sont jugées égales, il me paroît seulement que notre jugement là-dessus doit varier suivant qu'il y a entre notre œil & ces mêmes distances, plus ou moins d'objets interposés. 28 Juillet 1734.

Pour résoudre ce Probleme, il ne faut d'abord considérer que trois des objets, & chercher les points d'où l'on puisse voir ces trois objets sous deux angles égaux. Ce Probleme est toûjours indéterminé, mais le lieu en est différent, suivant les différentes situations respectives des objets entre eux; ce lieu peut être une ligne droite, une section conique, une courbe du second genre, & plus généralement, une courbe du troisiéme genre.

Lorsqu'il y a quatre objets, le Probleme est déterminé, mais sa solution dépend entiérement de celui de trois; car ayant trouvé la courbe qui satisfait à trois des objets quelconques, on en laissera un à volonté pour prendre le quatriéme, & ayant trouvé, par la même méthode, la nouvelle courbe pour ces trois derniers, le point où ces deux courbes se couperont, résoudra le Probleme.

Le cas le plus simple est lorsque les objets sont placés sur une ligne droite; ce cas me fut proposé par un de nos M.rs; je le résolus sans calcul, par une méthode très-simple, bien différente, & moins composée que les solutions que

M.rs Guinée & Ozanam ont données de ce même cas.

Comme la ſolution générale que je donne ici, ſuppoſe ma méthode pour le cas ſimple dont je viens de parler, j'ai beſoin de commencer par cette méthode.

Fig. 1. Trois objets *A, B, C,* étant donnés ſur une ligne droite: pour trouver le point *G,* en ſorte que les angles *AGB, BGC* ſoient égaux, on formera ſur les intervalles *AB* & *BC* des triangles ſemblables & iſoſceles *ADB, BEC,* on tirera la ligne *EDF,* & du point *F* pour centre, & du rayon *FB* on décrira le cercle *BGH,* qui ſera le lieu de tous les points *G.* Car du point *E* pour centre ayant décrit le cercle *CBG,* & du point *D* le cercle *ABG,* il eſt évident que les angles *ADB, BEC,* étant égaux, les angles à la circonférence *AGB, BGC,* ſont auſſi égaux. Or, en faiſant différents triangles iſoſceles *ADB, BEC,* on aura différents points *G,* & la ligne *BG* ſera toûjours diviſée en deux également & perpendiculairement par *FDE.* Donc cette même ligne *BG* ſera toûjours une corde du cercle *BGH.* Donc le cercle *BGH* eſt le lieu de tous les points *G.*

Si les angles *AGB, BGC,* ſous leſquels on voudroit voir les trois objets *A, B, C,* étoient donnés, le Probleme ſeroit déterminé, on feroit ſimplement les angles *ADB, BEC,* doubles des angles donnés *AGB, BGC.*

Si on vouloit que les angles *AGB, BGC,* au lieu d'être égaux, fuſſent doubles ou triples l'un de l'autre, ou généralement dans tels rapports qu'on voudra, on feroit ſimplement les angles *ADB, BEC* dans ces mêmes rapports. Ainſi on réſoudroit très-aiſément cette queſtion : *Trouver le point d'où l'on peut voir trois objets ſur une ligne droite ſous deux angles donnés !*

Pour réſoudre préſentement le cas général, ou dont les trois objets ſont placés indifféremment ſur le plan, on joindra Fig. 2. deux des objets quelconques par une ligne indéfinie, & on rapportera le troiſiéme objet ſur cette ligne; ainſi ayant joint *A* & *C,* par la ligne *IAC,* il eſt évident que ſi l'on tire du troiſiéme objet *B,* une ligne à volonté *BEM,* qui

coupe AC en E, on pourra trouver sur cette ligne le point M, d'où ayant tiré MA, MC, elles feront avec MEB, les angles AMB, CMB égaux : Car il n'y a qu'à considérer que les trois objets sont A, E, C, faire comme au premier cas, les triangles semblables & isosceles AGE, EFC, tirer FGH, & du point H pour centre, décrire le cercle EMI qui sera tel, que de tous les points de sa circonférence, on verra les trois points A, E, & C, sous deux angles égaux. Mais entre tous les points de cette circonférence, il n'y a évidemment que le point M, d'où l'on puisse voir les trois objets A, B, C, sous deux angles égaux. On peut cependant trouver une infinité de points M, en tirant différentes lignes BEM, & opérant comme ci-dessus ; la suite de tous ces points M formera une ligne courbe. Voici la maniére dont nous avons déterminé son équation.

Par les points B & M, on tirera les perpendiculaires BD, MP ; soient nommées les données AD, a ; DC, b ; BD, c ; & les indéterminées DP, x ; PM, y ; ED, z ; AH, u. AP sera $a-x$; $AE, a-z$; $EC, b+z$; $HE, a+u-z$. Donc $IE = 2u + 2a - 2z$, & $IP = 2u + 2a - z - x$. Cela posé, les triangles semblables CFH, EGH, donneront $CE, EH :: FG, GH$, & les triangles semblables EFH, AGH donnent $EA, AH :: FG, GH$. Donc $CE, EH :: EA, AH$; ou, en termes analytiques, $b+z \,.\, a+u-z :: a-z \,.\, u$, ce qui donne une premiére équation

$$bu + 2zu - au = aa - 2az + zz.$$

Les triangles semblables EDB, EPM donnent $ED, z \,.\, DB, c :: EP, x-z \,.\, PM, y$. D'où l'on tire une 2.de équation $zy = cx - cz$. Enfin les triangles semblables EPM, MPI donnent $EP, x-z \,.\, PM, y :: PM, y \,.\, PI\, 2u - 2a - z - x$, ce qui donne une 3.me équation

$$yy + xx - zz - 2ax + 2az = 2ux - 2zu.$$

Il faut présentement avec la 1.re & la 3.me équation, faire évanouir l'indéterminée u, & substituer dans la nouvelle équation, la valeur de z, tirée de la seconde ; & l'on aura

enfin, après les réductions, l'équation de la courbe

$$\begin{array}{llllll} ay^4 & -2cxy^3 & -bccyy & -2bcxxy & +2accxx & =0 \\ -by^4 & +2acy^3 & +accyy & +2abcxy & & \\ & -2bcy^3 & -2ccxyy & +2acxxy & & \\ & & +axxyy & -2cx^3y & & \\ & & +2abxyy & & & \\ & & -bxxyy. & & & \end{array}$$

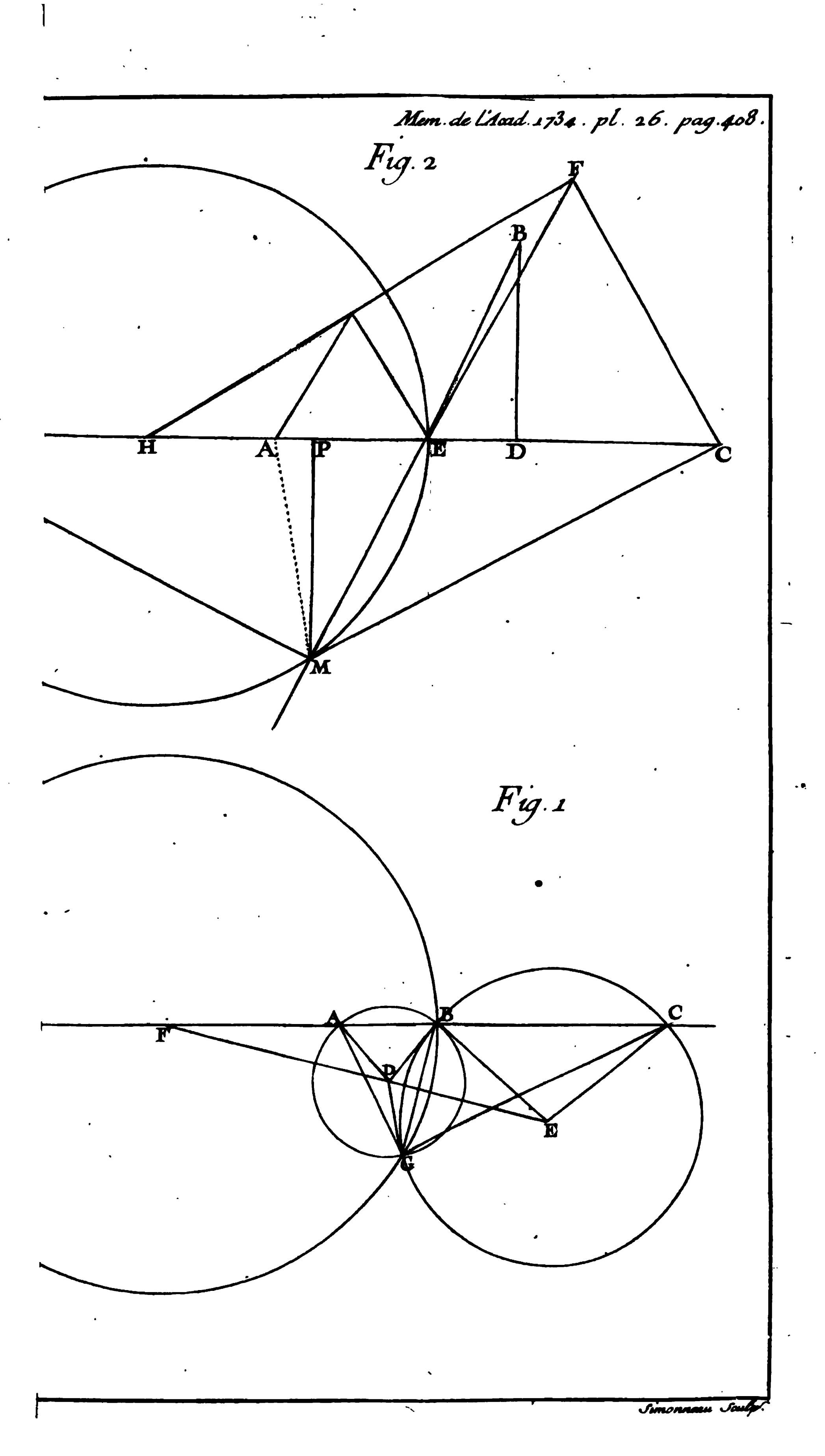
Comme nous avons donné la méthode de trouver, par une opération très-simple, tant de points M de la courbe qu'on voudra, il seroit très-inutile de chercher à la décrire par le moyen de son équation.

Cette équation renferme tous les cas possibles; car si, pour tomber dans le premier cas qui est, comme nous avons dit, le plus simple, on suppose BD nulle, alors les points B & E se confondront avec le point D, & effaçant dans l'équation, les termes où BD, c, se trouve, elle se réduira à celle-ci $\frac{2abx}{b-a} - xx = yy$, ou $\frac{2abx}{a-b} - xx = yy$, suivant que (a) est moindre, ou plus grand que (b). Or il est très-aisé de voir que cette équation est celle du cercle BGH, ou du lieu de tous les points qui satisfont au premier cas; car ayant donné aux lignes du premier cas, les mêmes dénominations qu'à celles du second, on aura $AB = a$, $BC = b$, $AF = u$, $BP = x$, & $PM = y$.

Fig. 1.

Les triangles semblables CEF, BDF donnent CE, BD :: CF, BF. Mais $CE \cdot BD$ :: $CB \cdot AB$. Donc $CF \cdot BF$ :: $CB \cdot AB$; ce qui donne en termes analytiques $b + a + u \cdot a + u :: b \cdot a$; d'où l'on tire AF, $u = \frac{aa}{b-a}$, & BF qui est le rayon du cercle $= \frac{ab}{b-a}$, & l'équation du cercle sera $\frac{2abx}{b-a} - xx = yy$. Si AB avoit été plus grand que BC, le point F seroit tombé de l'autre côté, & l'équation du cercle seroit $\frac{2abx}{a-b} - xx = yy$.

Si



Simonneau Sculp.

Si les trois objets forment un triangle isoscele & *ABC*, alors les trois grandeurs a, b & c seront égales, & l'on aura, en mettant a pour b & c, cette équation

$$y^3 + xxy - aax = 0.$$
$$- aay.$$

Nous pourrions faire plusieurs observations sur ce Probleme, & en tirer beaucoup de Corollaires.

METHODE NOUVELLE DE TROUVER LA HAUTEUR DU POLE.

Par M. GODIN.

LA hauteur de l'Equateur, ou, ce qui revient au même, la hauteur du Pole sur l'horison, lorsqu'on ne la veut connoître qu'à une minute près, n'est pas difficile à déterminer. Des Voyageurs qui ne sont que Voyageurs, avec des instruments médiocres peuvent aller jusqu'à ce degré de précision; mais cela ne suffit pas aux Astronomes, & cet arc qui se rencontre à chaque pas dans les calculs astronomiques, auxquels il sert très-souvent de base, s'il n'étoit connu qu'à une minute près, répandroit un faux général, & souvent des absurdités dans les Théories. Cependant on ignore encore si l'on peut s'assûrer, ou plûtôt si l'on connoît la hauteur du Pole d'un lieu à 20″ près, d'un lieu même dans lequel on a la commodité de faire une longue suite d'observations. M.rs Cassini & Maraldi ont toûjours retenu la hauteur du Pole à l'Observatoire Royal, de 48° 50′ 10″, M. de la Hire l'a toûjours prise de 10″ moindre.

28 Juillet 1734.

Fixer la hauteur du Pole par les hauteurs méridiennes du Soleil & des Etoiles fixes, ou par la plus grande & la plus petite hauteur d'une Etoile toûjours apparente, c'est, dans le premier cas, supposer entr'autres choses, la hauteur

du Pole déja bien connuë, & dans les deux ensemble, une Table exacte des refractions, sans compter des irrégularités dans quelques Etoiles fixes, & peut-être dans toutes, dont on s'est apperçû sans les avoir encore limitées. Si j'observe, par exemple, la Polaire dans ses deux médiations au-dessus & au-dessous du Pole (ce que l'on doit regarder comme une des meilleures maniéres de trouver la hauteur du Pole) quelle Table de refractions choisirai-je? elles différent toutes entr'elles. De plus, cette Etoile a des variations singuliéres; car au lieu de s'approcher réguliérement du Pole, elle semble quelquefois s'en éloigner, en sorte qu'en divers temps, les observations donnent des hauteurs de Pole différentes, & cette différence va à plus d'une demi-minute. Que cela vienne du mouvement annuel de la Terre, ou simplement d'une nutation de son axe, ou de la variation des refractions en différents temps, c'est ce qu'on ne sçauroit encore décider, & les observations faites jusqu'à présent ne s'y accordent pas : ce qu'il y a de certain, c'est que vers l'Equinoxe du Printemps, cette Etoile paroît plus basse qu'elle ne devroit; que vers l'Equinoxe d'Automne, elle paroît plus haute; & qu'en général en diverses années, ses hauteurs varient indépendamment de sa distance au Pole, comme je le détaillerai dans un autre Mémoire.

Ces réfléxions m'ont fait chercher une méthode de trouver la hauteur du Pole, qui fût exempte de ces incertitudes, & sur-tout qui ne supposât pas les refractions. Je n'en ai pas trouvé de cette nature qui fût directe, mais celle que je vais donner en approche, & elle donnera la hauteur du Pole à 5″ près, dans les mêmes circonstances que j'employe. En voici une idée générale, en ne supposant point les réfractions.

Je choisis une des Etoiles circompolaires qui, dans sa plus grande hauteur méridienne, passe assés près du Zénith, & soit par-là exempte des réfractions, telle est à mon égard la Luisante du côté de Persée (*α, Bayeri*) qui vient à 7′ environ du Zénith.

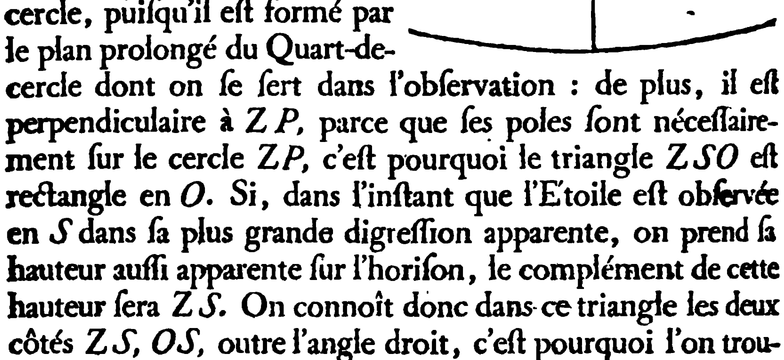
Ayant placé un Quart-de-cercle garni d'une Lunette en alhidade, dans le plan du cercle de 6 heures, le centre tourné vers le Pole, j'observe l'Etoile dans ses plus grandes digressions apparentes du Pole, c'est-à-dire, lorsqu'en parcourant son parallele, elle vient à rencontrer le cercle de 6 heures; ce temps se connoît aisément, soit par l'heure à peu-près, soit parce qu'elle paroît alors décrire le fil horisontal de la Lunette, devenu vertical par la situation de l'Instrument. Ces deux observations dans les deux digressions donnent sur le limbe du Quart-de-cercle, un arc égal au double de la distance de l'Etoile au Pole, dont la moitié étant ôtée de la plus grande hauteur méridienne de l'Etoile qui est hors des réfractions, puisqu'elle passe à 7′ près du Zénith, donnera la hauteur du Pole, sans avoir égard à l'effet des réfractions.

Dans un lieu dont la latitude seroit moindre que 45°, il faudroit un arc plus grand qu'un Quart-de-cercle, & il faut aussi que l'instrument dont on se servira, soit au moins du double de degrés que le complément de la déclinaison de l'Etoile dont on se sert : par exemple, on ne pourroit pas faire usage d'un Quart-de-cercle pour une Etoile qui n'auroit que 40 degrés de déclinaison, parce que sa distance au Pole étant de 50 degrés, sa double distance, ou l'arc compris entre ses deux digressions, qui est celui que l'on observe, sera de 100 degrés.

Mais parce que l'Etoile est sujette aux réfractions dans ses diverses hauteurs sur l'horison, l'arc entre ses deux digressions apparentes & mesuré sur l'instrument, n'est pas le véritable. Dans ces deux situations, l'Etoile souffre de part & d'autre deux réfractions égales qui élevant suivant un vertical, diminuënt l'arc total entre les deux digressions véritables, & par conséquent la distance de l'Etoile au Pole, en sorte que par cette méthode, la hauteur du Pole viendra plus grande qu'elle ne doit être.

Si Z est le Zénith, *P* le Pole, *AEC* le parallele de l'Etoile, *EP* qui est une portion du cercle de 6 heures,

ſera la véritable diſtance de l'Etoile au Pole; mais l'Etoile étant en *E*, par exemple, dans ſa plus grande digreſſion, elle ſera vûë à cauſe de la réfraction en un point *S* du vertical *ESZ*, & de même dans l'autre digreſſion, & la moitié de l'arc obſervé ſera *SO*, différent de *EP*. Voici de quelle maniére j'employe cet arc obſervé *SO* à trouver l'arc *EP*, & par conſéquent la hauteur du Pole.



SO eſt une portion de grand cercle, puiſqu'il eſt formé par le plan prolongé du Quart-de-cercle dont on ſe ſert dans l'obſervation : de plus, il eſt perpendiculaire à *ZP*, parce que ſes poles ſont néceſſairement ſur le cercle *ZP*, c'eſt pourquoi le triangle *ZSO* eſt rectangle en *O*. Si, dans l'inſtant que l'Etoile eſt obſervée en *S* dans ſa plus grande digreſſion apparente, on prend ſa hauteur auſſi apparente ſur l'horiſon, le complément de cette hauteur ſera *ZS*. On connoît donc dans ce triangle les deux côtés *ZS*, *OS*, outre l'angle droit, c'eſt pourquoi l'on trouvera l'angle *SZO*.

Suppoſant maintenant la réfraction *ES* d'une certaine quantité, on aura *ZE*, & dans le triangle *ZEP*, rectangle en *P*, connoiſſant deux angles & un côté, on trouvera *EP*, diſtance véritable de l'Etoile au Pole, qui, étant adjoûtée à *ZA*, complément de la hauteur méridienne de l'Etoile, donnera *ZP*, complément de la hauteur du Pole.

La ſolution exacte de ce Probleme, ne dépend donc que de la valeur *ES* de la réfraction, c'eſt en la ſuppoſant de différente grandeur que l'on parviendra à une ſolution fort approchée; car ſi, donnant à *ES* différentes valeurs, aſſés différentes entr'elles, & beaucoup plus qu'elles ne doivent

l'être, par tout ce que nous connoissons des réfractions, la hauteur du Pole vient à très-peu près la même, la solution du Probleme sera aussi bonne que si elle étoit directe. En voici un exemple appliqué à des observations.

Les 13, 15, 18 & 19 Novembre 1733, qui est un temps propre pour l'observation de la Luisante du côté de Persée dans les circonstances que j'ai dites, j'observai cette Etoile dans ses plus grandes digressions apparentes du Pole, auxquelles elle arrive vers les 6 heures du soir & du matin. L'arc total entre ses deux digressions, fut trouvé de 82° 3′ 19″, sa hauteur apparente sur l'horison alors étoit de 34° 37′ 28″, & sa hauteur méridienne de 89° 53′ 0″.

Dans le triangle rectangle *ZSO*, on connoît *SO* de 41° 1′ 39″ $\frac{1}{2}$, & le côté *ZS*, complément de la hauteur observée est aussi connu de 55° 22′ 32″, c'est pourquoi on trouvera l'angle *OZS* de 52° 54′ 39″ $\frac{1}{2}$.

S. ZS.	55°	22′	32″	
S. SO.	41	1	39 $\frac{1}{2}$	198171831131
ST.	90	0	0	991534391119
S. OZS.	52	54	39 $\frac{1}{2}$	990183920012
				241589
				150423 (9 $\frac{1}{2}$
				143262 (15918
				7161

Supposons maintenant qu'à la hauteur de 34° 37′ 28″, où étoit l'Etoile dans le temps de sa plus grande digression, la réfraction l'ait élevée de 1′ 25″, qui est celle que donne la Table de M. Cassini, on aura *ZE* de 55° 23′ 57″. Cela posé, dans le triangle rectangle *ZEP*, on connoît *EZ*, & l'angle *EZP* que l'on vient de trouver, c'est pourquoi on trouvera *EP* par l'analogie suivante de 41° 2′ 30″ $\frac{1}{4}$.

ST.	90°	0′	0″		
S. EZP.	52	54	39 ½	99018392012	
				101682	
S. ZE.	55	23	57	99154572648	
S. EP.	41	2	30 ¼	1981730666342	(¼
				59685	24184
				6657	

Or *EP* est égal à *PA*, c'est pourquoi si de la hauteur méridienne de l'Etoile . . . . 89° 53′ 0″
on ôte *PA*. 41 2 30¼
Il restera pour la hauteur du Pole. . . . . 48 50 30.

Voilà le Probleme résolu, en supposant la réfraction de 1′ 25″, à la hauteur de 34° 37′ 28″; mais si la réfraction étoit moindre ou plus grande, qu'elle fût, par exemple, de 1′ 38″, telle que M. de la Hire la donne à cette hauteur, voyons quelle différence il viendroit dans la hauteur du Pole; ou plutôt prenons deux réfractions, telles que 1′ 5″ & 1′ 45″, l'une plus petite, & l'autre plus grande que celle que j'ai prise de 20″.

En prenant la plus petite, on aura cette nouvelle analogie où *EP* vient de 41° 2′ 18″ ¼.

ST.	90°	0′	0″		
S. EZP.	52	54	39 ½	99018392012	
				101703	
S. ZE.	55	23	37	99154282087	
S. EP.	41	2	18 ¼	1981727775802	
				575924	
				199878	(8 ¼
				193512	24189
				6366	

En prenant la plus grande réfraction, on aura celle-ci où *EP* vient de 41° 2′ 42″ ¼.

ST.	90° 0′ 0″	
S. EZP.	52 54 39 $\frac{1}{2}$	99018392012
		101661
S. ZE.	55 24 17	99154863147
S. EP.	41 2 42 $\frac{1}{4}$	198173356820
		01530
		55290 (2 $\frac{1}{4}$
		48364 (24182
		6926

Ce qui donne 24″ de différence dans la hauteur du Pole pour 40″ de différence dans la réfraction, c'eſt-à-dire, 6″ pour 10″ de réfraction, qui eſt toute la différence qu'il peut y avoir dans les Tables de Réfractions, conſtruites par différents Aſtronomes pour le même lieu, à des hauteurs d'environ 40°. Cette incertitude ſera moindre encore à des hauteurs plus grandes, & j'ai amené le Probleme à un point, ſi je ne me trompe, aſſés important, qui eſt de trouver la hauteur du Pole par le moyen d'une Etoile fixe, ſans connoître ſa déclinaiſon, & en telle ſorte que l'erreur qui viendra des réfractions mal connuës, ſoit diminuée de ſa moitié.

Pour juger de ce que l'on gagne à éviter de ſuppoſer la déclinaiſon de l'Etoile, il n'y a qu'à remarquer que celle de l'Etoile α de Perſée que j'ai choiſie, & qui eſt une belle Etoile de la ſeconde grandeur, eſt très-différente dans nos meilleurs Catalogues. M. Maraldi donne cette déclinaiſon pour le commencement de l'année 1734, de 49° 1′ 40″, & M. Flamſteed pour le même temps, de 48° 53′ 18″, la différence entr'eux, eſt de 8′ 22″.

Il ne me reſte qu'une remarque à faire, qui eſt que la hauteur de l'Etoile, lorſqu'elle eſt dans ſes plus grandes digreſſions, n'eſt pas ſujette à erreur, comme on le pourroit croire d'abord, à cauſe que dans cette ſituation ſa hauteur change très-promptement, au lieu que ſon élongation reſte

long-temps la même, de ſorte qu'il paroîtroit fort aiſé de bien déterminer l'angle de ſon élongation, mais fort difficile au contraire, de ſaiſir ſa hauteur dans le véritable inſtant qu'elle eſt dans le cercle de 6 heures; cependant, il eſt fort facile d'y parvenir, il n'y a qu'à faire attention que de part & d'autre du Pole, cette hauteur doit être la même, & que les deux ſoient priſes dans des temps juſtement éloignés de 12 heures. Ainſi, lorſque l'Etoile, par exemple, eſt dans la digreſſion orientale, il faut prendre ſes hauteurs, au moins de minute en minute, & marquer l'heure, & faire la même choſe lorſqu'elle ſe trouve à ſa digreſſion occidentale. On verra enſuite quelles ſont les hauteurs égales qui ſont éloignées l'une de l'autre de 12 heures, & ces hauteurs ſeront les véritables qu'il faudra employer. Si, de toutes celles qu'on a priſes, il ne s'en trouvoit aucunes qui fuſſent dans ce cas, on les y fera venir par le rapport des changements de hauteurs aux intervalles des temps, & cela ne peut produire aucune erreur ſenſible.



MEMOIRE
SUR
L'EMETICITE' DE L'ANTIMOINE, SUR LE TARTRE EMETIQUE, ET SUR LE KERMÈS MINERAL.

Par M. GEOFFROY.

L'Usage du Tartre émétique, introduit avec ſuccès dans la Médecine, lorſqu'il eſt néceſſaire de faire vomir les malades : celui du Kermès minéral, employé ſagement par les grands Praticiens, pour cuire les humeurs, & les diſpoſer à une évacuation ſalutaire, ſeroient l'un & l'autre hors de tout ſoupçon (quand ils ſont ordonnés à propos) ſi ces deux remedes étoient préparés avec toutes les précautions néceſſaires, & ſi l'on ſuivoit par-tout le meilleur & le même procedé; mais il arrive ſouvent qu'un Tartre émétique donné à 3 grains, fait de grands effets, pendant qu'un autre émétique, préparé différemment, ne fera rien à 6 ou 7 grains; & cela dans des diſpoſitions à peu-près ſemblables de la part des malades. 13 Novemb. 1734.

Il en eſt de même du Kermès minéral, l'un n'excite que très-peu de nauſées à la doſe de 3 & 4 grains, l'autre fait vomir à un grain ou un grain & demi, ſans qu'on puiſſe attribuer cette différence d'effet au plus ou moins d'acide ſéjournant ou introduit dans l'eſtomac.

Une telle variété méritoit qu'on en examinât la cauſe, puiſque le Public y eſt intéreſſé.

J'ai raſſemblé de pluſieurs endroits douze Tartres émétiques, & un pareil nombre de préparations de Kermès minéral. La maniére dont je les ai analiſés, la différence de leurs produits, font en partie le ſujet de ce Mémoire, & cette différence donnera une indication certaine, ou un moyen

de connoître l'effet qu'on doit attendre de tel ou tel Emétique, de tel ou tel Kermès, en ſuppoſant dans les malades des diſpoſitions à peu-près égales. Je propoſerai à la fin du Mémoire, un autre remede bien ſimple, qui peut être ſubſtitué au Kermès dans pluſieurs cas, & ſouvent avec un ſuccès moins douteux.

L'Antimoine, dont on ſçait que le Tartre émétique & le Kermès ſont deux préparations, eſt un minéral compoſé d'un peu de terre métallique facile à vitrifier, d'une portion aſſés conſidérable d'acide vitriolique, & du bitume ou huile de la terre.

Cet acide, joint au bitume, forme le ſoufre brûlant; ſoufre qui eſt quelquefois ſi abondant dans l'Antimoine minéral, que ſouvent il s'en trouve qui s'enflamme comme le ſoufre commun. C'eſt ce ſoufre uni à la terre métallique de l'Antimoine, qui fait voir dans ce minéral (lorſqu'il n'a ſubi que les premiéres fontes ſervant à le purifier) cette multiplicité d'aiguilles dont il eſt compoſé; mais c'eſt à l'acide vitriolique, uni au bitume, & formant le ſoufre commun, que ces aiguilles ſont dûës, & non à la matiére huileuſe ſeule. Car ſi l'on fond du verre d'Antimoine avec un ſimple phlogiſtique qui n'ait point cet acide, comme le charbon de bois pulvériſé, on reſſuſcite ce verre en régule, qui n'eſt pas aiguillé comme l'Antimoine, mais rempli de facettes ou de lames brillantes. Si au contraire, on employe le ſoufre commun pour reſſuſciter de ſemblable verre d'Antimoine, on trouve dans le creuſet un Antimoine aiguillé, comme l'Antimoine ordinaire, parce qu'on a rendu à ce minéral vitrifié tout ce qu'il avoit perdu pendant ſa calcination, c'eſt-à-dire, ſon acide vitriolique, & cette graiſſe de la terre, formant enſemble le ſoufre commun qui lui eſt eſſentiel pour être Antimoine.

La preuve de l'exiſtence d'une terre vitrifiable dans l'Antimoine, eſt ſa facilité à ſe vitrifier, lorſque par la calcination on en a fait évaporer l'excédent de l'acide vitriolique & du phlogiſtique qui interrompoient la continuité ou

l'attouchement des particules intégrantes de cette terre métallique.

Ainsi il résulte de ce que je viens de dire, que cette terre désunie ou divisée par beaucoup de soufre brûlant, fait de l'Antimoine.

Que la matiére inflammable étant enlevée en partie, en sorte qu'il n'en reste que ce qu'il en faut pour conserver à l'Antimoine une forme métallique, on a du régule.

Que si on enleve presque totalement cette matiére inflammable par une calcination moderée, la terre métallique de l'Antimoine prend la forme du verre lorsqu'on la met à un feu de fusion.

Qu'enfin, si l'on pousse cette calcination par degrés à un feu extrême, on a une chaux désanimée, ou une terre qui, quant à l'éméticité, n'a plus les proprietés ni les vertus de l'Antimoine, de son régule, ou de son verre.

Il y a quelques Auteurs, du nombre desquels est Kunckel, qui supposent dans l'Antimoine un principe mercuriel concourant avec le soufre & la terre vitrifiable pour la formation de ce minéral. L'Auteur que je cite, indique même énigmatiquement, plusieurs voyes pour découvrir ce mercure: mais je n'ose admettre ce principe mercuriel, jusqu'à ce que par quelque procedé hors de tout soupçon, je puisse me convaincre de l'existence d'un mercure coulant dans l'Antimoine. J'ai déja commencé, sur la foi de Kunckel qui étoit un excellent Artiste, quelques-unes des opérations par lesquelles on prétend l'obtenir, & mes expériences, si elles réussissent, me fourniront de quoi donner un autre Mémoire à la Compagnie.

Quant à présent, je ne reconnois que trois principes secondaires qui soient sensibles dans l'Antimoine, un acide vitriolique semblable à l'esprit de soufre, une matiére sulphureuse, bitumineuse, huileuse, (il n'importe, pourvû qu'avec l'acide vitriolique elle puisse former un soufre commun;) enfin une terre métallique vitrifiable.

Le soufre commun n'est point émétique, l'acide vitriolique,

la plûpart des liqueurs huileuſes avec leſquelles il pourroit produire du ſoufre, ne le ſont pas non plus. La chaux déſanimée de l'Antimoine n'excite aucune nauſée : cependant de toutes ces matiéres combinées il ſe forme un minéral; & de ce mineral, l'art extrait un régule, un verre, & d'autres préparations qui ſont violemment émétiques.

Si l'on fait digerer du verre d'Antimoine pulvériſé dans du vinaigre blanc jusqu'à ce que le vinaigre n'en tire plus de teinture; ſi l'on refond la poudre juſqu'à la vitrifier, qu'on la pulvériſe de nouveau, qu'on la faſſe digérer dans de nouveau vinaigre blanc, & qu'on répéte cela pluſieurs fois; enfin, à la quatriéme ou cinquiéme vitrification, le verre ſe trouvera noir, n'aura preſque plus de tranſparence, & ne ſera plus du tout émétique, quoique les deux ou trois premiers le fuſſent conſidérablement.

Tous les vinaigres précédents ſont émétiques à différents dégrés : les premiers ſont un peu plus ſalés que les derniers, qui ſemblent avoir un goût aſtringent. Ils ont pris tous une teinture rouge en digérant ſur ces verres pulvériſés; (mais ſur toute matiére purement ſulphureuſe ils prendroient une ſemblable teinture, & ne ſeroient pas pour cela émétiques;) il faut donc que l'huileux du vinaigre ait extrait la teinture d'un reſte de matiére ſulphureuſe ou du phlogiſtique concentrée dans le verre d'Antimoine, & que l'acide du même vinaigre ait corrodé ou diſſout une portion de la partie réguline du verre, ou ſi l'on veut, de cette partie aiſée à réguliſer. Or on ſçait déja, & je vais faire voir que c'eſt la partie réguline de l'Antimoine qui conſtituë ſon éméticité; c'eſt-à-dire, que cette éméticité eſt réſidente dans un combiné quelconque de ſoufre composé de très-peu d'acide vitriolique & d'une portion de matiére inflammable, unis à une terre vitrifiable. Si cette terre a peu d'interſtices remplis par le ſoufre, elle ſera très-émétique, tel eſt le verre d'Antimoine, qui eſt une des plus émétiques de toutes les préparations de ce mineral. Si ces interſtices ſont plus grands ou plus multipliés, comme ils le ſont dans le régule qui contient plus

de ſoufre que le verre, elle ſera un peu moins émétique: enfin ſi ces interſtices ſont ſi larges qu'il y ait plus de ſoufre groſſier que de cette terre vitrifiable, il n'y aura plus d'éméticité que par accident; comme dans l'Antimoine, qui ne fait vomir qu'à l'aide de quelque acide.

La principale raiſon pourquoi l'Antimoine brut n'eſt pas émétique, c'eſt que l'acide vitriolique y eſt uni à un phlogiſtique onctueux avec lequel il forme un ſoufre groſſier & bitumineux, qui lie ſi bien les particules de la terre métallique, qu'elles ne peuvent agir dans l'eſtomac ſans un ſecours étranger. Mais quand la plus grande partie de cet acide & de ce phlogiſtique bitumineux eſt enlevée par le feu ou par tout autre moyen; alors il ne reſte dans le régule qu'un ſoufre capable d'expanſion, & par conſéquent en état d'enlever avec lui des particules de la terre métallique vitrifiable, qui par leur roideur peuvent irriter le genre nerveux, & exciter des contractions violentes; car je ſuppoſe que cette irritation eſt la première cauſe du vomiſſement.

On m'objectera peut-être que tout ce que je viens de dire ſur l'éméticité de l'Antimoine, étoit en partie connu; cela peut être: mais je ne pouvois me diſpenſer, par rapport à la ſuite de ce Mémoire, de faire voir que le phlogiſtique ou principe inflammable de l'Antimoine, n'eſt émétique qu'autant qu'après avoir été dégagé de ſon acide vitriolique, il eſt uni à ſa terre vitrifiable, c'eſt-à-dire, autant qu'il approche de la forme du verre, ou au moins de celle du régule: qu'ainſi plus le Tartre émétique & le Kermès contiendront de régule aiſé à reſſuſciter, plus ils ſeront émétiques. Je vais paſſer à des expériences qui le prouveront.

J'ai employé une once de chacun des Tartres émétiques que j'ai raſſemblés: je les ai broyés ſéparément avec pareil poids ou un peu plus de flux noir, compoſé de deux parties de Tartre rouge, & d'une partie de nitre calcinés enſemble: j'ai mis ces mêlanges dans différents creuſets faits en cone renverſé; je les ai tenus au feu de fonte, juſqu'à ce que les ſels fondus ſe fuſſent affaiſſés & paruſſent comme une huile

tranquille au fond du creuset. J'ai laissé éteindre le feu & refroidir les creusets : je les ai cassés, & j'ai trouvé le régule ressuscité, rassemblé au fond du creuset.

Des plus foibles Tartres émétiques, j'ai eu par once depuis 30 grains jusqu'à un gros 18 grains de régule.

De ceux d'une éméticité moyenne, un gros & demi : & des plus violents dans leurs effets, jusqu'à 2 gros 10 grains.

Les scories de ces essais qui étoient jaunes d'abord, sont devenuës vertes ensuite, puis elles ont noirci, & enfin elles se sont mises en deliquium.

L'action des plus forts Tartres émétiques dépend donc de la quantité du régule d'Antimoine que la crême de Tartre a dissoute ; & plus les préparations antimoniales sur lesquelles on fait bouillir la solution de la crême de Tartre, approchent de la forme de régule ou de verre, plus le Tartre émétique est violent, parce qu'alors l'acide végétal du Tartre agit plus immédiatement & dissout davantage de la partie émétique de l'Antimoine.

Si au contraire on met cette solution de Tartre bouillir avec l'Antimoine crud dont les parties régulines sont enveloppées & défenduës par le soufre grossier, à peine cet acide agira-t-il dessus.

J'ai fait broyer deux onces de crême de Tartre avec une once d'Antimoine qui avoit été déja porphirisé : j'ai fait bouillir ce mêlange dans une grande quantité d'eau pendant 18 heures : la liqueur ayant pris une couleur jaunâtre & un goût stiptique approchant du vitriolique, je l'ai filtrée chaude par un double papier. La masse restée au fond du matras répandoit une odeur sulphureuse. Cette imprégnation étant évaporée, j'ai eu un cristal de Tartre qui à 2 grains n'a donné que quelques foibles nausées.

J'ai pris une once de ce cristal de Tartre légérement empreint de l'éméticité de l'Antimoine, & je l'ai fondu comme les autres Tartres émétiques avec le flux noir, j'ai trouvé dans le creuset refroidi & cassé beaucoup de scories jaunes avec quelques petits grains épars de régule, mais si menus

& en si petite quantité, qu'ils n'avoient pû par leur poids se rassembler au fond du creuset.

Quoiqu'il soit évident par cette expérience que l'acide du Tartre agit sur l'Antimoine, & qu'il corrode un peu de sa partie réguline, cependant cette corrosion est si foible, qu'il n'est pas possible de rassembler par la réduction les particules du régule enlevé par cet acide végétal : aussi est-il certain que, quelque fine que soit la poudre de l'Antimoine, chacune de ces petites parties reste toûjours enveloppée de son soufre grossier, & ce soufre la défend & oppose un enduit à l'action de l'acide du Tartre.

Il est donc prouvé que pour qu'un acide végétal devienne suffisamment émétique par son séjour sur l'Antimoine, il faut que ce minéral soit délivré, le plus qu'il est possible, de son soufre grossier; qu'il soit réduit en un régule très-pur; & que plus il approchera de la forme du verre, sans addition d'aucune matiére étrangere qui en facilite la vitrification, plus l'acide du Tartre enlevera, avec le soufre, de ces parties roides de la terre métallique que j'ai dit ci-devant être la cause du vomissement. Ainsi tout Tartre émétique qui aura été préparé avec le verre d'Antimoine & le foye d'Antimoine lavé, qui est une espece de vitrification, sera beaucoup plus émétique qu'aucun autre.

J'ai fait voir ci-devant par la quantité de régule contenu dans les différents émétiques dont j'ai fait la réduction, qu'il n'est pas indifférent de sçavoir à quel degré ce remede est émétique, & qu'il peut arriver dans les campagnes de grands accidents de ces ordonnances de routine qui prescrivent 4, 5 & 6 grains d'émétique pour faire vomir un malade. Si donc on jugeoit à propos de suivre ma méthode pour connoître à quelle quantité un émétique quelconque doit faire vomir, sans que le vomissement soit suivi d'accidents; voici une table tirée du produit de mes réductions. J'ai choisi les deux extrêmes, c'est-à-dire, le plus foible & le plus fort émétique, & j'y ai adjoûté celui qui m'a toûjours paru contenir la proportion la plus convenable de régule.

Un Tartre émetique dont on réduit 32 grains de régule par once, en contient 4 grains par gros, & un dix-huitiéme de grain par grain; par conséquent il peut être regardé comme trop foible.

Celui qui fournit deux gros de régule par once, en contient 18 grains par gros: c'est un quart de grain par grain. Il est violent, à moins qu'on ne le donne en très-petite dose.

Enfin, celui qui rend un gros & demi de régule par once, en contient 13 grains & demi par gros; c'est trois seiziémes de grain par grain. Cette proportion est bonne, & je sçais que ce dernier fait vomir suffisamment à la dose de deux grains ou deux grains & demi; c'est-à-dire, en introduisant six ou sept seiziémes de grain de régule dans l'estomac.

Quoique je fixe ici la quantité de régule contenuë dans chaque grain d'émétique, relativement au produit total d'une simple réduction par le flux noir, je n'en prétends pas conclurre que chaque grain de Tartre émétique non réduit, ne contienne précisément que la dose de régule ci-devant marquée: je sçais qu'il en contient un peu davantage. Mais ce surplus étant dans les scories de la réduction, il faudroit les dissoudre dans de l'eau, & en précipiter la poudre communément nommée *soufre de l'Antimoine*, puis réduire cette poudre par le flux noir, on en retireroit encore un peu de régule. J'abandonne cette réduction pour rendre mon opération servant d'épreuve, plus aisée & moins longue.

Examen du Kermès minéral.

Cette préparation, publiée par ordre du Roy en 1720, se fait par une ébullition de l'Antimoine dans de l'eau de pluye animée par la liqueur du nitre fixé par les charbons: c'est l'alkaest de Glauber: il se précipite, après la filtration de la liqueur encore chaude, une poudre qui bien édulcorée est le remede en question.

Le Kermes a été regardé pendant un temps comme un soufre de l'Antimoine. Suivant cette idée, je l'ai examiné d'abord

d'abord par la déflagration, afin de ſçavoir s'il ne brûloit pas différemment de l'Antimoine en poudre & du ſoufre doré d'Antimoine.

J'ai fait rougir trois morceaux de porcelaine épaiſſe à un même feu; j'ai fait tomber ſur l'un 10 grains d'Antimoine porphiriſé; ſur l'autre 10 grains de ſoufre doré d'Antimoine de la quatriéme précipitation, parce que c'eſt le plus fin; & ſur le troiſiéme autant de Kermès bien choiſi & haut en couleur. Le Kermès donne une flamme plus bleuâtre que les deux autres, il ſe conſume plus vîte que le ſoufre doré de l'Antimoine, qui bouillonne en brûlant comme l'Antimoine même; ces deux derniers donnant des vapeurs ou une fumée beaucoup plus groſſiére. L'odeur du Kermès dans cette expérience étoit moins ſulphureuſe & moins piquante que celle des deux autres. En continuant le feu, ces trois matiéres ſe ſont évaporées, & ayant ceſſé de fumer, l'Antimoine a laiſſé ſur ſa porcelaine une tache d'un brun rouge, ou couleur de café.

Le ſoufre doré a laiſſé une matiére rougeâtre parſemée de quelques points blancs.

Quant au Kermès, il n'a laiſſé qu'une terre blanche, rare, ſpongieuſe, avec quelques petits points jaunes.

J'ai dit que j'avois choiſi un Kermès haut en couleur, parce qu'il faut faire remarquer que ſi cette poudre rouge n'a pas été ſuffiſamment édulcorée par de fréquentes lotions d'eau, & que s'il y reſte trop de ſel alkali, elle perd ſa couleur à l'air, & ſe couvre d'une fleur ou couche blanche. J'ai même une maſſe de Kermès de cette eſpece qui eſt devenu tout blanc, & qui en blanchiſſant a perdu preſque toute ſon odeur ſulphureuſe, ce qui ſuppoſe beaucoup de volatilité dans la partie ſulphureuſe de cette poudre; car le ſoufre de cette préparation n'eſt plus de la nature du ſoufre groſſier de l'Antimoine, parce que l'acide vitriolique en a été dénaturé par l'alkali du nitre fixé. Pour le démontrer, j'ai pris du Kermès très-édulcoré, une partie; avec cette poudre j'ai éteint dans un mortier de verre deux parties de mercure très-pur, que j'avois reſſuſcité ſans diſtillation du ſublimé corroſif

par la limaille de fer. Il s'est formé de ce mêlange une poudre noire ou æthiops, comme quand on éteint le mercure avec le soufre commun : cependant voici la différence. L'æthiops fait par le soufre commun est une préparation qui donne toûjours le cinabre artificiel par la sublimation. Si le Kermès eût été un soufre de même nature, c'est-à-dire, s'il avoit eu un acide vitriolique libre d'agir, j'aurois eu de mon æthiops de Kermès un cinabre d'Antimoine. Cependant après l'avoir poussé au feu dans une cornuë presque jusqu'à la fondre, le mercure a passé sans diminution de poids dans le récipient : il y a eu seulement à la partie du col de la cornuë sortant immédiatement du fourneau, un petit cercle rouge, mais qui n'étoit qu'une teinte presque sans consistance. J'ai trouvé au fond de la cornuë le Kermès fondu en plusieurs petites masses détachées les unes des autres, d'une couleur plus obscure que le foye d'Antimoine; quelques-unes étoient pleines de bulles d'air, & toutes étoient cassantes. Aucune de ces masses n'avoit ni les aiguilles de l'Antimoine, ni les facettes du régule. Je crois que ce qui a facilité cette fonte du Kermès, quoiqu'imparfaite, ou qu'on ne peut regarder comme une réduction, c'est la portion de sel alkali nécessairement existante dans cette poudre, mais qui n'est pas suffisante pour faire la revivification complette du régule. Toutes les masses dont je viens de parler, étoient hérissées de petites aiguilles transparentes, roides & cassantes; la voute de la cornuë étoit enduite d'une poussiére blanche très-fine, parsemée en quelques endroits de petits tas de semblables aiguilles, presque toutes rangées en étoile à plusieurs rayes; elles étoient plus apparentes près du col de la cornuë, où elles s'étoient arrêtées sur un enduit de poussiére jaunâtre. Les différences de couleur de cette poussiére, & ces tas d'aiguilles sublimées n'ont été aisées à observer que lorsque j'ai fait cette opération avec peu de matiére; car, quand j'en ai employé une plus grande quantité, le feu en fondant le Kermès, a fait élever une matiére beaucoup plus confuse & plus brune à la voute de la cornuë.

Si donc on veut avoir du cinabre par le Kermès & le mercure, il faut ou y adjoûter un acide vitriolique, ou dégager celui qui a été saisi par l'alkali du nitre fixé, afin qu'avec la partie inflammable du Kermes, il puisse agir comme un soufre commun reproduit.

Premier exemple. J'ai pris une once de Kermès, j'ai versé dessus, en triturant, jusqu'à 16 gouttes d'huile de vitriol blanche & non sulphureuse; après une heure de trituration la poudre ne m'a point paru acide, ensuite j'y ai éteint petit à petit 4 gros de mercure purifié; j'ai fait triturer pendant 15 à 16 heures, car le mêlange a été très-long temps à prendre la couleur noire de l'æthiops; enfin j'ai mis cet æthiops dans une cornuë, il a monté dans le col, du soufre jaune en petite quantité, ensuite une matiére fort noire & bitumineuse, le mercure a passé coulant dans le récipient; voyant qu'il ne montoit plus rien, j'ai augmenté le feu & fondu le fonds de la cornuë, & le lendemain j'ai trouvé à la voute & sur la surface de la masse restée dans le fond, assés considérablement d'un fort beau cinabre d'Antimoine, mais il a fallu un feu de fonte pour le sublimer.

Second exemple. Pour dégager l'acide vitriolique du Kermès embarrassé dans le sel alkali du nitre fixé, j'ai pris 3 parties ou 9 gros de Kermès, & 4 parties ou 12 gros de sublimé corrosif (ce sont les proportions de feu M. Lémery qui a si bien analysé l'Antimoine), j'ai mis ce mêlange dans une cornuë, & je l'ai poussé au feu de reverbere; la distillation m'a fourni du beurre d'Antimoine en liqueur, premiére preuve de l'existance d'un régule dans le Kermès, puis du mercure ressuscité, & enfin du cinabre véritable d'Antimoine; j'ai trouvé aussi au fond de la cornuë une matiére semblable à de l'Antimoine fondu qui auroit un peu de scories, la voute de la cornuë étoit tapissée d'une farine ou fleurs blanches d'Antimoine.

Il paroît par cette expérience que l'acide du sel marin qui étoit dans le sublimé corrosif, a abandonné son mercure pour attaquer la partie réguline du Kermès, la dissoudre, &

en faire du beurre d'Antimoine: il paroît aussi que ce régule réduit en beurre, a laissé libre la portion d'acide vitriolique qui étoit uni avant l'opération avec l'alkali du nitre fixé, avec la partie sulphureuse & avec la terre métallique de l'Antimoine, dans le Kermès (car ce sont-là les quatre matiéres qui entrent dans le composé de cette poudre) ; & qu'alors cette portion d'acide vitriolique dégagée en partie de ces liens, a repris la proportion de phlogistique qui lui convenoit pour se régénérer en soufre commun, & s'élever en cinabre, en s'unissant au mercure. J'ai pris la masse du fond de la cornuë, & l'ayant réduite par le flux noir, j'ai eu 12 grains de régule de mes 9 gros de Kermès employés dans cette expérience; c'est-à-dire, un grain un tiers par gros de Kermès. Comme j'ai répété douze fois la précédente opération toute entiére sur douze Kermès différents, les produits de la réduction ont varié; car j'ai trouvé deux Kermès qui m'ont rendu par le flux réductif jusqu'à deux grains un huitiéme de régule par gros de poudre mise à l'épreuve. Aussi ce Kermès dont le régule est si aisé à ressusciter, est-il le plus émetique de tous. A ces produits de régule ressuscité, il faut adjoûter la portion de régule qui a passé dans le beurre d'Antimoine, & celle qui est restée dans les scories de la réduction.

Pour prouver encore qu'il n'y a point de soufre commun dans le Kermès, ou du moins que s'il en reste encore sous la forme de soufre commun, il est en trop petite quantité pour s'élever en cinabre avec le mercure; j'ai mis dans une cornuë une demi-once de Kermès bien lavé sans aucune addition, j'ai conduit le feu par degrés, & à une chaleur assés douce, il s'est formé au col de la cornuë un cercle jaune, c'étoit un véritable soufre; mais il étoit en aussi petite quantité que le cercle rouge sans consistance de ma premiére expérience du Kermès trituré avec le mercure.

J'ai donc fait voir que le Kermès & le mercure joints ensemble ne peuvent donner du cinabre qu'à l'aide d'un acide vitriolique, ou par le secours du sublimé corrosif. Voyons

ce qu'il produira avec l'acide vitriolique concentré dans le mercure.

J'ai mis dans une cornuë un gros de turbit minéral broyé avec autant de Kermès, la cornuë ayant été placée au feu de reverbere, il est sorti d'abord un peu de flegme insipide, ensuite il s'est déposé ou attaché au col de la cornuë une vapeur d'abord blanche, puis jaune, ensuite rouge-pâle, & enfin rouge-foncé, comme du cinabre. Ce rouge a bruni dans la partie du col la plus exposée au feu. Les parois intérieures de la cornuë se sont enduites d'une couche jaune & rouge, & sur cette couche se sont sublimées des houppes ou flocons d'aiguilles pareilles à celles dont j'ai déja parlé. En ôtant le récipient, il est sorti une odeur sulphureuse très-pénétrante. J'ai retiré du récipient 52 grains de mercure ressuscité, & la cornuë ayant été coupée, j'ai trouvé au fond une masse divisée en plusieurs parties, toutes paroissant métalliques, quant à la couleur, mais spongieuses & hérissées de petites aiguilles blanches & brillantes.

Ainsi dans cette expérience l'acide vitriolique du turbit a abandonné son mercure, pour se saisir ou attaquer le phlogistique, l'alkali & la partie métallique du Kermès, une partie de cet acide s'étant unie au phlogistique, s'est régénérée en soufre brûlant, ce sont les cercles jaunes du col & de la voute de la cornuë; car en ayant un peu détaché, je l'ai vû brûler comme du soufre. De ce soufre régénéré, une partie s'est jointe à quelque portion de mercure, & s'est sublimée en cinabre, du moins le cercle rouge m'a paru en être de véritable: enfin le reste de cet acide s'est concentré avec la partie réguline, & c'est lui qui a fait végéter toutes ces aiguilles dont les masses du fond de la cornuë paroissoient hérissées.

Le même acide vitriolique du turbit trouve dans le mercure précipité rouge de quoi sublimer une autre matiére qui n'est ni un cinabre, ni un sublimé corrosif. Quoique l'expérience que je vais lire semble ne pas appartenir à ce Mémoire, non plus que celle qui la suivra, j'ai cru cependant qu'elles méritoient d'y avoir place.

J'ai mis dans une cornuë un mêlange d'un gros de turbit minéral & d'un gros de précipité rouge, ces deux matiéres ont donné d'abord un acide qui étoit nitreux à l'odeur & au goût, ensuite il est venu une odeur sulphureuse très-forte, qui ne peut avoir sa source que dans le phlogistique du mercure, ou dans celui de l'esprit de nitre, il n'importe.

Il a passé dans le récipient un gros & 24 grains de mercure, le reste s'est sublimé au col de la cornuë en un sel mercuriel blanc, qui n'est pas un sublimé corrosif, mais un turbit sublimé, puisqu'il ne se dissout pas dans l'eau, & qu'il y jaunit comme le turbit minéral.

Le turbit minéral mis seul dans une cornuë, ne m'a rendu par gros que 31 grains de mercure coulant, encore a-t-il fallu pousser le feu jusqu'à fondre la cornuë, au fond de laquelle il est resté une tache blanche qui avoit pénétré la substance du verre; & dans le col j'ai trouvé sublimé un peu de soufre jaune régénéré apparemment avec le phlogistique du mercure & une matiére blanche compacte que l'eau ne dissout ni ne change point de couleur, non plus que la tache du fond de la cornuë. Ce sublimé blanc indissoluble est, selon Kunckel, le sel qui étoit dans l'huile de vitriol, & que le mercure a eu la force d'élever; ne seroit-ce pas aussi ce qu'il appelle en plusieurs endroits le *sel des métaux !* car selon le même Auteur, ce sel est dans l'huile de vitriol.

Le précipité rouge poussé à grand feu, se ressuscite de lui-même sans addition, cela est connu : il rend par gros depuis 65 jusqu'à 66 grains de mercure : il reste dans le fond de la cornuë une terre grise rougeâtre, & il paroît dans le col trois cercles, rouge, jaune & blanc.

Le même précipité étant distillé à un gros avec poids égal de Kermès bien lavé, il en sort une liqueur acide *sulphureuse*; il paroît à la voute & au col de la cornuë une très-petite teinte rouge, & il se ressuscite 65 grains de mercure.

Le même précipité rouge ayant été distillé avec l'Antimoine crud porphirisé au poids d'un gros de chacun, le mercure s'est ressuscité moins vîte que dans les deux expériences

précédentes, parce que les fleurs qui s'élevoient de l'Antimoine étant très-abondantes, les parois intérieures de la cornuë en devenoient moins lisses, & par conséquent les vapeurs mercurielles glissoient dessus plus difficilement. Cependant ayant rassemblé tout le mercure, j'en ai eu 66 grains bon poids. Ainsi il est évident par ces trois expériences, que dans un gros de précipité rouge il n'y a que 6 à 7 grains d'acide du nitre.

Revenons au Kermès; j'ai fait voir que cette poudre qu'on a pû regarder comme un soufre, est la partie métallique même de l'Antimoine, puisqu'on en peut retirer un beurre d'Antimoine & un régule, mais le soufre brûlant de l'Antimoine a changé de nature. L'alkali du nitre fixé a formé avec lui un hépar sulphuris qui se trouve divisé & suspendu dans la liqueur pendant l'ébullition qui doit extraire le Kermès. On sçait que l'hépar sulphuris a la vertu de dissoudre tous les métaux, même l'or, lorsqu'on les fond avec lui. Il est vrai que dans la préparation du Kermès par ébullition, ce n'est pas un hépar sulphuris en fusion; cependant rien n'empêche que simplement dissout dans l'eau, il ne puisse attaquer la partie métallique de l'Antimoine, & cela est si vrai que si l'on charge l'eau de pluye de trop de sel alkali, il s'en précipite un Kermès dont on réduit par le flux noir beaucoup plus de régule que lorsqu'il a été préparé par une liqueur moins âcre. Donc le Kermès n'est autre chose qu'un hépar sulphuris chargé de la partie métallique de l'Antimoine, mais cette partie métallique y est divisée en particules extrêmement déliées; plus ces particules seront fines, moins le Kermès sera émétique. Ainsi après qu'on l'a préparé, en suivant le procedé publié par ordre du Roi, qui est le meilleur de tous, si on veut avoir un Kermès qui n'agisse que comme fondant, sans exciter de nausées, il faut en prendre un gros, le mettre dans un matras assés grand, verser dessus 4 livres $\frac{1}{2}$ d'eau, & y dissoudre 2 gros $\frac{1}{2}$ de nitre fixé qui ait été auparavant dissout, filtré, évaporé, & réduit en forme séche, pour le dépurer d'un sédiment assés considérable qu'il laisse sur le filtre,

enfin le faire bouillir, il se précipitera une terre grise avec la portion du régule la plus grossiére; & en survuidant la liqueur, & la laissant refroidir, on aura un Kermès très-fin, très-rouge, beaucoup plus sûr que celui de la premiére préparation, quand on ne veut pas qu'il fasse vomir, car ce Kermès corrigé ou rectifié ne peut jamais devenir émétique que par accident. Il est vrai que par cette rectification on en perd près de la moitié.

Quant au Kermès non-rectifié, comme il arrive souvent qu'on en trouve qui n'est pas préparé avec toutes les précautions nécessaires, pour que la partie réguline y soit suffisamment divisée & atténuée, je crois qu'on peut en toute sûreté, lui substituer l'Antimoine lui-même, préparé comme je vais le dire.

Il faut prendre de l'Antimoine de Hongrie en petits pains, le choisir en belles aiguilles brillantes, le pulvériser & le tamiser, puis le faire broyer avec de l'eau sur un porphire, jusqu'à ce qu'il ne craquette plus sous la dent; ensuite on le met dans une jatte pleine d'eau, on brouille l'eau avec une spatule de bois, & après avoir laissé déposer la poudre la plus grossiére pendant 12 ou 15 secondes, on survuide l'eau par inclination, en la versant sur un ou plusieurs filtres, on prend la poudre subtile qui est restée sur ces filtres, & on la fait sécher dans une étuve; quand elle est bien séche, on la broye de nouveau sur le porphire, en adjoûtant un gros de sucre candi en poudre bien séche, sur une once de poudre d'Antimoine, & l'on continuë de broyer jusqu'à ce qu'en applatissant un peu de la poudre avec un couteau, on n'y apperçoive au grand jour aucun brillant, alors elle est préparée pour l'usage.

Il y a déja long-temps qu'on a vanté l'Antimoine en poudre comme un excellent remede contre les maladies du poumon, & comme un bon fondant dans l'asthme, & dans plusieurs autres maladies.

En 1674, Kunckel ressentant des douleurs très-aiguës dans le bras droit, consulta Sennert Médecin de Wirtemberg, fils

fils du fameux Sennert, qui lui conseilla l'usage de l'Antimoine, il en prit pendant un mois, & fut guéri.

En 1679, le même Kunckel eut encore recours à l'Antimoine porphirisé, pour de vives douleurs de goutte dans les mains & dans les pieds. Il en fit faire des tablettes avec le sucre rosat, & fut guéri. Ces tablettes antimoniales sont encore connuës dans quelques villes d'Allemagne, sous le nom de *Tablettes de Kunckel.*

Si mon témoignage peut être ici de quelque poids, j'ose assûrer que l'usage de ce minéral en poudre subtile, est un remede souverain pour les enfans rachitiques ou noués, & pour tous ceux qui ont des glandes obstruées. Il réussit assés bien dans les enfants tourmentés par les vers, & j'ai vû des femmes ayant des fleurs blanches, qui, après les remedes généraux, ont été bien guéries par l'usage de cette poudre; mais on ne doit la donner dans le commencement qu'en fort petite dose, comme d'un grain, & quoique l'Antimoine ne soit point émétique par lui-même, il est bon cependant de joindre à sa poudre 3 ou 4 parties de quelque alkali, comme des yeux d'Ecrevisse ou autre. On augmente les doses par degrés, & l'on peut aller ainsi jusqu'à 8 ou 10 grains par jour. Si l'on augmentoit les doses de ce minéral avec trop de précipitation, il exciteroit des mouvements dans les entrailles, purgeroit ou donneroit des nausées. Il faut avoir aussi la précaution de deffendre aux malades, l'usage du vin, à moins qu'il ne soit très-mur, du vinaigre, & de tout autre acide, même des potages où l'on auroit mis des herbes acides, comme l'oseille, &c.

Il résulte de tout ce que j'ai lû dans ce Mémoire,

1.° Que l'éméticité de l'Antimoine est dans sa terre métallique vitrifiable (ce que les Chimistes sçavoient déja). Que le Tartre émétique ne fait vomir que parce qu'il est chargé de beaucoup de particules grossiéres de cette terre: Qu'en le réduisant par le flux noir, on peut sçavoir à quel degré il est émétique.

2.° Que le Kermès est un hépar sulphuris qui a dissout,

mais plus subtilement que ne fait l'acide du Tartre, une portion de cette terre métallique : Qu'on peut rectifier le Kermès pour le rendre simplement fondant & diaphoretique; Enfin qu'on peut substituer au Kermès, une poudre subtile de l'Antimoine.

DE LA PERPENDICULAIRE A LA MERIDIENNE DE PARIS,

Prolongée vers l'Orient.

Par M. CASSINI.

NOUS avons rendu compte à l'Assemblée publique d'après la Saint Martin de l'année derniére, des opérations que nous avions faites pour prolonger la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris du côté de l'Occident, & des avantages qui en doivent résulter, non-seulement pour la perfection de la Carte de la France, mais aussi pour la navigation en général, où il est absolument nécessaire de connoître le rapport des degrés de longitude à ceux de latitude.

Il s'agissoit ensuite de prolonger cette même Perpendiculaire du côté de l'Orient jusqu'aux bords du Rhin, pour avoir à l'égard de Paris, toute l'étenduë de la France de l'Orient vers l'Occident, de la même maniére que l'on avoit déja déterminé par la Méridienne sa longueur du Nord vers le Midi, depuis Dunkerque jusqu'aux Pyrenées.

Cet ouvrage dont M. le Controlleur général avoit formé le projet l'année derniére, conformement aux Mémoires qui m'avoient été communiqués par M. Malet de l'Académie Françoise, & dont l'exécution, suivant ce qui avoit été pratiqué jusqu'alors, sembloit être réservée pour les temps de paix, n'a pû être retardé par les guerres qui sont survenuës depuis qu'on l'avoit commencé, parce qu'il suffit qu'une entreprise soit agréable au Roy & utile à l'Etat, pour que le

Ministere concourre unanimement à la faire exécuter, sans que d'autres affaires qui paroissent plus pressantes puissent empêcher d'y donner toute l'attention qu'elle mérite.

Ainsi je reçûs ordre du Roy de me disposer à ce voyage pour le printemps de cette année avec M.rs Maraldi, l'Abbé de la Grive, Chevalier, le Roy, & deux de mes fils.

Nous partîmes de Paris le dernier du mois de May de cette année. Comme M. Picard avoit dans sa mesure de la Terre, déterminé du côté de l'Orient deux bases, l'une de Brie-Comte-Robert à la Tour de Montjay, & l'autre de cette Tour à Dammartin; nous jugeâmes devoir les employer toutes les deux pour former nos triangles, afin que si les objets nous manquoient d'un côté, nous pussions continuer de l'autre sans aucune interruption, & sans être obligés de revenir sur nos pas, comme il nous étoit arrivé l'année derniére aux environs de Verneüil. Il devoit encore en résulter deux avantages considérables; le premier de comprendre par ce moyen & déterminer une plus grande étenduë de pays. Le second, de vérifier les mesures observées sur une base, par celles qui auroient été déterminées sur l'autre, lorsqu'on viendroit à se réunir.

Nos premiéres observations furent à Brie-Comte-Robert, qui est le terme le plus méridional des deux bases que nous voulions employer: nous allâmes de-là à la tour de Montjay, qui est environnée par des ruines d'anciens bâtiments qui empêchent d'observer au rés-de-chaussée. Il étoit donc à souhaiter de pouvoir monter sur cette tour, non-seulement pour y déterminer le troisiéme angle de plusieurs triangles qui devoient s'y réunir, mais aussi parce que M. Picard n'avoit pas marqué l'endroit où il y avoit fait élever un signal en forme d'une piéce de bois grossie de paille, pour s'y diriger; ce qui laissoit quelque incertitude sur sa distance précise au clocher de Brie-Comte-Robert. Il ne reste plus présentement qu'environ la moitié de cette tour en forme de croissant, & elle étoit dès l'année 1669, en si mauvais état, que M. Picard ne jugea pas à propos que l'on s'exposât une seconde fois au danger qu'il y avoit d'y monter.

Ces difficultés n'empêchérent pas plusieurs de nos M.[rs] d'y faire leurs observations sur son sommet, & même à deux reprises différentes, pour déterminer la position de divers objets que l'on n'avoit pas apperçûs la premiére fois. Nous continuâmes ensuite nos observations jusqu'à Meaux où nous commençâmes à nous partager pour former des triangles, les uns vers le Midi, à l'égard de la Perpendiculaire, & les autres vers le Nord.

On alla pour cet effet à Dammartin dont il étoit nécessaire de connoître la distance exacte à la tour de Montjay, qui étoit la seconde base que nous devions employer. M. Picard y avoit fait ses observations dans le pavillon ovale du Château de cette ville. Mais il avoit reconnu par la suite que le milieu de ce pavillon étoit difficile à distinguer, lorsqu'on le regardoit de certains endroits, ce qui lui fit avouer qu'il avoit eu raison de tenir pour suspects les triangles qui y aboutissent.

Pour éviter de pareils inconvénients, nous prîmes le parti de faire nos observations dans le clocher de la Collégiale de Dammartin, qui domine sur le Château, & se voit de tous les environs à une grande distance, sans qu'on puisse s'y méprendre.

C'est sur cette nouvelle base du centre de la tour de Montjay au clocher de Dammartin, que nous commençâmes à former nos triangles du côté du Nord.

Le pays paroissoit plus découvert que du côté du Midi où se trouvoit la forêt de Cressy qui couvroit une grande partie de l'horison; cependant après y avoir formé quelques triangles, ne s'étant plus trouvé d'objets remarquables vers le Nord, nous fûmes obligés de nous réunir à ceux que l'on avoit prolongés du côté du Midi jusqu'au clocher de Doue à la distance de Paris de 31315 toises.

Le premier triangle que l'on forma ensuite, nous donna deux bases sur lesquelles nous continuâmes nos opérations, de la même maniére que nous les avions commencées, les unes du côté du Midi, & les autres vers le Nord jusqu'aux confins de la Brie avec la Champagne, où nous nous réunîmes encore une seconde fois.

Ce fut là où nous commençâmes à rencontrer des bois qui s'étendoient du Midi vers le Nord, & nous couvroient divers objets remarquables aux environs de la Perpendiculaire, tels que la tour du Mont-Aimé qui se voit de divers endroits de la Champagne à une très-grande distance.

Après avoir donc fait diverses tentatives inutiles sur les clochers des environs qui paroissoient les plus éminents, nous prîmes le parti d'aller dans ces bois chercher quelques arbres du sommet desquels on pût découvrir le clocher de Champaubert qui paroissoit le mieux disposé, & la tour du Mont-Aimé, & ayant choisi celui qui se trouvoit le plus près de la direction de ces deux objets, on fit placer un signal en forme de drapeau blanc qui fut observé en même temps de Champaubert, Mont-Aimé & du clocher d'Allemant, & qui nous donna la distance entre ces objets avec à peu près la même précision que si l'on avoit pû les observer immédiatement les uns des autres.

Nous étions alors à la distance de Paris d'environ 60 mille toises, & comme le pays y étoit découvert, nous y plaçâmes un poteau sur la Perpendiculaire par la méthode qui avoit déja été pratiquée en pareille occasion, en mettant un signal dans la direction commune de l'endroit où l'on avoit calculé qu'il devoit se trouver sur cette Perpendiculaire. Ce lieu s'est rencontré un peu au-delà du village d'Oniseux à la distance de 3334 toises de la tour du Mont-Aimé.

Nous formâmes ensuite dans les plaines de Champagne divers triangles d'une assés grande étenduë, qui se vérifioient l'un l'autre, & nous trouvâmes encore le moyen de placer une pyramide sur la Perpendiculaire à la distance de 80 mille toises, par une méthode un peu différente de la première; car comme les objets que l'on découvroit des environs, tels que Châlons, Nôtre-Dame de l'Epine & l'arbre du Mont de la Fourche, étoient à une trop grande distance, pour qu'on pût appercevoir du lieu où devoit être la pyramide, les différents signaux que l'on auroit dû faire de ces divers endroits pour se mettre dans la direction requise, on eut recours à la

méthode de déterminer la situation d'un lieu inconnu, en observant de ce lieu les angles de position entre trois objets dont la distance entr'eux est connuë. Ayant ainsi établi la position de deux lieux près la Perpendiculaire, il fut ensuite fort aisé de déterminer le point qui étoit à la distance cherchée de 80 mille toises, qui se trouva à l'Occident de la riviére de Marne entre Châlons & Vitry-le-François, près du chemin qui conduit de Cheppe à Vesigneux.

Nous continuâmes ensuite nos opérations jusqu'aux frontiéres de la Lorraine, qui se trouvent un peu en-deçà de 100 mille toises mesurées sur la Perpendiculaire, & nous arrivâmes à Bar-le-Duc, d'où ayant informé Madame la Duchesse Regente du sujet de notre commission, Son Altesse Royale donna ordre à ses Officiers de nous y laisser vaquer librement dans ses Etats, ce qu'elle renouvella ensuite par des ordres plus précis, lorsqu'elle eût reçû des lettres que M. le Garde des Sceaux lui en écrivit de la part du Roy.

Ce fut vers ces endroits que le pays commença à être presqu'entiérement dépourvû d'objets, ce qui nous obligea de placer divers signaux dans les lieux les plus éminents, pour continuer nos triangles.

Nous parvînmes ainsi jusqu'à la Meuse, au bord de laquelle il y a plusieurs chaînes de montagnes couvertes de bois dans une étenduë de 7 à 8 lieuës du Nord au Sud, sur 2 à 3 de largeur. Nous fûmes donc obligés de parcourir ces bois en divers sens, faisant monter sur les arbres les plus élevés pour découvrir si l'on pouvoit appercevoir les objets à l'entour. Enfin, après plusieurs jours de recherche, nous en trouvâmes un placé sur une petite butte, du sommet duquel un de nos Messieurs découvrit avec une Lunette du côté de l'Occident, la butte d'Isoncourt qui étoit un de nos points déja déterminés, & du côté de l'Orient divers objets propres à continuer nos triangles. Mais il lui fut impossible d'appercevoir un signal que l'on avoit élevé sur la butte de Sorbé vers l'extrémité méridionale de ces bois, ce qui paroissoit nécessaire pour lier nos triangles.

Il y avoit à la distance d'environ 500 toises de cet arbre, une ancienne Chapelle du Château de Trognon que l'on avoit vûë du signal de Sorbé, & d'où l'on appercevoit du côté de l'Orient les mêmes objets que du sommet de l'arbre; mais on ne pouvoit point découvrir de-là la butte d'Isoncourt, ce qui formoit la même difficulté pour la continuation des triangles, qui demandent que d'un objet en avant, on en puisse reconnoître deux dont la position est déja déterminée.

Dans ces circonstances, nous examinâmes la situation du terrein, & nous reconnûmes qu'entre notre arbre qui étoit presqu'à l'extrémité occidentale des bois, & la Chapelle, il y avoit un terrein uni sur lequel on pourroit mesurer une base d'une longueur suffisante pour déterminer exactement la distance de l'arbre à la Chapelle. Nous fîmes donc élever deux signaux, l'un sur le sommet de l'arbre, & l'autre sur les ruines de la Chapelle, afin d'avoir des points précis auxquels on pût se diriger; & ayant mesuré par deux fois une base de 118 toises, & mis des piquets à ses extrémités, nous observâmes de-là avec un Quart-de-cercle les angles entre ces signaux, par le moyen desquels on calcula leur distance précise; ce qui joint à la direction du signal de l'arbre à l'égard de celui de Sorbé observé de la Chapelle, nous donna la distance de cette Chapelle au signal de Sorbé, avec une précision à peu près de même que si l'on avoit vû de-là la butte d'Isoncourt, ou du sommet de l'arbre le signal de Sorbé, puisqu'il est aisé de faire voir qu'il ne peut pas y avoir eu sur cette distance qui est de 15036 toises, une erreur de plus d'un pied, qui doit par conséquent être négligée.

Cette détermination étoit même préférable à celle que l'on auroit euë, si l'on avoit vû du sommet de l'arbre le signal de Sorbé, parce que n'étant pas possible d'y observer, on n'auroit pû déterminer que deux angles de chacun des trois triangles qui y aboutissent; au lieu que par la méthode que nous avons pratiquée, il n'y a eu à la Chapelle de Trognon qu'un seul angle de conclu, & tous les autres ont été observés, de même que ceux de tous les triangles que l'on avoit formés

jusqu'alors, ce qui en rend la mesure beaucoup plus précise.

Nous allâmes du Château de Trognon au moulin du village de Brulé près de Toul, qui est dans une belle exposition. On voyoit de-là les montagnes des Vosges qui séparent la Lorraine d'avec l'Alsace, entre lesquelles les plus apparentes sont celles de Thaun qui se reconnoissent avec évidence, à cause qu'auprès de la plus élevée nommée *le grand Thaun* ou *Donon*, il y en a une autre plus basse qui se termine en pointe.

Nous commençâmes dès-lors à déterminer leur position à l'égard des objets aux environs; & comme nous prévîmes que ces montagnes pourroient bien changer de figure, & former différents aspects, suivant les différents endroits d'où on les observeroit, nous envoyâmes poser un signal sur le lieu le plus éminent, afin d'avoir un point fixe auquel on pût toûjours se diriger sans craindre de s'y méprendre.

Nous continuâmes ensuite nos opérations par le moyen de divers signaux, jusqu'à Vic qui est une ville de la dépendance du Roy, enclavée dans la Lorraine. Nous étions alors à la distance de près de 160 mille toises de Paris, & ayant reconnu que le terrein où devoit se rencontrer la Perpendiculaire à cette distance, étoit dans la demi-lieuë qui a été cédée au Roy de part & d'autre du grand chemin de Mets à Strasbourg, nous profitâmes de cette situation pour y élever une pyramide de pierre de taille surmontée d'une fleur de lis, & laisser au milieu des Etats de la Lorraine un monument durable de l'ouvrage que nous y avions executé par ordre du Roy. Nous employâmes pour cet effet une méthode encore un peu différente de la premiére, en mesurant sur le terrein une base de 186 toises pour suppléer au défaut d'un objet dont il auroit été nécessaire de connoître la situation, pour déterminer delà la direction du lieu où devoit être cette pyramide.

Nous allâmes de Vic à Morhange où nous trouvâmes l'horison couvert de bois du côté où il auroit été nécessaire de découvrir quelques objets pour continuer nos triangles. On auroit pû pratiquer une méthode semblable à celle qui avoit réussi en pareilles occasions, qui étoit de poser des signaux

ſignaux ſur les arbres les plus élevés de ces bois. Mais ſur ce que les habitans nous aſſûrérent que plus nous avancerions, plus nous trouverions de bois à traverſer; nous prîmes le parti d'aller faire nos obſervations ſur la montagne de Thaun, après avoir été reconnoître une tour que l'on avoit apperçûë des ſignaux de Delme & de Vic, & que nous jugeâmes être près de Phalſbourg. Cette tour ſe trouva être la plus éminente des trois que l'on appelle *du Haut-Bar,* près de Saverne, & d'où l'on découvre Straſbourg & divers objets tant de l'Alſace, que de la Lorraine.

Avant que d'y faire nos obſervations, nous jugeâmes à propos d'aller ſur la montagne de Thaun, & nous partîmes de Phalſbourg pour nous y rendre. Quoique cette montagne n'en fût éloignée que de 15 à 16 mille toiſes, nous employâmes un jour & demi à y arriver par des chemins ou plûtôt des ſentiers au travers des bois preſqu'impraticables, & connus ſeulement par des chaſſeurs qui en ſont les ſeuls guides.

Nous parvînmes cependant, quoiqu'avec beaucoup de peine, à y faire tranſporter notre plus grand Quart-de-cercle, parce qu'il étoit d'une grande importance d'apporter toute la préciſion poſſible dans les obſervations que nous projettions d'y faire. Nous ne pûmes d'abord reconnoître du ſommet de cette montagne, aucun des objets d'où nous l'avions apperçûë, ce qui nous fit prendre le parti d'y obſerver le ſoleil à ſon paſſage par le Méridien, pour déterminer le point du Midi ſur l'horiſon, & nous diriger par ce moyen aux objets dont la poſition étoit connuë par rapport au Méridien; mais il nous fut impoſſible ce jour-là d'en appercevoir aucun.

Nous prîmes ſur cela la réſolution d'envoyer faire des feux aux objets qu'il étoit néceſſaire de diſtinguer, de même qu'on l'avoit pratiqué autrefois dans la meſure de la terre, quoiqu'à des diſtances beaucoup moins grandes; & pour en retarder le moins qu'il fût poſſible l'exécution, nous fîmes partir dès le lendemain matin deux perſonnes en poſte, l'un pour le moulin de Brulé, & l'autre pour le ſignal de Delme, avec ordre d'y faire des feux, dans le premier de ces endroits

pendant trois jours consécutifs, & dans le second pendant quatre jours; afin de pouvoir les appercevoir des lieux où nous jugions devoir faire nos observations.

Nous retournâmes le lendemain sur la montagne par un temps beaucoup plus serein que le jour précédent, & nous eûmes la satisfaction d'y voir assés distinctement le moulin de Brulé & le signal de Delme. Le premier de ces objets étoit à la distance de 51300 toises qui excede le quart de celle de Strasbourg à Paris, & il parut un peu avant le coucher du Soleil comme un fil très-délié.

Il occupoit à peine 5 secondes dans la Lunette, quoique son diametre extérieur qui avoit été mesuré de 20 pieds, eût dû paroître à cette distance au moins de 13 secondes; mais tel est l'effet des objets qui ne sont point éclairés, lesquels vûs de loin, paroissent plus petits qu'ils ne le devroient être, tout au contraire des objets lumineux dont le diametre apparent paroît plus grand, comme on le verra dans la suite.

Le second objet qui étoit formé par deux arbres qui se touchoient & avoient chacun 7 à 8 pieds de diametre, n'étoit qu'à la distance de 37500 toises, & on avoit plus de peine à le distinguer. A l'égard des autres objets d'où l'on avoit apperçû cette montagne, comme ils étoient moins élevés que les précédents, il fut impossible de les reconnoître, quoiqu'ils en fussent plus proches, parce qu'ils étoient confondus avec le terrein.

Nous observâmes ce jour-là le Soleil à son coucher lorsqu'il touchoit l'horison, & ayant déterminé en cet endroit l'abaissement de l'horison qui étoit de 44′ 40″, nous calculâmes son amplitude occidentale & l'angle que le point de l'Ouest devoit faire avec le moulin de Brulé que nous trouvâmes à peu près de même que par la suite des triangles, ce qui étoit une preuve que la Perpendiculaire à la Méridienne que nous avions prolongée jusques-là, ne s'étoit pas écartée sensiblement de la direction qu'elle devoit avoir.

Nous retournâmes encore sur la même montagne le troisiéme jour, qui étoit celui où les feux devoient commencer,

dans le dessein d'y passer la nuit pour les observer; car il étoit très-essentiel pour la précision de nos opérations, de reconnoître avec une entiére évidence si c'étoient les mêmes objets que ceux que nous avions apperçûs le jour précédent. Nous déterminâmes en attendant, les angles de position entre un grand nombre d'objets, d'un côté dans la Lorraine, & de l'autre dans l'Alsace, où l'on voyoit Strasbourg & plusieurs villes ou villages jusqu'aux montagnes Noires qui sont au-delà du Rhin; & pour n'avoir rien qui nous cachât l'horison, nous fîmes abbattre tous les arbres qui nous en empêchoient la découverte.

On observa par ce moyen la position d'un signal en forme de drapeau blanc que quelques-uns de nos Messieurs étoient allé faire placer sur la montagne de Nole, que l'on nous dit être à quatre lieuës de-là, & de laquelle on nous assûra que l'on voyoit une partie de la Lorraine & de l'Alsace : car comme il nous fut impossible de découvrir du lieu où nous étions, la tour du Haut-Bar qui étoit cachée par plusieurs chaînes de montagnes, il nous paroissoit nécessaire de déterminer la situation de quelqu'autre objet pour continuer nos triangles, au cas qu'on ne pût pas trouver quelqu'expédient pour nous lier avec cette tour.

Nous ne laissâmes pas de remarquer dans la direction où elle devoit se trouver, un autre château fort éloigné qui dominoit au-dessus des montagnes qui nous la cachoient, que nous jugeâmes pouvoir servir à notre dessein, & dont nous déterminâmes pour cet effet l'angle de position à l'égard de Strasbourg. Nous apperçûmes encore ce jour-là vers le coucher du Soleil assés distinctement, le moulin de Brulé de même que le signal de Delme, & y ayant dirigé les Lunettes de deux de nos Quarts-de-cercle, nous attendîmes la nuit pour observer les feux que l'on y devoit faire.

En effet, une heure après le coucher du Soleil, nous commençâmes à appercevoir celui de Delme, & quelques minutes après celui de Brulé, que nous eûmes la satisfaction de trouver assés exactement au centre de la Lunette, faisant avec

celui de Delme le même angle que nous avions déterminé pendant le jour.

Ils paroissoient à la vûë simple à peu-près de la grandeur de Mars, lorsque cette Planete est en opposition avec le Soleil où son diametre apparent est d'environ 40 secondes, mais dans la Lunette, ils occupoient à peine, à ce que nous pûmes en juger, celle de 12 à 15 secondes, faisant en cela l'effet des Etoiles fixes qui ont leur lumiére en elles-mêmes, sans l'emprunter d'aucun Astre, & dont les Lunettes n'augmentent pas la grandeur apparente dans la même proportion que celle des Planetes.

La largeur du feu que l'on avoit fait au moulin de Brulé, étoit d'environ 10 pieds, d'où il résulte qu'il n'auroit dû paroître à cette distance que sous un angle de 6 à 7 secondes, au lieu qu'on l'avoit vû de 12 à 15 secondes, par la Lunette qui augmentoit par conséquent deux fois sa grandeur.

Il fit cette nuit, qui étoit entre le 30 & le 31 Août, un très-grand froid par un vent de Nord, & nous observâmes le matin le point de l'horison où le Soleil se leva dans les montagnes Noires, de même que nous l'avions fait la veille à son coucher aux environs de Toul.

La montagne de Thaun qui, comme nous l'avons dit ci-dessus, se distingue des autres du côté de la Lorraine, est encore remarquable par des monuments anciens & bas-reliefs qu'on y trouve en assés grande quantité; ce qui a donné lieu à la tradition populaire & fabuleuse du pays, que c'est là où Pharamond a été enterré.

Il étoit d'ailleurs important d'en connoître la situation exacte, parce qu'elle se trouve aux confins de trois Etats, qui sont l'Alsace, la Lorraine, & la Principauté de Salms, dont on nous assûra qu'on avoit marqué les limites par le moyen d'une borne triangulaire qui a été placée au milieu des bois.

Comme cette montagne est une des plus élevées des Vosges, nous y observâmes le 28 Août, sur les 2 heures après midi, la hauteur du mercure dans le Barometre, que nous trouvâmes par deux fois de 24 pouces 6 lignes, moins grande de 3

pouces $\frac{1}{2}$ que sa hauteur moyenne au niveau de la Mer; d'où il résulte, suivant les regles que l'on a données dans les Mémoires de l'Académie de 1703 & 1705, que sa hauteur est de 570 toises au dessus du niveau de la Mer. Nous fîmes aussi le même jour au soir, au village de Ravon-sur-plaine, qui est au pied de cette montagne, à la distance d'environ une lieuë de son sommet, l'observation du Barometre, dont nous trouvâmes la hauteur de 25 pouc. 11 lig. ce qui donna l'élevation de ce village sur le niveau de la Mer de 304 toises, moindre de 266 toises que sur le haut de la montagne.

Après avoir terminé nos observations sur la montagne de Thaun, quelques-uns de nos Messieurs retournérent à Nole, pour y faire élever un signal que l'on pût appercevoir de loin, & y observer pendant le jour & la nuit, les mêmes objets qu'on avoit apperçûs sur le Thaun, & nous prîmes le chemin de Saverne, où nous n'arrivâmes que le sur-lendemain, ayant employé près de deux jours entiers à faire cette traverse qui n'est que de 14 à 15 mille toises en droite ligne.

Nous allâmes le lendemain sur la tour du Haut-Bar, qui n'en est éloignée que de trois quarts de lieuë, dans le dessein d'y observer les signaux de Delme & de Vic, d'où nous l'avions apperçûë, mais nous ne pûmes reconnoître que très-foiblement celui de Delme, auquel nous dirigeâmes le soir la Lunette de notre Quart-de-cercle, pour y voir le feu que l'on y devoit faire exprès le quatriéme jour. Nous observâmes, en attendant, la position de diverses villes ou villages, tant dans la Lorraine, que dans l'Alsace, & nous reconnûmes le même objet que l'on avoit apperçû de Thaun, à peu-près dans la direction de notre tour, & que nous apprîmes être le château de Lichtemberg, qui en est éloigné d'environ 6 lieuës. La nuit étant survenuë, nous eûmes encore la satisfaction d'appercevoir le feu qu'on avoit fait au signal de Delme, qui rasoit le fil vertical de la Lunette un peu à gauche en apparence, ce qui pouvoit faire une différence d'environ 5 à 6 secondes dans l'angle que l'on avoit observé pendant le jour, ce que nous crûmes devoir négliger.

On avoit cependant obſervé du ſignal de la montagne de Nole, la poſition de Straſbourg, mais la diſtance de cette montagne à celle de Thaun que l'on avoit employée pour baſe, & que les gens du pays jugeoient être de 4 lieuës, à cauſe de la longueur des circuits qu'il falloit faire pour y arriver, ne s'étoit trouvée que de 3423 toiſes, & par conſéquent trop petite pour déterminer avec préciſion la ſituation de Straſbourg.

Il étoit donc à ſouhaiter de trouver quelque expédient pour pouvoir lier la tour du Haut-Bar avec le ſignal de Thaun, avec la même préciſion que ſi ces objets avoient pû s'appercevoir l'un de l'autre. Voici celui que l'on employa, & qui eut tout le ſuccès qu'on en pouvoit attendre.

Comme on avoit vû du ſignal de Thaun, & de la tour du Haut-Bar, le château de Lichtemberg, on alla à ce château pour y obſerver ces deux objets qui étoient, de même qu'on les avoit jugé, à peu-près dans la même direction dont on ne les trouva éloignés que d'un angle de 54 minutes. On auroit pû, par le moyen de la diſtance de ce château à la tour du Haut-Bar, trouver l'angle que l'on auroit dû obſerver du ſignal de Thaun entre Straſbourg & cette tour, ſi elle avoit été viſible de ce ſignal. Mais pour une plus grande préciſion on alla ſe placer dans l'endroit où le ſignal de Thaun & la tour du Haut-Bar paroiſſoient dans la Lunette ſous un même vertical, & comme ce lieu étoit dans un fond, où on auroit eu de la peine à appercevoir le ſignal qu'on y auroit fait, parce qu'il ſe ſeroit confondu avec le terrein, comme on l'avoit expérimenté en pareilles occaſions, on donna ordre d'y faire un feu qu'on alla obſerver la nuit ſuivante, de la tour du Haut-Bar. On eut, par ce moyen, l'angle entre ce feu & la tour de Straſbourg, dont le ſupplément à deux droits devoit être préciſément égal à celui que le ſignal de Thaun auroit dû faire à l'égard de cette tour, s'il avoit été viſible.

Ainſi par le moyen de divers feux pendant la nuit, nous ſommes parvenus à déterminer la ſituation des objets les plus importans de nos meſures, puiſque les trois triangles où on

les a employés, comprennent eux ſeuls plus du tiers de la diſtance de Straſbourg à Paris.

Après avoir achevé nos obſervations à Lichtemberg & à Haut-Bar, nous allâmes à Straſbourg où nous obſervâmes ſur la tour de la Cathédrale, d'où la vûë s'étend de côté & d'autre le long du Rhin à une grande diſtance, & n'eſt bornée du côté de la France que par les montagnes des Voſges, & du côté de l'Allemagne que par les montagnes Noires.

Cette tour eſt fameuſe par ſa belle ſtructure, & ſur-tout par ſa hauteur, qui ſurpaſſe toutes celles qui ont été conſtruites en Europe, & nous en meſurâmes géométriquement la hauteur qui fut trouvée de 440 pieds au-deſſus du pavé de l'Egliſe, à peu-près de même que feu M. Einſenſchmid l'avoit autrefois déterminée; ce qui, pour en donner une idée aſſés juſte, ſurpaſſe deux fois la hauteur des tours de Nôtre-Dame de Paris.

On obſerva de la platte-forme qui eſt élevée ſur le rés-de-chauſſée d'environ 30 toiſes, la hauteur apparente du ſommet de la montagne de Thaun de 48′ au-deſſus de l'horiſon, ce qui, au moyen de ſa diſtance connuë de 22563 toiſes, donne la hauteur véritable de cette montagne au-deſſus du rés-de-chauſſée de l'Egliſe, de 438 toiſes. Ainſi ſuppoſant qu'elle fût élevée au-deſſus du niveau de la Mer de 570 toiſes, comme on l'a trouvé par l'obſervation du Barometre, il ſuit que la pente des eaux du Rhin, dont le niveau n'eſt que de quelques toiſes plus bas que le rés-de-chauſſée de l'Egliſe, doit être de près de 130 toiſes, ce qui eſt à raiſon d'une toiſe par lieuë, eu égard aux divers contours que les eaux de cette riviére ſont obligées de faire avant que d'arriver à la Mer.

Les triangles principaux que nous avons employés pour prolonger juſqu'à Straſbourg la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris, ne ſont qu'au nombre de 29, ce qui vient de la grande étenduë de la plûpart de ces triangles, dont il n'y en a pas un ſeul où les angles ſoient fort aigus & moindres de 20 degrés, ce qui contribuë beaucoup à leur préciſion.

Ayant calculé par la ſuite de nos triangles la diſtance de

Paris à Strasbourg, nous trouvons qu'elle est de 205120 toises en ligne droite, & de 204992 toises mesurées sur la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris, dont Strasbourg est éloigné de 7326 toises vers le Midi.

Cette Perpendiculaire traverse le Rhin entre Strasbourg & le Fort-Louis, dont l'on jugea à propos de déterminer la situation que l'on a trouvée à la distance de 215600 toises, mesurée sur la Perpendiculaire à la Méridienne, dont le Fort-Louis est éloigné de 6000 toises vers le Nord.

On détermina enfin de cette derniére ville, de même que de la tour de Strasbourg, un grand nombre d'objets remarquables, tant en-deçà qu'au-delà du Rhin, tels que Offembourg où étoit alors campée notre Armée, la tour de Bihel, &c. Cette tour qui est sur une montagne dans une belle exposition, s'est trouvée 2442 toises au Nord de la Perpendiculaire à la distance de Paris de 221312 toises, & c'est le terme le plus oriental de nos mesures.

Nous les avions terminées l'année derniére du côté de l'Occident à la tour de Frehel sur les côtes de Bretagne, qui étoit éloignée de Paris de 175850 toises. Ainsi la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris occupe de l'Orient vers l'Occident près de 400 mille toises, que nous avons mesurées dans l'espace de deux campagnes.

Il ne restoit plus pour l'entiére perfection de nos opérations, que de trouver un terrein uni où l'on pût mesurer une base & comparer son étenduë avec celle qui résultoit de la suite de nos triangles.

Nous allâmes pour cet effet avec M. Herteinstein célébre Mathématicien dans l'Université de Strasbourg & Professeur royal de l'Ecole d'Artillerie, dans une plaine qu'il nous avoit indiquée, où après l'avoir parcouruë en divers sens, nous jugeâmes qu'on pouvoit mesurer une base depuis le clocher de la Wantznaw jusqu'à la jonction de deux grands chemins qui vont de Strasbourg l'un à Haguenau, & l'autre au Fort-Louis. Ayant donc fait dresser un signal dans ce dernier terme, pour pouvoir le reconnoître du clocher, nous plaçâmes divers

divers piquets dans la direction commune de ces deux objets, & nous mesurâmes de la maniére qui a été pratiquée en pareille occasion, la distance entre les deux termes de la base, ayant fait la réduction nécessaire à cause d'une maison qui empêchoit de mesurer directement la distance du clocher de la Wantznaw au piquet qui en étoit le plus proche.

Cette base s'est trouvée de 3341 toises 3 pieds, & ayant observé à ses extrémités divers objets compris dans nos triangles, tels que le clocher de Strasbourg, la tour du Haut-Bar & le signal de Thaun, elle fut déterminée de 3342 toises 2 pieds avec une différence seulement de 5 pieds de la mesure actuelle.

Comme cette base peut être très-utile pour lever la Carte de l'Alsace avec précision, nous y fîmes placer un poteau de bois de chêne de 9 pieds de hauteur, avec les Armes du Roy & une inscription au-dessous, où est marquée sa distance au centre du clocher de la Wantznaw. Pour en conserver la mémoire, M. le Maréchal du Bourg a bien voulu faire poser une borne de pierre de 5 à 6 pieds auprès de ce poteau, & donner les ordres nécessaires pour que les Communautés des environs ayent soin de l'entretenir dans l'état où nous l'avons placé.

Pendant que nous étions occupés aux opérations géométriques, nous ne perdions point de vûë les observations astronomiques qu'il étoit à souhaiter de pouvoir faire vers les extrémités orientales de la France, pour les comparer aux géométriques, & connoître le rapport des degrés de longitude à ceux de latitude.

Ce fut dans ce dessein que lorsque nous fûmes à Saverne, je pris les devants pour aller à Strasbourg y observer quelques Eclipses des Satellites de Jupiter qui devoient encore arriver avant la conjonction de cette Planete avec le Soleil, dont elle approchoit. Mais le temps qui depuis notre départ avoit été le plus souvent couvert & pluvieux, comme on n'a eu que trop d'occasions de le remarquer par l'intérêt que l'on prenoit aux affaires publiques, ne nous permit pas de Le Siege de Philisbourg.

faire ces observations, du moins avec l'exactitude requise.

Au défaut de ces observations, nous avons celles que feu M. Einsenschmid célébre Mathématicien de Strasbourg y a faites, & que M. Herteinstein son digne successeur nous a communiquées, telles qu'il les avoit déja envoyées à M. de Mairan pendant notre voyage, pour en faire part à l'Académie.

Ces observations ont même l'avantage sur celles que nous aurions pû faire, que l'on ne peut pas les soupçonner d'avoir été accommodées à aucune hypothese.

Entre ces observations, il y en a plusieurs d'Eclipses du Soleil, de la Lune & des Satellites de Jupiter. Nous nous arrêterons à ces derniéres, parce qu'on les juge plus propres pour déterminer avec exactitude la différence des méridiens des lieux où elles ont été faites.

La premiére est une émersion du premier Satellite de Jupiter du 28 Août 1699, qui comparée à celle qui avoit été faite par M. de la Hire & mon pere, donne suivant celle-ci, la différence des méridiens entre Strasbourg & Paris de 22′ 18″ d'heure, & suivant l'autre de 21′ 56″.

La seconde est aussi une émersion du premier Satellite de Jupiter du 25 Septembre de l'année 1700, qui étant comparée à celle qui avoit été faite à Paris par M. de la Hire, donne cette différence de 22′ 8″.

Quoique M. Einsenschmid paroisse préferer la différence des méridiens qui résulte de l'observation de mon pere, & la détermine de 22′ 20″, ainsi qu'il s'en explique dans ces termes: *Cum differentia meridianorum inter Parisios & Argentoratum mihi fere pro certo explorata sit 22′ 20″.* Cependant pour ne pas donner la préférence aux observations qui semblent favoriser le sentiment que j'ai suivi jusqu'à présent sur la figure de la Terre, j'ai cru devoir prendre un milieu entre ces différentes déterminations, & établir cette différence de 22′ 11″ d'heure ou 5 degrés 32′ 45″, ce qui s'accorde mieux à ce qui résulte d'une autre observation de l'émersion du premier Satellite de Jupiter observée à Strasbourg & à Nuremberg le 17 Août de l'année 1700, de laquelle M. Einsenschmid se sert pour

conclurre la différence des méridiens entre Paris & Strasbourg de 22′ 10″ d'heure, ou de 5ᵈ 32′ 30″.

Calculant la longueur du parallele de Strasbourg comprise entre cette ville & la Méridienne de Paris, on la trouve de 205100 toises ayant égard à la réduction qu'il convient de faire à cause des montagnes sur lesquelles on a fait les observations. Divisant cette distance par 5ᵈ 32′ 45″, on aura la longueur de chaque degré sur le parallele de Strasbourg de 37066 toises. Calculant dans l'hypothese de la Terre sphérique, le degré de longitude pour la latitude de 48ᵈ 35′ qui est à peu-près celle de Strasbourg, on le trouve de 37745 toises, plus grand de 680 toises qu'on ne l'a déterminé par les opérations géométriques comparées aux astronomiques. Ainsi suivant ces observations, la grandeur du degré de longitude est plus petite que si l'on suppose la Terre sphérique.

On auroit trouvé la grandeur du degré encore plus petite de 300 toises que par la comparaison précédente, si l'on avoit supposé la différence des méridiens entre Strasbourg & Paris, telle que l'a établie M. Einsenschmid, ce qui s'accorde avec assés de précision à celle que l'on a trouvée du côté de l'Occident par les observations faites à Paris & à Saint-Malo; mais nous nous arrêtons à la détermination précédente, parce que dans les observations qui paroissent avoir été faites avec une égale précision, il est toûjours plus sûr de prendre une moyenne entr'elles, que de donner la préférence à celles qui s'accordent mieux à nos hypotheses.

Nous avons remarqué dans le Mémoire précédent que supposant la Terre de figure elliptique, dont le plus grand axe passe par les Poles, telle qu'elle résultoit des observations de la Méridienne, les degrés de longitude doivent être plus petits que dans l'hypothese sphérique. Ainsi toutes ces observations faites, tant du Midi vers le Nord, que de l'Orient vers l'Occident de Paris, s'accordent à donner à la Terre la figure d'une ellipse allongée vers les Poles, ce qui, si on ne le regarde pas comme une preuve complette, doit du moins être un grand préjugé en faveur de cette opinion. Car quand

même on voudroit choisir entre les observations que j'ai rapportées, celle qui paroît lui être le moins favorable, & suivant laquelle la différence des méridiens n'est que de 21' 56", ou 5^{d} 29', on aura toûjours la grandeur du degré de longitude sur le parallele de Strasbourg, plus petite de 340 toises que dans l'hypothese sphérique, ce qui doit être très-sensible sur toute la circonférence de ce parallele.

Nous avons aussi fait à Strasbourg un assés grand nombre d'observations de hauteurs méridiennes, du Soleil & d'Etoiles fixes, qui toutes, à la réserve d'une seule, concourent à donner la distance entre le parallele de Paris & la Perpendiculaire à la Méridienne, plus grande qu'elle ne le devroit être suivant l'hypothese sphérique, & semblent favoriser le sentiment de la Terre allongée vers les Poles. Mais comme ces observations ne s'accordent pas à la hauteur du Pole de Strasbourg, déterminée par M. Einsenschmid, nous n'avons pas cru devoir asseoir aucun jugement sur nos propres observations, jusqu'à ce que cette hauteur ait été déterminée plus exactement dans l'Observatoire que les Magistrats de Strasbourg font construire presentement sur une tour de la ville qui y avoit été déja destinée.

Après avoir achevé nos observations à Strasbourg & aux environs, nous avons pris la route de Metz pour établir la position de cette ville & de diverses autres qui étoient au Nord de la Perpendiculaire, & dont nous avions observé quelque direction, en formant nos triangles, & nous avons terminé nos opérations à Reims, après avoir déterminé la position de cette ville & de la plus grande partie de celles qui sont de côté & d'autre de la Perpendiculaire, même à une assés grande distance, de même que des bourgs, villages & autres objets qui peuvent servir à lever avec précision les Cartes particuliéres des Provinces de Brie, Champagne, Lorraine & Alsace, que nous avons traversées dans le cours de notre voyage.

REMARQUES SUR LES MONSTRES.

SECONDE PARTIE.

Par M. WINSLOW.

DANS la premiére Partie de ces Remarques je m'étois borné aux Monſtres ſimples, c'eſt-à-dire, à ceux qui le ſont ſimplement par conformation extraordinaire, ou par défaut. Je vais conſidérer dans la ſeconde Partie les Monſtres composés, c'eſt-à-dire, ceux qui ſont doubles, triples, &c. ſoit en total, ſoit par portions, comme par quelque organe conſidérable, viſcere, &c. Je commencerai par les deux exemples qui ont donné occaſion à ces Remarques, & dont je n'ai pas achevé l'examen dans la premiére Partie, pour des raiſons y alléguées, ſçavoir, l'exemple du Faon à deux têtes, & celui de la Fille à deux ventres & quatre extrémités inférieures. Immédiatement après ces deux exemples, je produirai les deux, qui, dans les Mémoires de l'Académie ont été ſpécialement employés pour ſoûtenir les deux différents ſyſtemes; ſçavoir celui de M. Duvernay de 1706, & celui de M. Lémery de 1724. Après quoi je rapporterai en abbrégé, ſuivant l'ordre de la premiére Partie, les autres exemples qui ſe trouvent dans l'Hiſtoire & les Mémoires de l'Académie, &c.

I.

Examen anatomique du Faon à deux Têtes, envoyé par ordre du Roy, dont l'extérieur a été décrit dans la premiére Partie de mes Remarques ſur les Monſtres.

Il ſuffit ici de rapporter ſuccinctement de la premiére Partie de ces Remarques, que les deux têtes étoient poſées

sur un seul col; que l'une des têtes étoit située presque dans l'attitude ordinaire en haut; que l'autre étoit placée latéralement, étant jointe par la partie latérale inférieure du côté droit de son occiput, à la partie latérale inférieure du côté gauche de l'occiput de la tête supérieure; que le col étoit plus court qu'à l'ordinaire & un peu incliné à droite; que les deux têtes étoient jointes par dehors, jusques vers le milieu des jouës voisines; que les mâchoires inférieures des deux têtes étoient également mobiles, & formoient avec les machoires supérieures deux bouches, dont chacune avoit une langue à l'ordinaire.

J'ai averti dans la premiére partie, à la fin de la description de l'extérieur de cet animal, que je m'étois contenté d'en examiner les têtes en particulier par l'anatomie, & de m'attacher principalement dans cet examen à ce que les parties communes aux deux têtes présentoient de plus singulier. Je remis alors pour la seconde partie de ces Remarques le détail de la dissection, parce que j'en avois destiné la premiére uniquement pour les Monstres simples, & la seconde pour les Monstres composés.

Avant la dissection je fis d'abord dessiner le Faon entier, & ensuite ses deux têtes à part dans des attitudes différentes, comme on les voit dans les trois premiéres Figures.

FIGURE I.

Le Faon entier avec ses deux Têtes, vû du côté gauche de l'animal.

a, la Tête supérieure, ou droite.
b, la Tête latérale, ou gauche.
c, l'Oreille droite de la Tête supérieure.
d, l'Oreille gauche de la Tête latérale.
e, l'Oreille commune aux deux Têtes.
f, f, f, la livrée du Faon.

FIGURE II.

Le Col avec les deux Têtes, vû du côté droit.

a, b, c, d, e, comme dans la Fig. I.

FIGURE III.

Les deux Têtes vûës en plein, pour montrer le fond double de l'Oreille commune.

a, b, c, d, e, comme dans la Fig. I.

f, la ligne faillante qui partage le creux de cette Oreille en deux fonds.

g, g, la direction de chaque fond d'Oreilles vers les Têtes.

Après avoir fait dessiner l'extérieur du Faon, j'en ouvris le bas-ventre où je ne trouvai rien de singulier. Les estomacs que ces animaux ont de commun avec les ruminants étoient vuides, de même que les intestins grêles; les gros intestins étoient très-remplis; le foye, la rate, les reins, la vessie, & l'uterus (car c'étoit une femelle) n'avoient rien d'extraordinaire.

La poitrine & les parties y renfermées étoient aussi dans l'état naturel d'un seul animal, même celles qui répondoient aux deux têtes; sçavoir, la trachée artere & l'œsophage. Ces deux tuyaux gardoient leur simplicité & leur structure ordinaire tout le long du col. Il n'y avoit qu'un larynx & un pharynx, placés l'un devant l'autre, comme on les trouve communément dans un seul animal.

Le col étoit composé de plusieurs vertebres, toutes simples, même la premiére, quoiqu'elle fût articulée avec les deux têtes. J'avois fait observer dans la premiére partie de ces Remarques, que le col étoit court, plus courbé qu'à l'ordinaire, & un peu incliné; c'étoit à l'extérieur qu'il paroissoit ainsi : mais l'ayant disséqué, je trouvai que la disposition des vertebres en étoit la cause, étant arrangées un peu en S romain, par deux courbures en contre-sens, dont l'une dépendoit en particulier de la quatriéme vertebre, qui étoit comme écrasée entre la troisiéme & la cinquiéme, de sorte que les vertebres représentoient en cet endroit plûtôt un pli ou angle, qu'une courbûre en arc.

La moëlle renfermée dans le canal de ces vertebres, depuis

la premiére inclusivement jusqu'à la derniére, n'étoit que simple comme à l'ordinaire, & sans aucune marque de composition extraordinaire.

FIGURE IV.

Voulant profiter du temps ordonné pour la dissection, je ne fis pas grande attention aux muscles que les deux têtes avoient communs avec le col unique ; & ayant trouvé à peu-près dans l'état ordinaire les muscles propres de ce col, de même que les muscles sterno-thyroïdiens & sterno-hyoïdiens, comme aussi les petits muscles propres du larynx, & les différentes portions charnuës du pharynx; je détachai de ces deux têtes les mâchoires inférieures avec les deux langues, le larynx, & le pharynx, conjointement ensemble.

Je plaçai ensuite ces parties de maniére que les mentons *(a, b,)* avec les langues *(c, d,)* étoient en haut, & que les grosses branches des mâchoires inférieures *(e, f, g, h,)* de même que la trachée-artere, avec l'œsophage, étoient en bas. J'examinai en cette attitude l'un & l'autre côté des deux mâchoires, & l'un & l'autre côté des parties qui y répondoient, en commençant par le côté qui regardoit le devant du col, & qui est représenté dans cette Figure IV, dont *(a, c,)* marquent le menton & la langue de la tête droite, *(b, d,)* le menton avec la langue de la tête gauche, *(8,)* la trachée-artere, & *(9,)* l'œsophage.

J'y découvris d'abord la base d'un seul os hyoïde *(i, i)*, ses deux cornes *(k, k)*; les deux grandes appendices qui se trouvent ordinairement dans ces sortes d'animaux, comme dans le Mouton, &c. je découvris le devant d'un seul pharynx *(1, 2, 3, 4,)*; le devant d'un seul larynx *(5, 5,)*, dont je ne marque ici que les muscles crico-thyroïdiens *(6, 6)*, & les muscles thyro-hyoïdiens *(7, 7,)*.

Cette base de l'os hyoïde, dont la forme & la situation devant le larynx étoient comme à l'ordinaire, portoit deux muscles basioglosses *(p, q,)*, l'un *(p)* pour le côté gauche de la langue supérieure ou droite, & l'autre *(q)* pour la langue

langue latérale ou gauche. Je n'ai pas trouvé les deux autres muſcles baſiogloſſes à l'oppoſite de ceux-ci; mais j'y trouvai entre les deux langues près de leurs baſes ou racines un plan de fibres charnuës tranſverſalement courbes & ſans aucune apparence d'attache à d'autres parties. Ce plan muſculaire, exprimé dans la Fig. IV. par *(α)* & dans la Fig. VI. par *(k)*, m'a paru tenir lieu des baſiogloſſes que je n'avois pas trouvés, & qui devoient répondre aux baſiogloſſes *(p, q,)* de la Fig. IV.

Attenant le milieu de la partie antérieure de la même baſe de l'os hyoïde *(i, i,)* étoit poſée verticalement une petite cloiſon cartilagineuſe *(w)* qui donnoit attache à quatre muſcles genio-hyoïdiens *(r, r, s, s,)*, deux pour chaque tête, & me parut par conſéquent tenir lieu d'un autre os hyoïde. Le plan charnu ou muſculaire *(α)*, dont je viens de parler, y étoit comme collé, mais ſans apparence de vraye attache.

On voit dans la Figure, au côté de cette cloiſon cartilagineuſe, un petit vaiſſeau tronqué (Δ) paſſer par le deſſus de la baſe de l'os hyoïde en ſe recourbant. C'eſt l'extrémité ſupérieure d'une artere carotide extraordinaire, dont il ſera parlé ci-après, & dont la continuation eſt interrompuë dans la Figure, pour ne pas dérober à la vûë ce qu'elle auroit caché par ſon trajet.

Des deux grandes appendices hyoïdiennes *(l, m)* chacune portoit une eſpece de muſcle kerato-gloſſe. L'appendice du côté droit *(l)* portoit le muſcle kerato-gloſſe droit *(n)* de la tête ſupérieure, & l'appendice du côté gauche portoit le muſcle kerato-gloſſe *(o)* de la tête latérale.

(z, z,) marquent une petite portion antérieure d'un muſcle mylo-hyoïdien fort ſingulier, dont la plus grande portion a été emportée, pour ne pas cacher au Deſſinateur les parties qui en auroient été couvertes. Ce muſcle mylo-hyoïdien appartenoit au grand os hyoïde *(i, i, k, k,)*, & ſes attaches latérales, au lieu d'être aux portions latérales ou branches de la mâchoire inférieure d'une ſeule tête, étoient d'un côté à la branche droite de la mâchoire de la tête

supérieure, & de l'autre côté à la branche gauche de la mâchoire inférieure de la tête latérale. Je n'ai pas trouvé le mylo-hyoïdien des côtés opposés; mais au lieu de cela je trouvai un plan large & mince de fibres charnuës qui alloient d'une mâchoire à l'autre, comme on verra ci-après dans la Figure VI.

Les deux corps olivaires *(x, y,)* qui paroissent immédiatement au dessous de la portion du muscle mylo-hyoïdien *(z, z,)* sont les glandes sublinguales de l'une & de l'autre langue. Elles se touchoient immédiatement par la moitié postérieure de leur volume, & même y paroissoient en partie confonduës ensemble. Elles m'ont paru chacune tenir lieu de deux pour chaque langue, n'en ayant pas trouvé d'autres; & c'est peut-être de cela que dépendoit la grosseur extraordinaire de ces deux-ci.

Il y avoit quatre glandes maxillaires *(t, t, u, u,)* deux pour chaque tête, comme à l'ordinaire. Deux de ces glandes, sçavoir *(t, t,)* sont ici représentées hors de situation, & les deux autres *(u, u,)* dans leur situation naturelle.

FIGURE V.

Il n'y avoit que trois arteres carotides pour les deux têtes, dont deux étoient latérales, & une étoit mitoyenne & antérieure. Les deux latérales *(11, 12,)* étoient placées à peu-près à l'ordinaire le long de chaque côté du col. La carotide du côté droit alloit au côté droit de la tête supérieure, & la carotide du côté gauche alloit au côté gauche de la tête latérale. La carotide mitoyenne ou antérieure *(13)* montoit par une route extraordinaire directement devant la trachée artere & le larynx, & se glissoit ensuite entre les bases ou racines des deux langues à côté de la petite cloison cartilagineuse *(w)* de la Figure IV. jusques sous la rencontre ou union des deux têtes, où son extrémité (Δ) se divisoit pour le côté gauche de la tête supérieure, & pour le côté droit de la tête latérale. Ces trois carotides partoient d'un tronc commun fort court *(10)*.

FIGURE VI.

Cette Figure marque les parties du côté opposé au côté représenté dans la Figure IV, c'est-à-dire, du côté de la proximité des deux mâchoires inférieures. Les mentons *(a, b,)* avec les langues *(c, d,)* sont ici tournés en haut, comme dans la Fig. IV, & les branches *(e, f, g, h,)* des deux mâchoires inférieures sont tournées en bas, mais à contre-sens de la Figure IV, par rapport à leurs parties latérales. La branche *(f)* est du côté gauche de la tête supérieure ou droite. La branche *(h)* est du côté droit de la tête latérale ou gauche. Ces deux branches *(f, h,)* étoient bien près l'une de l'autre, principalement en arriére. La branche *(e)* est du côté droit de la tête supérieure ou droite, & la branche *(g)* est du côté gauche de la tête latérale ou gauche. J'avois coupé & emporté la grosse portion ou moitié postérieure des branches *(f, h,)* pour mettre à découvert les parties que je vais décrire.

Les fibres transversales, & en partie un peu courbes *(i)*, qu'on voit ici entre les portions des branches coupées *(f, h,)* & qui sont attachées par leurs extrémités à l'une & à l'autre de ces branches, sont celles que j'ai dit dans l'explication de la Figure IV, avoir trouvées au lieu d'un muscle mylo-hyoïdien, qui devoit répondre au mylo-hyoïdien *(z, z,)* de cette Figure IV.

Ces fibres *(i)* avoient cela de particulier, qu'elles paroissoient être uniquement attachées aux mâchoires, & d'être réciproquement d'une continuité entiére, sans la moindre apparence de tendon mitoyen; elles étoient plus courtes que celles du mylo-hyoïdien *(z, z,)* de la Fig. IV, & cela à cause de la proximité des deux mâchoires en cet endroit; ce plan charnu n'étant attaché qu'aux seules mâchoires, ne pourroit pas être nommé *mylo-hyoïdien*, mais simplement *myloïdien*.

Les fibres courbées en contre-sens *(k)* que l'on voit immédiatement au-dessous de celles-là, sont les mêmes qui sont

exprimées dans la Figure IV. par *(a)*, & dont j'ai dit dans l'explication de cette Figure IV. qu'elles ne paroiſſoient pas attachées à la petite cloiſon cartilagineuſe *(w)* qui paroiſſoit tenir lieu d'os hyoïde.

Sous la coupe des branches maxillaires coupées *(h, f,)* entre les racines ou baſes des deux langues, on voit deſcendre deux muſcles *(l, m,)* l'un du côté gauche de la tête ſupérieure, & l'autre du côté droit de la tête latérale, & s'unir comme en pointe à l'extrémité d'un os fort délié *(n, o,)*.

Cet os délié *(n, o,)* m'a paru être une eſpece d'appendice hyoïdienne, & tenir lieu des deux grandes appendices qui devoient être pareilles à celles de l'autre côté *(p, p,)*. Les deux muſcles *(l, m,)* ſont pareils aux deux muſcles kerato-gloſſes de ces grandes appendices, excepté qu'ils ſont joints enſemble à une ſeule appendice.

Il faut obſerver que cet os délié qu'on peut ici appeller *l'appendice hyoïdienne commune*, n'étoit pas collé ou attaché immédiatement au pharynx, comme la repréſentation optique de la Figure le pourroit faire penſer. Il en étoit écarté à peu-près de la même façon que les appendices *(p, q,)*, ou appendicices hyoïdiennes ordinaires; & par ſa ſituation ſymmétrique il répondoit à l'endroit de l'union des deux têtes.

A la racine ou baſe de chaque langûe, on voit une foſſette *(r, r,)* qui eſt le conduit de chaque bouche à un ſeul pharynx commun. Les deux grands trous *(s, s,)* ſont des ouvertures, par leſquelles ce pharynx commun communique avec le fond des narines de chaque tête. Le reſte *(q, q, q, q,)* qui eſt après ces ouvertures, eſt le corps du pharynx vû par derriére. L'œſophage *(t)* & la trachée *(u)* ſont auſſi repréſentés ici par leurs faces poſtérieures. Le tendon mitoyen des fibres charnuës du pharynx eſt, pour la plus grande partie, caché dans cette Figure par l'appendice hyoïdienne commune *(n, o,)*. Le dedans de la cavité de ce pharynx étoit tout ſimple, & l'épiglotte, la glotte, &c. y étoient auſſi dans la conformation ordinaire d'un ſeul animal.

FIGURE VII.

Les deux crânes unis ensemble, vûs de front en plein, dans la même attitude que j'ai donnée aux deux têtes entiéres dans la Figure III.

Ces crânes étoient unis ensemble de maniére que le trou auditif externe du côté gauche de la tête supérieure touchoit de près le trou auditif externe du côté droit de la tête latérale; les apophyses pierreuses de ces côtés se touchoient aussi l'une l'autre tout au long. Les parties latérales de ces mêmes côtés des deux os occipitaux y manquoient.

a, le Crâne supérieur.
b, le Crâne latéral.
c, l'Os occipital supérieur.
d, l'Os occipital latéral.
e, *f*, l'union des deux Occiputs.
g, *g*, l'union des deux Os temporaux, & l'adossement ou la proximité des deux conduits auditifs externes, auxquels répondoient les deux fonds de l'oreille commune, représentés dans la Fig. III.
h, l'Orbite gauche du Crâne supérieur.
i, l'Orbite droite du Crâne latéral.

FIGURE VIII.

Les mêmes deux crânes vûs par leurs bases, mais dans une attitude opposée à celle de la Fig. VII.

Les parties latérales de ces côtés des os occipitaux, c'est-à-dire, la partie latérale droite de l'os occipital de la tête supérieure, & la partie latérale gauche de l'os occipital de la tête latérale, formoient ensemble un seul grand trou occipital, comme à l'ordinaire; de sorte qu'au bord de ce grand trou, il n'y avoit que deux apophyses condyloïdes, comme dans un sujet simple. L'apophyse condyloïde droite appartenoit à l'occiput de la tête supérieure, & l'apophyse condyloïde gauche appartenoit à l'occiput de la tête latérale. Ces deux apophyses condyloïdes étoient articulées avec la

premiére vertebre du col, de la même maniére & avec la même simplicité que les apophyses condyles d'un seul os occipital ordinaire sont articulées avec la seule premiére vertebre d'un simple sujet.

Les deux os occipitaux n'avoient qu'une seule base, qui se terminoit en deux allongements basilaires, dont l'un répondoit à l'os sphénoïde d'une tête, & l'autre à l'os sphénoïde de l'autre tête.

Explication de la FIGURE IX.

a, le Crâne supérieur.
b, le Crâne latéral.
c, l'Os occipital du Crâne supérieur.
d, l'Os occipital du Crâne inférieur.
e, *f*, l'union des deux Occiputs.
g, *g*, l'union des deux Os des Temples, & l'adossement des deux Os petreux, dont l'un est le gauche du Crâne supérieur, & l'autre est le droit du Crâne latéral.
h, l'Orbite gauche du Crâne supérieur.
i, l'Orbite droite du Crâne latéral.
k, l'Orbite droite du Crâne supérieur.
l, l'Orbite gauche du Crane latéral.
m, l'Apophyse pierreuse droite du Crâne supérieur.
n, l'Apophyse pierreuse gauche du Crâne latéral.
o, le grand trou occipital commun des deux Crânes.
p, l'Apophyse condyloïde droite de l'Occiput supérieur.
q, l'Apophyse condyloïde gauche de l'Occiput latéral.
r, *r*, la Base commune des deux Occiputs.
s, l'allongement occipital ou basilaire du Crâne supérieur.
t, l'allongement occipital ou basilaire du Crâne latéral.
u, l'os sphénoïde du Crâne supérieur.
x, l'Os sphénoïde du Crâne latéral.

RÉFLÉXIONS.

Pour juger que la formation de ce Faon à deux têtes puiſſe être rapportée au ſyſteme des Monſtres par accident ou confuſion, il faudroit s'imaginer, ou que deux germes entiers ſe fuſſent trouvés directement l'un à côté de l'autre, & réciproquement euſſent été comprimés de maniére, qu'à l'exception des têtes, les deux moitiés voiſines du reſte de leurs corps euſſent été tout-à-fait détruites; qu'à leur place les deux moitiés oppoſites ſe fuſſent unies pour compoſer enſemble de nouveau un ſeul tronc ou corps entier avec les extrémités à l'ordinaire, & que les deux têtes qui ſeroient reſtées preſque entiéres, ſe fuſſent accommodées ſur un ſeul col; ou il faudroit s'imaginer que par une telle rencontre & par une telle compreſſion, tout le corps de l'un, excepté la tête, eût été détruit, & que cette tête échappée eût été unie à la tête du corps entier.

Ni l'une ni l'autre de ces deux idées me paroiſſent s'accorder avec les obſervations que je viens de rapporter ſur la diſſection de cet animal. La premiére idée, ſçavoir celle de la confuſion des moitiés oppoſées par la deſtruction des moitiés voiſines, pourroit avoir quelque vraiſemblance quant à l'extérieur du corps, eu égard au rapport réciproque & ſymmétrique des deux côtés oppoſés; mais pour peu qu'on en conſidére bien, & avec une exacte connoiſſance anatomique, les parties internes, ſur-tout celles qui ſont ſolitaires & ſans ſymmétrie, celles qui ſont creuſes & remplies de fluide, & encore plus celles qui ſont mobiles & plus ou moins flottantes, comme l'œſophage, le cœur, l'eſtomac, les inteſtins; cette idée paroîtra par les raiſons détaillées dans la premiére Partie de mes Remarques, non-ſeulement inſoûtenable, mais elle paroîtra outre cela capable d'induire à l'erreur, en ce qu'elle pourroit donner lieu de s'imaginer qu'un tel ou tel corps entier, ſoit d'homme, ſoit d'autre animal, quoiqu'un corps ſimple en apparence, a été originairement compoſé de deux; car ce qu'on s'imagineroit être arrivé à la plus grande partie

de deux corps, comme dans ce Faon, pourroit de même arriver à deux corps en total, puisqu'on trouve aussi des Monstres avec une seule tête sur deux troncs bien conformés séparément l'un de l'autre, comme on en trouve avec deux têtes sur un tronc. La seconde idée, selon laquelle, par la rencontre & par la compression réciproque de deux germes, l'un en seroit resté tout-à-fait entier, pendant que l'autre seroit détruit jusqu'à la seule tête qui seroit unie à la tête du corps entier; cette idée, dis-je, est aussi insoûtenable que la précedente; car, par exemple, dans le cas présent, elle ne s'accorde nullement avec la disposition & la distribution particuliére des trois arteres carotides de ce *Faon*. Le col étoit simple dans sa structure, comme l'est ordinairement celui d'un seul animal; les vertebres, la moëlle épiniére, la trachée, l'œsophage, la plus grande portion du larynx & du pharynx, toutes ces parties y étoient dans leur simple conformation ordinaire. Cependant les deux carotides latérales qui montoient sur les côtés d'un seul col comme à l'ordinaire, ne vont pas comme à l'ordinaire toutes deux à une seule tête, mais au lieu de cela, pendant que l'une passe sur le côté d'une tête qu'on supposeroit appartenir originairement au corps entier, l'autre passe sur le côté opposé de la tête qu'on supposeroit être le reste d'un autre corps détruit; & au lieu que la tête accessoire auroit quelques ramifications de la carotide voisine de la tête du corps entier, il se trouve ici une carotide mitoyenne, qui après un passage extraordinaire pardevant la trachée & le larynx, se partage pour les deux têtes, comme si cette carotide mitoyenne & extraordinaire avoit été formée par l'union ou confusion de la carotide droite d'un col, & de la carotide gauche d'un autre col, ce que dans le col de notre Faon la simple structure des autres parties de ce même col exposées ci-dessus, paroît démentir, surtout celle des vertebres, celle de la trachée, celle de l'œsophage, & celle de leurs dépendances.

Ces deux idées ne s'accordent pas non plus dans le cas présent avec la structure de la base commune des deux os occipitaux,

occipitaux, ni avec la formation du grand trou occipital & des apophyses condyloïdes voisines, ni avec l'articulation de ce double occiput sur une seule vertebre simple. Le systême general de confusion porteroit d'abord ceux qui ne sont pas assés au fait de la structure, à penser & à dire que les os occipitaux des deux crânes s'étant rencontrés obliquement l'un à côté de l'autre, les portions voisines de ces deux os ont été détruites de maniére que la moitié du grand trou occipital d'un crâne avec l'apophyse condyloïde de la même moitié, & la moitié réciproque du grand trou occipital de l'autre crâne avec son apophyse condyloïde, ont formé ensemble par leur union accidentelle un seul grand trou occipital avec deux apophyses condyloïdes, comme à l'ordinaire d'un seul os occipital & d'un crâne simple.

Mais le détour extraordinaire qu'auroient fait, selon cette idée, les portions latérales de l'un & de l'autre crâne, pour former un seul grand trou occipital semblable à celui d'un seul crâne ordinaire, restera toûjours extrémement difficile à expliquer selon le systeme des accidents, sur-tout la correspondance exacte du grand trou occipital de ces deux têtes avec le grand trou d'une simple vertebre, & d'expliquer la connexion articulaire des condyles opposés de deux différents os occipitaux avec les cavités de cette seule vertebre.

Car il faudroit pour cela ou s'imaginer que toute la longueur du corps de ce Faon eût été formée par les moitiés latérales de deux corps, ce qui paroît tout-à-fait impossible pour les raisons exposées ci-devant; ou il faudroit s'imaginer que, par exemple, le condyle droit de la tête supérieure de ce Faon eût resté comme à l'ordinaire articulé avec la cavité articulaire droite de la seule premiére vertebre, & que la cavité articulaire gauche de cette même vertebre eût resté vuide, sans être endommagée par la destruction du condyle gauche de la même tête supérieure, sans l'être par celle du condyle droit de la tête latérale, & par celle de leurs ligaments, &c. & que le condyle gauche de la tête latérale ayant quitté sa connexion avec la vertebre détruite du corps perdu, eût été

articulé de nouveau avec la cavité gauche de la même premiére vertebre du corps restant. Mais je répéte encore ici que pour peu qu'on soit au fait de la vraye structure de ces parties, & qu'on se donne la peine de bien comparer en détail l'extraordinaire avec l'ordinaire, on sentira une extrême difficulté d'expliquer par le systeme des accidents la connexion & l'articulation des deux têtes de ce Faon avec la première vertebre de son col.

M. de Reaumur a conservé dans son cabinet depuis plusieurs années une double tête de Veau, dont il a vû lui-même tout le corps en vie. Elle est pour la plus grande partie semblable à la tête double du Faon du Roy, principalement par rapport à l'occiput commun, au grand trou, aux condyles, à la base commune de l'occiput, & à la bifurcation de cette base en deux allongements pour les os sphénoïdes des deux têtes, comme on le peut voir Fig. X. & XI.

Explication de la FIGURE X. *qui représente les Crânes de la double Tête de Veau, vûë de front.*

a, a, l'union des deux Crânes.
b, b, les Orbites voisines.
c, c, le bord des Orbites de l'autre côté.
d, d, l'endroit de l'union, où la partie latérale des Os occipitaux, une grande partie des Os temporaux voisins, avec leurs apophyses pierreuses, &c. manquoient tout-à-fait.
e, e, les Zygoma.

Explication de la FIGURE XI. *qui représente la même double Tête renversée & vûë par ses bases.*

a, le grand Trou occipital commun aux deux Crânes.
b, b, l'union des deux Os occipitaux.
c, c, les Apophyses condyloïdes, dont l'une est la droite d'une Tête, & l'autre la gauche de l'autre Tête.
d, d, les Apophyses pierreuses, l'une d'un côté, & l'autre de l'autre côté de chaque Tête.

e, la base commune des deux Os occipitaux.

f, l'allongement occipital commun de ces Crânes.

g, g, les Orbites, &c.

h, h, h, h, les fosses nasales.

i, l'union de deux Zygoma tronqués.

Je reviens aux autres parties des deux têtes du Faon. La structure, l'arrangement & l'usage des deux os hyoïdes, de même que les attaches de leurs muscles, ne me paroissent pas non plus s'accorder avec le systeme des accidents. L'os hyoïde *(i, i, k, k,)* qui par sa structure & son arrangement, ressemble à un os hyoïde ordinaire d'un seul animal, sert ici à deux têtes, ayant deux différents muscles basio-glosses *(p, q,)*, un pour la langue de chaque tête. La petite cloison cartilagineuse *(w,)* que j'ai regardée comme un hyoïde imparfait, soûtenoit d'un côté les genio-hyoïdiens *(r, r,)* de l'une des têtes, & soûtenoit aussi de l'autre côté les genio-hyoïdiens *(s, s,)* de l'autre tête.

On pourroit, selon le systeme des accidents, s'imaginer que l'os hyoïde *(i, i, k, k,)* a été formé par les moitiés de deux différents os hyoïdes, & que la petite cloison *(w,)* a été formée irréguliérement & imparfaitement par les autres moitiés de ces mêmes os hyoïdes; mais outre que je ne vois nullement comment pour cet effet ces quatre muscles genio-glosses se seroient rencontrés, la seule attache des quatre muscles génio-hyoïdiens me paroît tout-à-fait contraire au systeme des accidents, selon lequel cette cloison ou ce faux hyoïde ne devoit servir d'attache qu'à deux génio-hyoïdiens, & les deux autres genio-hyoïdiens devoient être attachés à la base du grand os hyoïde *(i, i,)* attenant l'attache des basio-glosses *(p, q,)*.

La connexion symmétrique d'un seul larynx & d'un seul pharynx avec ces autres parties si extraordinairement doubles & si extraordinairement transposées, fait encore plus paroître la difficulté de ce systeme dans le cas présent. Car la difficulté me paroît ici plus grande que dans la connexion d'une seule vertebre avec les moitiés de deux os occipitaux. Mais

il faut être entiérement au fait de la ſtructure & de la diſpoſition de toutes ces parties, & avec cela ſe donner la patience de comparer en détail l'extraordinaire avec l'ordinaire.

A l'égard de l'os grêle *(n,)* Fig. VI. qui porte les deux muſcles *(m, l,)*, on pourroit avec quelque vraiſemblance, expliquer ſon origine par la confuſion de deux grandes appendices hyoïdiennes qui, ſans une telle confuſion accidentelle, auroient été pareilles à celles de la Fig. IV. *(l, m,)*. Le confrontement des muſcles de cet os grêle *(i,)* Fig. VI. avec ceux des grandes appendices *(l, m,)* Fig. IV. pourroit encore favoriſer le ſyſteme, quoique la diſtribution de ces quatre muſcles bien examinée, pourroit en rendre l'application difficile.

Le mylo-hyoïdien commun *(z, z,)* de la Fig. IV. le faux mylo-hyoïdien *(i)* de la Fig. VI. le baſio-gloſſe unique & imparfait *(a,)* de la Fig. IV. & *(k)* de la Fig. VI. ces trois plans muſculaires bien examinés par rapport à leur ſtructure & à leur connexion extraordinaires confrontées ſelon toute l'exactitude anatomique avec la ſtructure & la connexion ordinaires des muſcles mylo-hyoïdiens & des muſcles baſio-gloſſes, me paroiſſent preſqu'auſſi incompatibles avec le ſyſteme des Monſtres par accident, que la ſituation renverſée des viſceres du Soldat des Invalides, dont j'ai rapporté l'hiſtoire dans la premiére Partie de ces Remarques.

I I.

Réflexions ſur l'hiſtoire anatomique de la Fille à deux ventres & quatre extrémités inférieures, rapportée dans la premiére Partie de ces Remarques.

Voici une récapitulation très-courte des particularités de cette hiſtoire. Le bas du dos du demi-corps étoit au bas du ſternum de la grande Fille; de ſorte que le devant du ventre & des extrémités du demi-corps regardoit directement le devant du ventre & des extrémités de la grande Fille. L'eſtomac, le duodenum, le jejunum & une partie de l'ileum de

la grande Fille étoient ſimples & d'une conformation naturelle. L'autre partie de l'ileum étoit bifurquée ou diviſée en deux branches, dont l'une continuoit ſa route ordinaire dans la grande Fille, l'autre alloit au ventre du demi-corps. Le lobe gauche du foye de la grande Fille n'étoit pas mince comme à l'ordinaire, mais gros comme une eſpece de lobe droit, & il y avoit à la face inférieure ou concave de ce lobe gauche une véſicule du fiel, outre la véſicule ordinaire du lobe droit. Ces deux véſicules étoient à peu-près pareilles en conformation & en ſituation; & alloient toutes deux au duodenum à peu de diſtance l'une de l'autre. Il n'y avoit dans le ventre du demi-corps, outre les vaiſſeaux & les nerfs, que la branche de l'ileum bifurqué de la grande Fille, avec le reſte des inteſtins, les reins, les ureteres & la veſſie. Le rectum s'ouvroit dans la veſſie, & la veſſie ſe terminoit par une eſpece d'anus en maniére de fente, par où ſortoient la matiére fécale & l'urine mêlées enſemble. Il n'y avoit aucune marque de ſexe, ni en-dedans, ni en-dehors. Les hanches, les feſſes & les jambes de ce demi-corps étoient bien conformées & d'un embonpoint ordinaire par la ſeule graiſſe, ſans la moindre trace de muſcles ou de fibres charnuës. Les os étoient dans leur état naturel, entre leſquels & la peau il y avoit tout au long dans le corps graiſſeux une diſtribution de vaiſſeaux ſanguins & de nerfs. Il eſt encore à propos de faire ſouvenir que la grande Fille ſentoit les impreſſions faites extérieurement ſur la peau du demi-corps.

Selon le ſyſteme des Monſtres par confuſion, on diroit pour expliquer tout ceci, que de deux ſujets qui ſe ſeroient rencontrés de front dans leur premiére conformation, l'un auroit, par quelque contrainte, compreſſion, ou autre accident, été détruit juſqu'à la moitié inférieure du bas-ventre, de ſorte qu'il n'y en auroit reſté que la moitié inférieure de ce bas-ventre avec une portion de l'inteſtin ileum, &c. & les extrémités inférieures après la deſtruction totale de la tête, des extrémités ſupérieures, de toute la poitrine, du diaphragme, du petit lobe ou lobe gauche du foye, de

l'estomac, du duodenum, du jejunum, de la premiére portion de l'ileum, & de la moitié supérieure du bas-ventre, pendant que l'autre sujet seroit demeuré dans son entier, excepté le petit lobe ou lobe gauche du foye, & la petite portion de l'épigastre, où étoit l'union du demi-corps avec le corps entier.

Ceux qui ne sont pas entiérement au fait de la structure & de la connexion des parties, ou qui ne se donnent pas la peine de tout examiner, pourront trouver cette explication très-satisfaisante & très-naturelle ; mais ceux qui sont en état d'examiner à fond les difficultés suivantes, ne la trouveront peut-être pas de même.

I. Difficulté. Il faudroit, selon le systeme de la confusion, s'imaginer que le lobe gauche du foye du grand sujet ait été originairement le lobe droit du petit sujet, & que par la destruction du lobe gauche de l'un & de l'autre, leurs lobes droits avec leurs vésicules biliaires auroient été confondus, & auroient formé ensemble un seul corps de foye avec deux vésicules.

Là-dessus on pourroit d'abord demander comment cette portion du foye du petit sujet auroit échappé la violence de l'accident que l'on suppose avoir détruit non-seulement toutes les parties qui étoient immédiatement au-dessus d'elle, mais aussi plusieurs autres considérables qui étoient immédiatement au-dessous. Mais voici ce qui me paroît inexplicable par le systeme. Les deux corps s'étant rencontrés de front, les petits lobes des deux foyes se seroient par cette rencontre mutuellement détruits, & les gros lobes de ces mêmes deux foyes se seroient réunis latéralement ensemble & auroient formé dans le grand sujet comme un seul foye, dont le dessus & le dessous, de même que le droit & le gauche, n'auroient pas d'abord paru beaucoup différents d'un foye ordinaire, & dont l'extraordinaire auroit été d'avoir le lobe gauche plus gros qu'à l'ordinaire, & d'avoir deux vésicules. Mais sans parler d'autres circonstances, la situation & l'attitude de la vésicule de ce lobe gauche étoient à l'égard du

grand ſujet, pareilles à la ſituation & à l'attitude de la véſicule du lobe droit; c'eſt-à-dire, le fond de la véſicule gauche ou extraordinaire étoit en devant, & le col de cette véſicule étoit en arriére, comme l'étoient le fond & le col de la véſicule ordinaire du côté droit.

Pour expliquer ceci ſelon le ſyſteme des accidents par rencontre & par confuſion de deux ſujets originairement ſéparés & entiers; il faudra s'imaginer, ou que la ſeule véſicule extraordinaire ait été déplacée en contre-ſens, en même temps que le lobe eût reſté comme il étoit avec le bord antérieur placé vers le dos du grand ſujet, & le bord poſtérieur vers le devant; ou il faudra s'imaginer que tout ce lobe avec la véſicule, ait été dans cette rencontre de front, tourné en ſens conforme au grand ſujet, & à contre-ſens à l'égard du petit. Cette difficulté me paroît un vrai nœud gordien dans le ſyſteme des Monſtres par confuſion.

II. Difficulté. L'inſertion du canal cholidoque gauche ou extraordinaire dans le duodenum du grand ſujet, à peu de diſtance du canal cholidoque ordinaire, comment ſeroit-elle arrivée ſelon le ſyſteme des accidents? & ſuppoſé que ce canal ait quitté le duodenum anéanti du petit ſujet, comment l'extrémité de cet inteſtin auroit-elle paſſé juſqu'au duodenum du grand ſujet par le grand intervalle que la rencontre de front avoit laiſſé entre le canal cholidoque du petit ſujet, & le duodenum du grand?

Pour répondre quelque choſe à cette difficulté, il faudra revenir ou à la tournure de la véſicule, ou à celle de toute la maſſe du lobe avec la véſicule, c'eſt-à-dire, à la premiére difficulté, à laquelle je ne vois pas ce qu'on pourra répondre avec ſolidité.

III. Difficulté. La bifurcation de l'inteſtin ileum ne paroît gueres moins difficile à expliquer ſelon le ſyſteme des accidents. Auroit-elle été formée par la confuſion des moitiés longitudinales de deux inteſtins pareils qui, dans la ſuite, auroient été débarraſſés de leur union ou confuſion, & auroient formé ſéparément deux inteſtins ou deux branches

d'inteſtins pareils? On pourroit même tenter d'étendre cette idée juſqu'aux deux jejunums, & aux deux duodenums, & de trouver par-là un moyen d'expliquer comment s'eſt formée l'inſertion de deux cholidoques dans un ſeul duodenum. Mais pour peu qu'on réfléchiſſe ſur les circonvolutions en contre-ſens, ſur les croiſements vagues, & ſur les différents intervalles changeants des inteſtins de deux ſujets qui ſe rencontreroient directement de front, on verra qu'elle ne peut pas avoir lieu.

Il paroîtroit peut-être plus ſimple, ſelon le ſyſteme des accidents, d'expliquer la bifurcation de l'inteſtin ileum, par l'application de l'embouchure du pareil inteſtin tronqué du petit ſujet à une ouverture latérale arrivée à l'inteſtin entier du grand ſujet. Mais alors il faudroit auſſi expliquer comment cette ouverture latérale ſeroit arrivée à l'inteſtin entier, & par quelle méchanique proportionnée à leur ſtructure, deux ouvertures flaches de deux canaux, pareillement flaches & flottans, auroient reſté tenduës & ſans ſe pliſſer, pendant qu'elles s'uniſſoient par leurs circonférences.

IV. Difficulté. Ces deux Sujets étant unis de front, & vis-à-vis l'un de l'autre, les vaiſſeaux & les nerfs du côté droit de l'un communiquoient immédiatement avec les vaiſſeaux & les nerfs du côté gauche de l'autre, quoique les troncs de ces vaiſſeaux & de ces nerfs de l'un fuſſent auſſi éloignés de ceux de l'autre, que les vertebres de l'un étoient éloignées des vertebres de l'autre. On aura de la peine à expliquer par le ſyſteme des accidents, ces communications en contre-ſens, ſur-tout celles des groſſes branches, d'autant plus que dans le petit ſujet, la moëlle épiniére, l'aorte, & la veine-cave ont été, pour la plus grande partie, détruites & perduës.

V. Difficulté. Tous les organes internes du ſexe manquoient dans le petit ſujet, nonobſtant que l'endroit où ils devoient ſe trouver, ſçavoir le baſſin, ne paroiſſoit pas avoir eſſuyé la moindre compreſſion, & avoit ſon étenduë naturelle. De plus, il n'y avoit pas la moindre apparence de muſcles ou de fibres charnuës dans toute l'étenduë des extrémités inférieures du

du même ſujet, quoique la conformation externe en fût très-naturelle, & tout-à-fait pareille à celle d'un ſujet bien charnu & bien nourri. Cette belle conformation externe dépendoit uniquement d'une graiſſe qui, par la ſeule différence d'épaiſſeur, ſoûlevoit différemment la peau, & faiſoit paroître les feſſes, le pli des feſſes, le gros des cuiſſes, & le gras des jambes dans la forme ordinaire de l'embonpoint de ces parties, & par conſéquent il n'y avoit aucune marque de deſtruction par compreſſion. Ces deux défauts bien examinés & confrontés avec les circonſtances qui les accompagnoient, me paroiſſent encore très-difficiles à expliquer par le ſyſteme des accidents, conformément à la vraye ſtructure & à la connexion ordinaire des parties.

Je ne parlerai pas ici de l'inſertion extraordinaire du rectum dans la veſſie, ni de l'ouverture extraordinaire de cette veſſie par un anus informe, n'y trouvant pas tout-à-fait les mêmes difficultés de les expliquer par le *ſyſteme des accidents.*

III.

Remarques ſur le Memoire de M. Duvernay, donné à l'Academie en 1706, au ſujet de deux Enfants joints enſemble.

1. C'étoit deux mâles. Ils étoient joints ou unis par la partie inférieure de leurs troncs, de maniére qu'étant couchés tout au long ſur leur dos, les têtes terminoient la longueur du total, & les cuiſſes de l'un croiſoient avec les cuiſſes de l'autre. L'union de ces deux corps étoit en devant marquée ſur la peau par une eſpece de raphé ou coûture, qui alloit tranſverſalement depuis un côté juſqu'à l'autre, & dans ce trajet, où ſont pour l'ordinaire les os pubis, on ne ſentoit aucune partie oſſeuſe ni cartilagineuſe. Leur union en arriére ſe trouvoit à la rencontre des quatre feſſes par un pli tranſverſal, qui diſtinguoit les deux feſſes de l'un d'avec les deux feſſes de l'autre. Il y avoit au milieu de la couture un nombril commun à tous deux, & au milieu du pli entre les quatre feſſes, à la place

de l'anus qui y manquoit, étoient les parties naturelles de l'un & de l'autre. Les deux cuisses de chaque côté étoient plus reculées en arriére que de coûtume dans leur articulation avec les os des hanches.

Réfléxion. Eu seulement égard à cette conformation externe, il n'y auroit pas grande difficulté d'admettre ici le systeme des accidens, & de s'imaginer que ces enfans avoient été joints ensemble par une confusion accidentelle, & que les os pubis, qu'on ne sentoit pas dans leur place ordinaire, avoient été détruits par leur rencontre dans cette confusion. Cependant par la dissection tous les quatre os pubis, c'est-à-dire, les deux os pubis de chaque enfant, ont été trouvés dans leur entier, & unis à l'ordinaire avec les autres os de chaque bassin; mais les os pubis de chaque enfant, au lieu de tenir fermement ensemble sur le devant par une connexion cartilagineuse, étoient extrémement écartés de côté & d'autre, d'une maniére qui me paroît inexplicable par le systeme des accidents.

2. Ces deux enfans avoient été renfermés sous les mêmes membranes, & n'avoient qu'un seul cordon ombilical & un seul placenta. Les membranes de leur enveloppe commune étoient plus fortes & plus épaisses qu'à l'ordinaire, le placenta étoit plus grand & plus épais, & le cordon ombilical plus gros. Ce cordon étoit composé d'un ouraque, de deux veines & de trois arteres, l'un des enfants en ayant deux, & l'autre n'en ayant qu'une.

Réfléxion. On conviendra sans peine que deux enfants avoient besoin d'un placenta plus grand & plus épais qu'à l'ordinaire; mais de penser que ce placenta a été formé par la confusion de deux placentas originairement séparés, la moindre attention sur la structure d'un seul cordon qui en dépend, pour ne pas parler de celle des membranes, m'en empêche. Car il faudroit pour cela s'imaginer que ce cordon unique a été formé par l'union de deux cordons flottans, dont chacun, comme on sçait, doit pareillement être composé tout au long de trois ou quatre vaisseaux contournés en maniére de rampe, & pleins de sang. Il faudroit encore s'imaginer que dans les deux

placentas originaires, le cordon de chaque n'a pas été dans le milieu; car ce seroit par cette inégalité qu'on expliqueroit la largeur extraordinaire du placenta, sans néantmoins pouvoir aussi en expliquer l'épaisseur par cette inégalité. En un mot, la formation d'un tel cordon flottant par la rencontre & l'union de deux pareils cordons flottans, me présente à peu près la même difficulté que j'ai exposée ci-devant sur la formation d'un intestin par la confusion de deux intestins.

3. Les os pubis de chaque enfant étant extrémement écartés & éloignés de leur situation naturelle, comme j'ai dit ci-dessus, ceux de l'un étoient attachés à ceux de l'autre par des ligaments extraordinaires, très-courts & très-forts, qui permettoient aux deux bassins un mouvement en maniére de charniére, de sorte que par ce moyen on pouvoit alternativement écarter & un peu rapprocher ces deux enfans l'un de l'autre.

Réflexion. Je ne comprends pas comment on peut expliquer par le systeme des Monstres accidentels, le grand écartement des os pubis; pourquoi par la rencontre des deux germes ces os n'ont pas plûtôt été détruits, ou courbés en dedans, que renversés en dehors si extraordinairement; comment ces mêmes parties étant par ce détour presque posées de champ, se sont si heureusement rencontrées par leurs bords naturellement très-minces, sans que les unes eussent glissé sur les autres, comme s'explique M. Duvernay, & enfin d'où sont provenus ces nouveaux ligaments.

4. La couture transversale qui marquoit sur la peau l'endroit de la jonction des deux enfans, étoit au-dedans garnie tout au long depuis une extrémité jusqu'à l'autre, de plusieurs fibres tendineuses extraordinaires; & le pli qui distinguoit les fesses de l'un d'avec les fesses de l'autre, étoit au-dedans attaché à une bande ligamenteuse extraordinaire, très-forte & épaisse, qui par ses extrémités étoit attachée aux deux ligaments courts, par lesquels les os pubis de l'un étoient attachés aux os pubis de l'autre.

Réflexion. Le systeme de la confusion ne me paroît pas pouvoir expliquer la fabrique de ces deux bandes particuliéres,

ſur-tout en ce qu'elles ſont à contre-ſens de toute matiére fibreuſe qui ſe trouve pour l'ordinaie à ces endroits & aux environs.

5. Les muſcles droits du bas-ventre de l'un & de l'autre enfant, au lieu de s'accompagner bien près, depuis la pointe du ſternum juſqu'au pubis, ſe ſéparoient en leur trajet par un détour vers les os pubis écartés, où ils étoient attachés; de ſorte que l'écartement de ces quatre muſcles formoit une eſpece de lozange, dont l'intervalle étoit rempli par une expanſion particuliere de l'aponevroſe des autres muſcles du bas-ventre. Par ce dérangement les muſcles obliques étoient devenus droits, ce que M. Duvernay avoit oublié dans ſa deſcription; mais la figure l'exprime aſſés.

Réfléxion. Il n'y auroit pas grande difficulté d'adopter ici le ſyſteme des accidents, ſi on ne faiſoit pas une attention particuliére à la ſtructure naturelle des gaines de ces muſcles droits, & à la compoſition de la ligne blanche.

6. Les inteſtins grêles de l'un & de l'autre enfant ſe joignoient par leurs extrémités, & aboutiſſoient dans un inteſtin commun, qui par le dehors étoit comme une eſpece de colon, & avoit à un de ſes côtés un petit cœcum avec un petit appendice vermiforme, mais étoit au-dedans garni de valvules conniventes, comme un inteſtin grêle. Cet inteſtin commun après avoir fait deux courbûres en contre-ſens, s'ouvroit dans un autre inteſtin plus long, qui avoit deux cœcums & deux appendices, & qui après quelque trajet ſous les inteſtins grêles, s'ouvroit d'une maniére fort biſarre dans une double veſſie très-charnuë, qui ſervoit de cloaque commun aux matiéres fécales & aux urines de l'un & l'autre enfant, dont les uretres étoient extraordinairement larges. Il y avoit à l'endroit de l'union de la double veſſie avec les deux urethres de côté & d'autre, deux paires de muſcles extraordinaires, leſquels par un double croiſement oblique de leurs fibres, repréſentoient deux X romains mis à côté l'un de l'autre, & unis enſemble par leurs extrémités voiſines, de ſorte qu'il en réſultoit une eſpece de lozange, qui renfermoit dans ſon intervalle le col

commun de la double vessie, & paroissoit pouvoir faire la fonction d'un sphincter très-extraordinaire.

Réflexion. Je répéte ici la difficulté que j'ai marquée ci-dessus à l'article II. de cette seconde partie de mes remarques, à l'occasion des intestins de la fille à deux bas-ventres. Mais je demande de plus ici, comment on pourroit expliquer par le systeme des accidents, la formation d'un troisiéme cœcum & d'un troisiéme appendice, & la formation de ces deux paires de muscles nouveaux si extraordinairement situés.

7. Les veines mésaraiques des deux intestins communs, dont je viens de parler, se déchargeoient immédiatement dans la veine-cave inférieure. On sçait que dans l'état ordinaire les veines mésaraiques composent un tronc commun sous le nom de *veine-porte,* & que ce tronc après une dilatation particuliére, se ramifie de nouveau, & aboutit par ses derniéres ramifications à de pareilles ramifications dont les troncs appellés *veines hépatiques,* se déchargent enfin dans la veine-cave.

Réflexion. Une transplantation, pour ainsi dire, si étrange, si éloignée, & même si contraire à l'état ordinaire de l'œconomie animale, une telle transplantation de tronc en tronc, tous deux remplis de sang, je ne vois aucun moyen d'en suivre les traces par le systeme des accidents, pour peu qu'on soit au fait de la structure naturelle, & qu'on veuille se donner la peine de la confronter ici avec la structure extraordinaire.

8. Je laisse les autres particularités de l'histoire de ces deux Enfants, auxquelles j'applique les mêmes difficultés. Car enfin parmi toutes sortes de dérangement, de transposition, de complication de parties, soit par accident, soit par artifice, qu'on rencontre dans l'homme, dans les animaux, dans les arbres, les plantes, &c. où il est évident que ces parties ont été dans un état ordinaire avant l'accident & avant l'artifice; on y trouve toûjours quelques traces de leur formation, comme je le ferai voir dans un autre lieu par des exemples très-bisarres, tirés de la Chirurgie & du Jardinage. Je remets pour le résultat général la conclusion du Mémoire de

M. Duvernay, qui n'eſt pas entré dans le détail de toutes ces difficultés que je viens d'expoſer.

I V.

Remarques ſur le Mémoire de M. Lémery, donné à l'Académie en 1724, au ſujet d'un Enfant à deux têtes.

1. C'étoit un Enfant né à ſept mois & demi de groſſeſſe. Il avoit deux têtes bien conformées en tout, placées l'une à côté de l'autre, & poſées chacune ſur un col propre. Ces deux cols particuliers paroiſſoient à l'extérieur ſe joindre en deſcendant, & ne former qu'un ſeul col unique & commun. Le reſte de tout le corps ne paroiſſoit à l'extérieur que très-ſimple & d'une conformation ordinaire, excepté la poitrine qui étoit fort large, & les parties naturelles de deux ſexes ſituées non à côté l'une de l'autre, comme les têtes, mais dans un même plan vertical.

Par la diſſection on y découvrit pluſieurs choſes extraordinaires, comme on verra dans les articles ſuivants.

Réflexion. La conformation externe de cet Enfant à deux têtes porteroit très-naturellement ceux qui ne connoiſſent pas à fond la ſtructure, la ſituation & la connexion des parties internes dans leur état ordinaire, à juger qu'il a été formé par deux germes originairement ſéparés qui, par quelque compreſſion accidentelle à leur rencontre latérale, auroient perdu chacun depuis la partie inférieure du col, la moitié collatérale de tout le reſte du corps, & auroient été réunis en un ſeul corps par les moitiés oppoſites. Cette idée me paroît devoir, même indépendamment de l'examen anatomique d'un tel ſujet, faire peine à ceux qui conſidérent le dérangement inexplicable que les parties devroient ſubir par une telle confuſion. Je vais ſuivre pas à pas l'expoſition anatomique de la ſtructure interne de ce fœtus, & je marquerai ſur chaque article mes Réflexions.

2. Il y avoit deux épines ou colomnes vertébrales entiéres

depuis la base des crânes jusqu'à l'extrémité des coccyx situées à côté l'une de l'autre, & bien près l'une de l'autre. Les douze vertebres dorsales de chaque épine ou colomne portoient sur les côtés opposés douze côtes entiéres qui par le devant se joignoient à un sternum commun, & ces mêmes vertebres portoient sur les côtés les plus voisins douze fragments ou petites portions de côtes qui, par la rencontre & l'assemblage de leurs extrémités, formoient une espece de fausse épine entre les deux vrayes épines. Il y avoit en haut, comme à l'ordinaire, deux omoplates, deux clavicules, deux bras avec les restes des deux extrémités supérieures. Il y avoit en bas un seul bassin commun avec toute la suite ordinaire des deux extrémités inférieures. Au lieu des os sacrum & des coccyx, on ne voit dans la Figure qu'une suite uniforme de vertebres toutes pareilles à celles des lombes, avec cette seule différence qu'elles diminuent en volume, à mesure quelles deviennent inférieures.

Réflexion. La jonction artificielle de deux squelettes ordinaires, qu'on auroit placés l'un à côté de l'autre, après en avoir emporté la plus grande portion des côtes des côtés voisins avec les omoplates, les os des hanches, & tout le reste des extrémités supérieures & inférieures de ces mêmes côtés; cette jonction, dis-je, que M. Lémery a très-ingénieusement exposée, paroît d'abord le moyen le plus simple & le plus naturel d'expliquer la formation de la charpente osseuse de ce fœtus, par la confusion de deux charpentes osseuses originairement toutes entiéres, & appartenantes chacune à un corps tout entier.

Ce moyen pourroit sans grande difficulté favoriser le systeme des accidents par rapport à cet article, si par la même voye les autres choses extraordinaires qui se rencontrent dans la conformation de ce fœtus, pouvoient être expliquées avec autant de facilité & avec autant de vraisemblance, que les deux épines, &c. comme M. Lémery paroît le prétendre, en disant, que *l'examen des parties internes ne démentoit point les idées que les parties externes lui avoient fait naître.*

3. Il y avoit dans la poitrine de ce fœtus deux poulmons entiers, c'est-à-dire, quatre grands lobes, avec quatre troncs de bronches & deux trachées, qui répondoient à l'ordinaire aux deux cols, &c. ou pour mieux dire, il y avoit dans chaque côté de la poitrine un poulmon entier avec ses deux grands lobes, deux troncs de bronches & une trachée.

Réfléxion. Cet article paroît encore pouvoir favoriser à peu près aux mêmes conditions que celui des deux épines, le systeme des accidents, ou des monstres par confusion. Mais les difficultés qui y sont contraires, me paroissent encore plus considérables ici par rapport à la conformation bisarre du cœur monstrueux & unique, mais principalement par rapport à la route extraordinaire des grosses artéres & veines entre ce cœur & les poulmons, & par rapport à la distribution des aortes & des veines-caves, comme je vais faire voir dans les articles suivans.

4. Ce cœur étoit unique, placé au *milieu* de la *poitrine*, & semblable à une gibeciere. Il ne formoit qu'un seul ventricule, qui avoit deux embouchures, une à droite, & l'autre à gauche, de chacune desquelles partoient deux troncs d'artéres, qui se portoient un peu sur les côtés, & dont l'un étoit supérieur à l'autre. Le tronc supérieur étoit un tronc d'aorte, & l'inférieur étoit un tronc d'artére pulmonaire; de sorte que de ce ventricule unique sortoient quatre troncs d'artéres, sçavoir deux aortes & deux artéres pulmonaires; une aorte & une artére pulmonaire du côté droit; l'autre aorte & l'autre artére pulmonaire du côté gauche.

Il n'y avoit pour toute oreillette qu'une poche membraneuse, située à la partie postérieure du ventricule, & qui se continuant sur la base du cœur, formoit une espece de cul-de-sac entre les quatre artéres. Elle ne faisoit avec le ventricule qu'une même cavité, & recevoit par sa partie supérieure, du côté droit, la veine-cave supérieure, qui se glissoit entre les deux troncs d'artéres du côté droit. Elle recevoit aussi par sa partie inférieure la veine-cave inférieure, & par ses deux côtés deux troncs de veines pulmonaires. Il y avoit au bas de la veine-cave

supérieure,

ſupérieure, non ſeulement des valvules triglochines, mais il y avoit encore ſur les côtés de cette veine deux petites cloiſons qui la ſéparoient des deux artéres du côté droit, & qui paroiſſoient pouvoir faire l'office de valvules, quand le ſang étoit pouſſé de bas en haut.

Voilà le précis de l'expoſé de M. Lémery. Il en conclut, que ce cœur unique & monſtrueux étoit un compoſé de deux cœurs confondus enſemble par une preſſion accidentelle, &c. que chaque moitié de ce compoſé étoit originairement le cœur de celui des deux fœtus, qui étoit du même côté de cette moitié; & que le cœur unique ainſi compoſé, faiſoit ici l'office de deux cœurs.

M. Lémery prend pour preuve convaincante de l'union de deux cœurs, les deux troncs d'artéres qui partoient de chaque côté de ce cœur unique, en prétendant que la diſtribution de deux troncs à droite, & de deux à gauche, déſignoit dans ce compoſé la moitié qui en appartenoit à chaque fœtus.

Il finit ainſi ſon Mémoire : Comment deux cœurs originairement ſéparés auroient-ils pû n'en faire plus qu'un ſeul, ſi les cloiſons qui les ſéparoient ne ſe fuſſent ouvertes, & n'euſſent permis à ces deux cœurs de s'appliquer immédiatement l'un contre l'autre, & de s'unir intimement?

Réfléxion. M. de Fontenelle dans ſon Hiſtoire au ſujet de l'union de deux ſquelettes, ſelon l'idée de M. Lémery, dit que des yeux anatomiſtes y trouvoient ſûrement les traces de ce qui étoit paſſé. Mais j'avouë que juſqu'à preſent les miens ne les ont pas pû trouver par rapport à ce cœur & à ſes dépendances, ni même par rapport aux viſceres du bas-ventre. Voici deux difficultés qui entr'autres m'en empêchent.

Premiére difficulté. Il faudroit, ſelon l'idée de M. Lémery, s'imaginer que deux fœtus originairement entiers, ſe ſeroient trouvés à côté l'un de l'autre, & qu'ayant été mutuellement comprimés par accident, les parties laterales voiſines de l'un & de l'autre auroient d'abord été détruites juſqu'à la rencontre des deux cœurs. Mais je ne vois pas comment les deux moitiés, ou grands lobes de poulmon, qui dans la rencontre

d'une telle attitude latérale se seroient trouvés entre les deux cœurs, auroient plus résisté à leur destruction par leur compression mutuelle, que les autres parties naturellement plus fermes qu'eux, comme les os, les muscles, &c.

La difficulté me paroît d'autant plus grande, que, selon l'expression du Mémoire de M. Lémery, les deux côtés de la poitrine étoient occupés par deux poumons entiers, ce qui marque que les deux grands lobes voisins étoient aussi entiers que les deux lobes éloignés. Je ne m'arrête pas ici à la figure qui accompagne ce Mémoire, & dans laquelle les deux grands lobes voisins sont pour la plus grande partie cachés par les deux autres grands lobes; ce qui a été apparemment fait exprès pour mieux faire voir la distribution des gros vaisseaux du cœur.

Seconde difficulté. On sçait que dans l'état naturel ou ordinaire le cœur humain est à peu-près d'une figure conique, applatie par un côté, arrondie par la base & par la pointe. On sçait qu'il est couché à plat dans le péricarde sur le diaphragme, que sa pointe est beaucoup plus tournée à gauche qu'en devant, & sa base beaucoup plus à droite qu'en arriére; en un mot, que sa situation est presque transversale. On sçait la disposition de la cloison des ventricules, celle des deux ouvertures de chaque ventricule, celle des oreillettes, & enfin celle des gros vaisseaux.

J'ai examiné autant qu'il m'a été possible, toutes sortes de coupes de deux cœurs semblables, & de leurs oreillettes, &c. non pas tant en prétendant pouvoir trouver un assemblage de différentes portions de deux cœurs qui imitât entiérement la composition du cœur monstrueux dont il s'agit, qu'en esperant trouver au moins quelques petites traces de rapport entre ces portions, à peu-près comme on en peut trouver dans les combinaisons extraordinaires, soit artificielles, soit notoirement accidentelles, de quelque partie d'animaux ou de plantes, même dans les combinaisons les plus bisarres. Mais il m'a été impossible d'en trouver ici, & je n'entrevois aucun moyen d'y parvenir, en examinant avec de vrais yeux

anatomiſtes. Les tentatives par diſſection & par figures exprimeroient plus évidemment la difficulté, que la deſcription.

Il eſt bon d'avertir que je parle ici des cœurs ſemblables en conformation : car ſi l'un des deux étoit conformé à l'ordinaire, & l'autre conformé à contre-ſens, comme l'étoit celui du Soldat des Invalides, dont j'ai parlé dans la premiére Partie de mon Mémoire, je n'y trouverois peut-être pas tant de difficulté; mais auſſi alors la conformation originairement extraordinaire d'une partie, rendroit entiérement inutile tout ce qu'on pourroit avancer en faveur de la conformation accidentelle du total.

Les deux petites cloiſons qui, au bas de la veine-cave ſupérieure, outre les valvules triglochines ordinaires, étoient ſur les côtés de cette veine, & la ſéparoient des deux arteres du côté droit, étoient certainement des parties ſurnuméraires, dont il ne ſe trouve ni traces ni apparence dans l'état ordinaire. Elles étoient même organiſées, puiſqu'elles ont paru à M. Lémery pouvoir faire l'office de valvules. Ainſi voilà dans un même ſujet, parmi & outre les parties dont la conformation extraordinaire eſt cenſée être accidentelle, d'autres parties extraordinaires & ſurnuméraires, dont on ne peut attribuer ou rapporter la formation à aucun accident, & qu'on eſt par conſéquent obligé de regarder comme réellement originaires.

5. Les deux arteres pulmonaires, après avoir fait un peu de chemin ſur les côtés, ſe partageoient chacune en deux, pour les deux grands lobes de chaque poulmon entier.

Les deux aortes formoient chacune deux arteres carotides, une artere ſouclaviere, un canal de communication avec l'artere pulmonaire du même côté, une artere axillaire; & enfin ces deux aortes formoient chacune de ſon côté une aorte deſcendante, laquelle alloit ſe loger avec la pareille aorte deſcendante de l'autre côté, dans une ſinuoſité formée par la fauſſe épine, où les deux aortes deſcendantes s'anaſtomoſoient enſemble, & ne formoient plus qu'un ſeul tronc

commun qui fourniſſoit les diviſions & ſubdiviſions d'arteres comme dans l'état naturel.

Réflexion. Pour placer latéralement aux deux côtés de la baſe de ce cœur composé, les deux gros troncs d'arteres, & y placer chaque tronc d'aorte au-deſſus de chaque tronc d'artere pulmonaire, il faudroit s'imaginer dans le cœur originaire du fœtus gauche une portion ou coupe, non-ſeulement très-biſarre, mais encore très-déſavantageuſe par ſa tournûre, pour pouvoir en imaginer l'union avec le reſtant de l'autre cœur. Mais à l'égard des gros vaiſſeaux du cœur droit, ou celui du fœtus qui étoit à droite, il me paroît impoſſible d'imaginer le tronc de l'aorte, le tronc de l'artere pulmonaire, & le canal de communication contournés & diſtribués, comme il le faudroit ſelon l'expoſition de M. Lémery, & ſelon la Figure qui les repreſente, à moins que ce cœur droit ou du côté droit ne fût originairement formé à contre-ſens, comme j'ai dit ci-deſſus, par rapport au côté droit du cœur monſtrueux.

6. Au-deſſous de chaque tête, étoit un pharynx ſuivi d'un œſophage, qui deſcendoit dans la poitrine commune le long des parties latérales externes de l'épine particuliére qui répondoit au col d'où il venoit. Ces deux œſophages, l'un à gauche, & l'autre à droite, alloient enſuite percer les parties latérales du diaphragme, & ſe terminoient par deux eſtomacs, un de chaque côté, qui occupoient auſſi les parties latérales de la région ſupérieure du bas-ventre.

Chacun de ces eſtomacs formoit un arc ou demi-cercle, & ils entouroient par-là le foye, à l'exception de ſa partie ſupérieure, de maniére que la petite courbûre de chacun regardoit le foye, & la grande regardoit les fauſſes côtes. Ils ſe terminoient chacun par un pylore au-deſſous du foye, & il partoit de chaque pylore un petit bout d'inteſtin; de ſorte qu'il y avoit deux pylores avec deux bouts d'inteſtins. Ces deux bouts ou portions ſe réuniſſoient bien-tôt en un canal commun, qui ſe portoit de la région épigaſtrique dans le

flanc droit, & après avoir fait ses circonvolutions à l'ordinaire, aboutissoit entre les deux releveurs de l'anus.

Réflexion. Si l'on examine attentivement & avec toute l'exactitude anatomique la disposition de ces deux œsophages, de ces deux estomacs, & de ces deux bouts d'intestin, qui apparemment tenoient lieu de deux duodenums, on trouvera, si je ne me trompe, sur l'œsophage du côté droit, sur l'estomac du même côté, & sur le bout d'intestin qui en dépend, la même difficulté que j'ai fait remarquer ci-devant sur le côté droit du cœur monstrueux, sur les gros vaisseaux, & sur le canal arteriel de ce côté; sçavoir, 1.° que la situation extraordinaire de ces parties, telle qu'elle est ici, n'est pas concevable, sans y supposer une organisation tout-à-fait à contre-sens. 2.° qu'une telle organisation ne pouvant être expliquée par aucun accident, paroît réellement originaire.

L'aboutissement des deux petits bouts d'intestin à un simple canal intestinal très-long, & la formation de toute la suite des différentes circonvolutions flottantes d'un tel canal, par la confusion accidentelle de deux pareils canaux originairement séparés, me paroissent encore aussi peu favorables au systeme des accidents, que l'intestin bifurqué de la Fille à un corps & demi, l'intestin commun aux deux Enfants joints ensemble, & le cordon ombilical unique des deux Enfants séparés, dont les histoires sont rapportées ci-devant.

7. Le foye étoit au milieu de la partie supérieure du bas-ventre entre les deux estomacs, & dans l'espece de cercle qu'ils formoient autour; il n'étoit point divisé en lobes, sa partie supérieure, au lieu d'être dans le bas-ventre, & au-dessous du diaphragme, comme le reste de son volume, traversoit la portion tendineuse du diaphragme, & occupoit la partie inférieure de la poitrine, où elle étoit fortement attachée au péricarde; la veine ombilicale lui servoit aussi de ligament comme à l'ordinaire.

Réflexion. S'il n'y a point d'inconvénient d'admettre dans un même sujet, deux sortes d'extraordinaires, l'une par accident, & l'autre d'origine, on ne feroit pas grande difficulté

de laisser au systeme des accidents, la formation de ce Foye extraordinaire, d'autant plus que dans l'exposé, il n'est pas fait mention de conduits biliaires, ni de veine-porte, qui auroient peut-être donné lieu de juger autrement.

V.

Après ces quatre exemples détaillés des Monstres composés, mon dessein étoit de donner un abrégé chronologique de tous les autres, dont l'Académie a pris connoissance, & dont plusieurs sont assés favorables au systeme des accidents, d'autres y paroissent contraires, & quelques-uns très-équivoques. Mais comme on peut, par le moyen des Tables de M. Godin, de cette Académie, trouver assés facilement tous ces autres exemples, je me contenterai d'en rapporter deux que j'accompagnerai d'autres semblables, tirés de notre célébre Riolan, & y joignant quelques-uns qui n'ont pas encore été insérés dans les Mémoires de l'Académie.

1705. Par M. Littre. Une Matrice partagée intérieurement en deux cavités latérales, par une cloison mitoyenne, auxquelles deux cavités répondoient extérieurement deux convexités très-distinctes; le reste de l'extérieur du corps de cette Matrice étoit simple & uniforme comme à l'ordinaire; chacun des deux fonds n'avoit qu'une trompe, &c. laquelle étoit avec le reste de ses accompagnements, du côté opposé à l'autre fond, & il n'y avoit rien de tout cela aux côtés voisins de ces deux fonds.

Réflexion. Ce n'est pas le seul exemple d'une Matrice double. Riolan, dans son Anthropographie, en rapporte deux exemples, l'un d'une femme disséquée dans les Écoles des Lombards en 1599, & l'autre qu'il avoit lui-même disséquée en 1615. En parlant de la premiére, il dit : *Uterus septo medio divisus erat ;* & de l'autre : *Ab orificio externo usque ad fundum duplex erat Matrix, mediano pariete secreta ; reliquæ partes genitales simplices erant, ac si fuisset unicus uterus.*

Cela me paroît aussi difficile à expliquer par le systeme des accidents, que le contre-sens des visceres du Soldat des

Invalides, & la formation des parties surnumeraires bien organisées, dont il y a tant d'exemples bien averés, comme de six doigts, de huit vertebres du col, de treize côtes, de différents muscles, &c. tels que les muscles pectoraux extraordinaires, dont M. Dupuy, Médecin de Rochefort, a communiqué l'histoire à l'Académie en 1726.

M. de Fontenelle dans son Histoire, au sujet de l'observation de M. Littre, dit avec grande raison, que les dispositions extraordinaires des parties internes doivent faire naître aux Médecins des cas imprévus, qui rompent toutes les mesures de l'art. Il applique sa réflexion au cas de superfétation, & un peu après : Comment, dit-il, cette matrice double a-t-elle pû être l'effet d'un accident fortuit du développement? il est difficile de l'imaginer, répond-il. Seroit-ce, continue-t-il, que deux œufs femelles se seroient attachés ensemble, & que toutes les parties de l'un auroient péri, excepté sa matrice, qui par conséquent se seroit trouvée double dans le fœtus résultant de ce mêlange? Cette supposition, répond encore M. de Fontenelle, paroît un peu forcée.

En 1723 M. Geoffroy communiqua une observation sur deux enfants unis l'un à l'autre par un nombril commun, de sorte que le tout ensemble n'étoit que deux moitiés de deux corps unies par le plan inférieur de chacun. Ces deux moitiés étoient posées du même sens, & les têtes qui terminoient le tout, étoient tournées en même tems, ou vers le haut, ou vers le bas, &c. On a vû ce monstre déja âgé de trois semaines bien vivant. Ces deux enfans avoient deux nourrices; ils têtoient & mangeoient de la bouillie avec beaucoup d'appetit & un grand air de santé : quelquefois l'un têtoit, pendant que l'autre dormoit; ils ont été tous deux baptisés, & nommés *Jeanne*.

Si des monstres à deux têtes, comme celui-ci, dit M. de Fontenelle là-dessus, vivoient assés long-temps, il seroit curieux d'observer la différence des pensées & des volontés des deux têtes, & comment le monstre total se prendroit à les accorder, ou à les sacrifier les unes aux autres.

Réflexion. Je rapporte cet exemple en partie, à cause de sa ressemblance avec celui de M. Duvernay, en partie pour donner, en attendant mieux, quelque satisfaction au souhait de M. de Fontenelle, par deux exemples tirés d'une dissertation latine de Riolan, sur un monstre né à Paris en 1605, laquelle se trouve à la fin de son Anthropographie. Voici ses propres paroles : *In Anglia non procul ab Oxonia natum est monstrum biceps, quatuor manibus donatum, sed ventre unitum, & partibus inferioribus unicum. Ex istis gemellis uno vigilante, alter dormiebat; dum hic lætam faciem ostenderet; ille tristis & mæstus apparebat; quindecim dies vixêre, sed alter unico die alteri supervixit.*

Memorabilis est historia monstri cujusdam in Northumbria orti, quod ventre cohærebat, gemino capite, quaternis manibus, sed inferiores partes communes habebat. Id Rex diligenter & erudiendum & educandum curavit, ac maximè in musicis, qua in re mirabiliter profecit, quin & varias linguas edidicit, & variis voluntatibus duo corpora secum discordia dissentiebant, ac interdum litigabant, cum aliud alteri non placeret; interdum veluti in commune consultabant. Illud etiam in illo memorabile fuit, quod cum infernè crura lumbive offenderentur, utrumque corpus communiter dolorem sentiret; cum verò supernè pungeretur, aut alioqui læderetur, ad alterum corpus tantùm doloris sensus perveniret; quod discrimen in morte fuit magis perspicuum. Nam cum alterum corpus complures ante alterum dies extinctum fuisset, quod superstes fuit, dimidio sui computrescente paulatim contabuit. Vixit id monstrum annos viginti octo, ac decessit, administrante rem Scoticam Joanne Prorege.

» C'est-à-dire : En Angleterre, pas loin d'Oxford, naquit » un Monstre à deux têtes, & ayant quatre mains. Il étoit » joint par le ventre, & unique par rapport aux parties inférieures. Tandis que l'un de ces deux jumeaux veilloit, l'autre » dormoit; & lorsque le visage de l'un montroit de la gayeté, » l'autre paroissoit triste & mélancholique. Ils vécurent quinze » jours, l'un n'ayant survécu l'autre que d'un seul jour.

» On raconte aussi une histoire mémorable d'un Monstre né » dans le Northumberland, lequel étoit joint par le ventre, » ayant deux têtes & quatre mains, mais il avoit les parties inférieures

inférieures communes. Le Roy le fit élever & instruire avec «
soin, & sur-tout il lui fit apprendre la musique; non-seulement «
il y fit des progrès merveilleux, mais il apprit encore plu- «
sieurs langues. Ces deux corps ne s'accordant pas, avoient «
des volontés différentes, & se querelloient quelquefois quand «
ce qui plaisoit à l'un ne plaisoit pas à l'autre; quelquefois aussi «
ils prenoient conseil l'un de l'autre. Ce qu'il y eut de plus «
remarquable, fut que lorsqu'on leur faisoit mal aux cuisses ou «
aux reins, l'un & l'autre ressentoit de la douleur; mais lors- «
qu'on piquoit, ou qu'on faisoit autrement mal à l'un des deux «
aux parties supérieures, il n'y avoit que l'un des deux qui «
le sentoit. Cette différence fut encore plus évidente à la mort; «
car l'un des deux corps étant mort plusieurs jours avant l'autre, «
le survivant dépérit peu à peu, à mesure que l'autre moitié «
de lui-même pourrissoit. Ce Monstre vécut 28 ans, & mourut «
sous le gouvernement de Jean, Vice-Roy d'Ecosse. «

En 1733, M. le Cardinal de Polignac a fait voir à la Compagnie, deux petits Veaux joints ensemble par leurs poitrines & par le derriére de leurs têtes; de sorte que la situation des deux têtes par rapport à celle des deux troncs étoit telle, qu'en regardant directement le milieu du dos de l'un, on voyoit tout-à-fait à plein & en même temps les parties latérales, ou le profil des deux têtes, & en regardant l'une des deux têtes directement de front, on voyoit tout à la fois les deux côtés ou le profil des deux troncs & de toutes leurs parties. Il n'y avoit aucun moyen de distinguer extérieurement auquel des deux troncs appartenoit chaque tête; l'une étoit plus difforme que l'autre, & avoit au haut du front une espece de cavité quadrangulaire, dans laquelle les deux yeux étoient placés fort près l'un de l'autre, & en partie cachés par les bords de la cavité *(Voyés les Fig. XII. XIII. & XIV.)*. La disposition de ces deux Veaux étoit en cela à peu-près comme celle du Fœtus humain, dont M. de la Condamine a donné la description & la figure dans les Mémoires de cette année.

Son Eminence a encore fait voir à la Compagnie deux

petits Pigeons, dont chacun avoit deux têtes unies ensemble par les parties latérales de leurs crânes. Ces deux Monstres étoient tous deux d'une même mere, l'un étoit né un mois après l'autre. Dans l'un de ces petits Pigeons, les deux têtes étoient chacune articulées avec un petit col particulier, & ces deux petits cols formoient ensuite un seul col commun posé sur un seul tronc, dont toutes les autres parties étoient simples & à l'ordinaire, comme celles d'un seul & unique tronc. Les deux têtes de l'autre petit Pigeon étoient articulées sur un seul col comme les têtes du Faon du Roy, & du petit Veau de M. de Reaumur, dont il est parlé au commencement de cette Partie. *Voyés les Fig. XV. XVI. XVII. & XVIII.*

Réflexion. La difficulté me paroît ici en général semblable à celle que j'ai marquée dans l'examen du Faon du Roy, & du Veau de M. de Reaumur; mais en particulier elle me paroît beaucoup plus grande par rapport à la disposition latérale des têtes des petits Veaux de M. le Cardinal, & de celles du fœtus humain de M. de la Condamine.




Mem. de l'Acad. 1734. pl. 27. pag. 490.
Fig. II
a
b
c
e
d
Fig. III
f
a
g
g
b
e
c
d
Fig. I
f
f
Simonneau del. et Sculp.

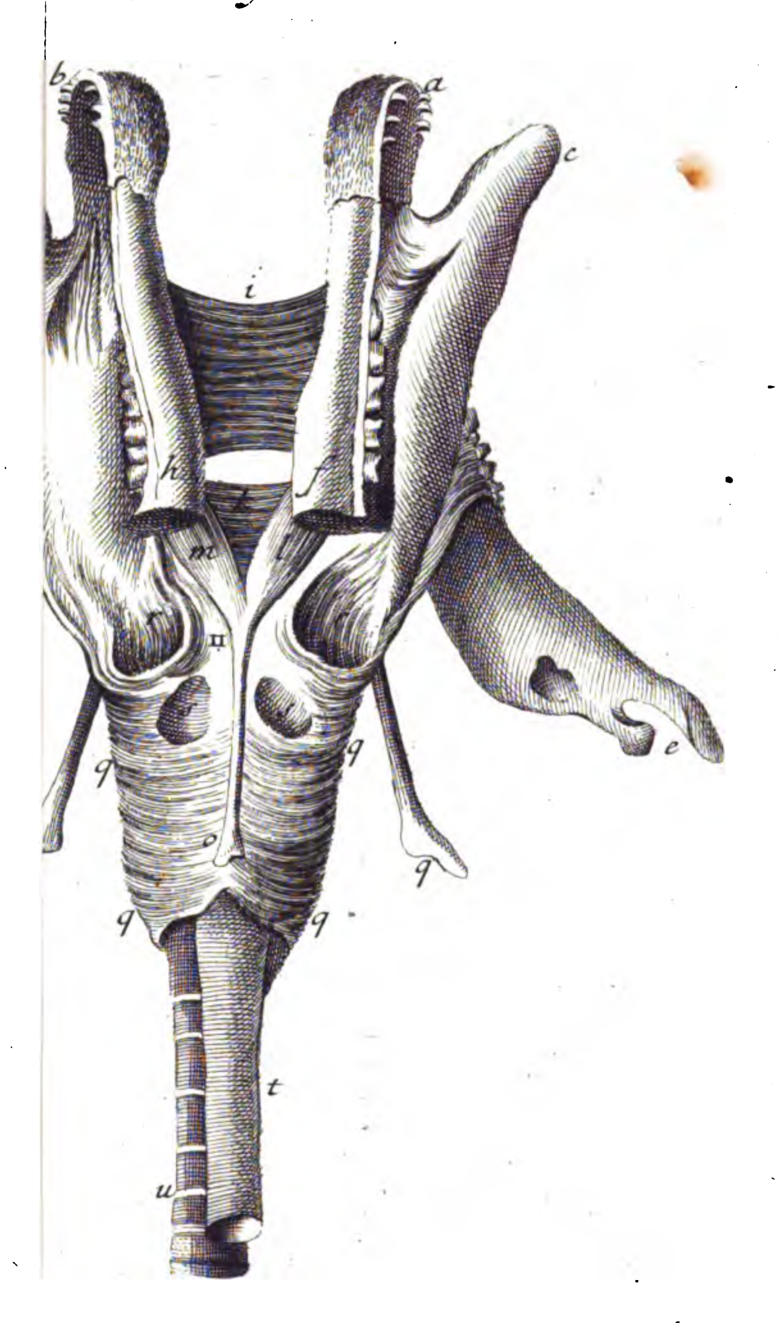
Mem. de l'Acad. 1734. pl. 28. pag. 490.

Fig. IV

a b d z z x y t 16 u g h l m 5 5 6 6 8 9 11 12 13 10

Simonneau del. et Sculp.

Fig. VI



Simonneau del. et Sculp.

Fig. VII

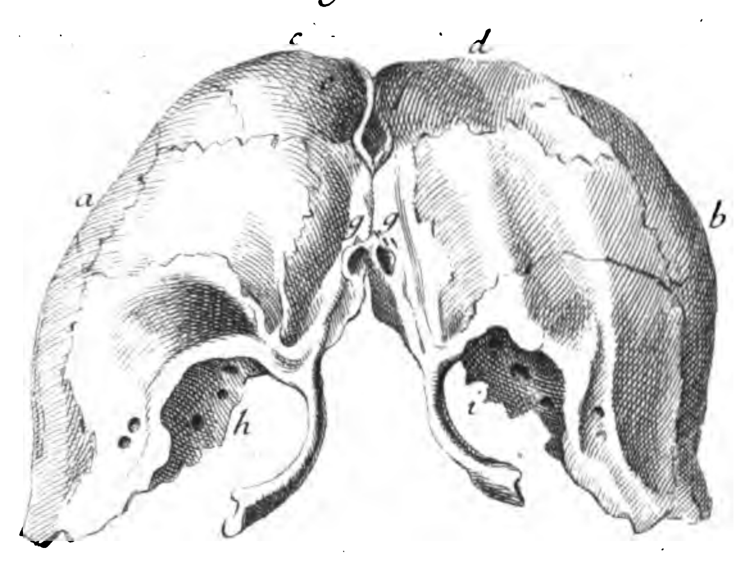
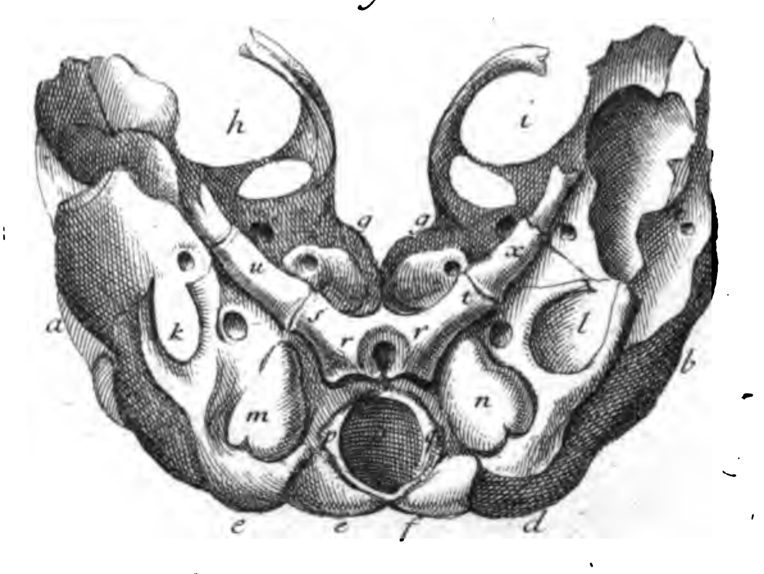


Fig. VIII. IX.



Simonneau del. et sculp.

Fig. X

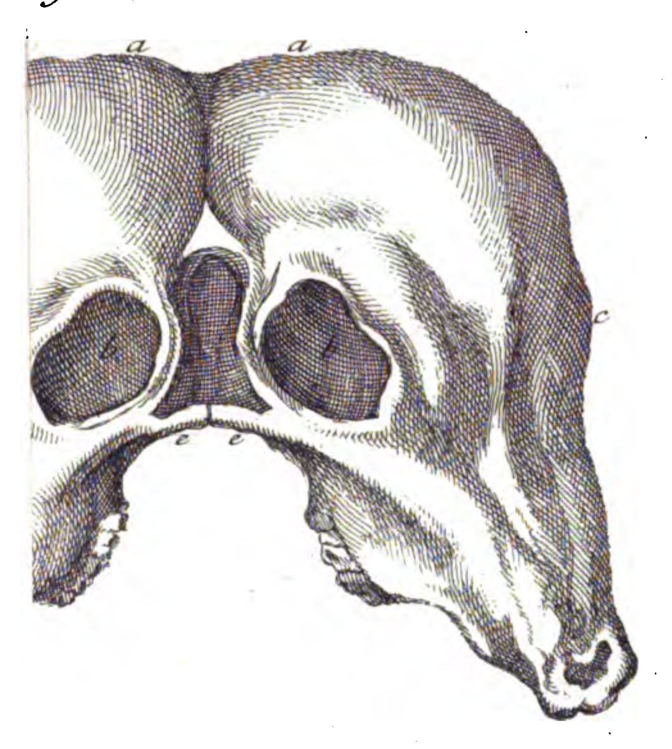
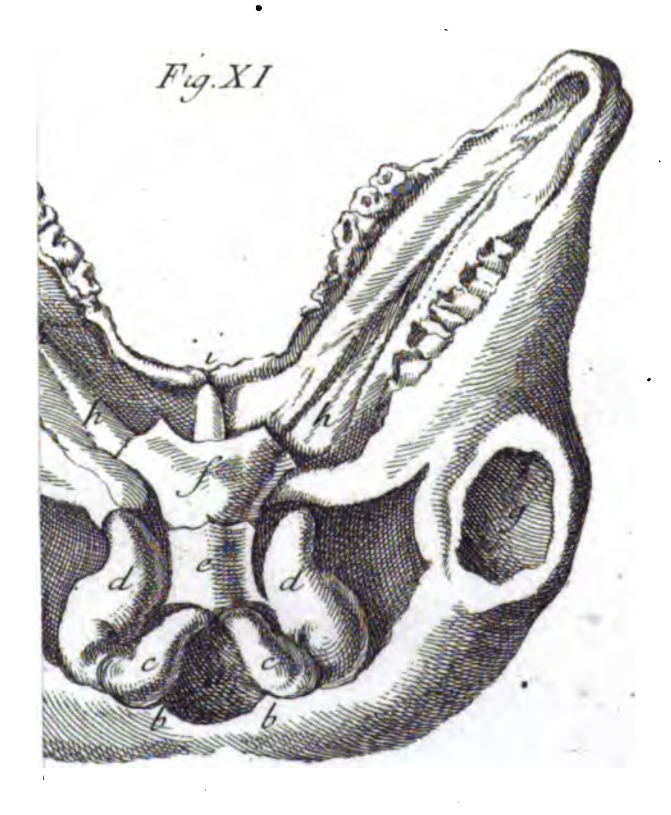


Fig. XI



Simonneau Sculp.

Fig XII



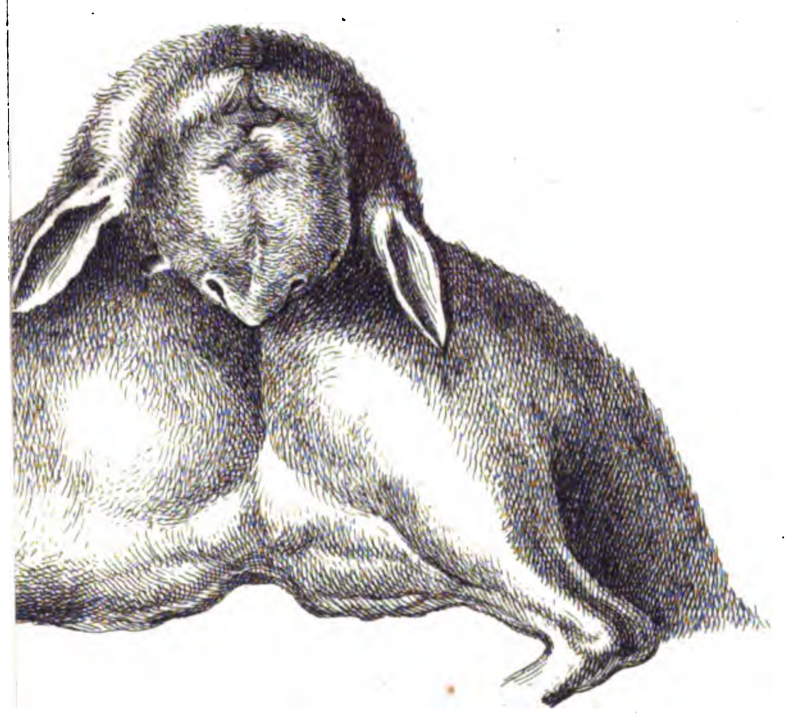
Simonneau del. et Sculp.

Fig. XIII



Simonneau del et Sculp.

Fig: XIV



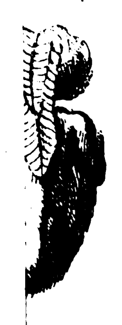




Fig XV





Fig. XVII

Simonneau del et Sculp

QUE L'OBLIQUITÉ DE L'ÉCLIPTIQUE *diminuë, & de quelle maniére;*

ET QUE LES NOEUDS DES PLANETES *sont immobiles.*

Par M. GODIN.

JE traiterai ici ces questions astronomiquement, & sans m'embarrasser d'aucune Théorie physique, soit en déduisant immédiatement des observations ce que j'aurai à établir, soit en faisant des hypotheses dont on verra l'accord avec les observations. Assemblée publique du 13 Novemb. 1734.

Quelque précision que feu M. de Louville ait apportée dans son Mémoire sur la diminution d'obliquité de l'Ecliptique, qu'il détermine d'une minute en 100 ans, il y a toûjours deux raisons de douter de la certitude de cette détermination : la première, à cause qu'il employe les mêmes réfractions, telles que nous les avons ici, pour corriger les observations des anciens Astronomes, faites en différents temps & en différents lieux. La seconde est que sa hauteur du Pole à Marseille, qui est le principal fondement de son examen, ne paroît pas bien certaine, elle a été donnée encore par d'autres Astronomes, M.rs Gassendi, Cassini, de la Hire, & il y a entre eux environ 4 minutes de différence. *Acta Erudit. Lips. 1719.*

Pour éclaircir ces difficultés, j'ai crû qu'il étoit mieux d'employer des observations récentes, faites avec l'exactitude de l'Astronomie moderne, & dans les mêmes lieux, ou dans différents, mais dont les réfractions fussent connuës.

Celles que je choisis pour fondamentales, furent faites en 1655, à Bologne, par feu M. Cassini, au gnomon de S.t Pétrone qu'il venoit de construire; l'obliquité de l'Ecliptique qui en résulte, est de 23° 29′ 15″.

Or il est certain, par toutes les observations faites à Paris

& en d'autres parties du monde, ces derniéres années, depuis 1730, que cette obliquité est à présent de 23° 28′ 20″, sans qu'il y ait peut-être 5 secondes d'erreur. Elle a donc diminué de 55 secondes en 80 ans, ou, à très-peu près, d'une minute en 90 ans. Par-là on représentera les observations des Astronomes modernes, M.rs Richer, de la Hire, Roemer, Bianchini, de Louville, à 5 secondes près. On trouvera, par exemple, pour n'en citer que deux dont les conditions sont connuës, & que M. de Louville n'a point citées, que cette obliquité a dû être en 1681 de 23° 29′, telle que M. de la Hire l'a trouvée alors à Paris. Qu'en 1706, elle a été de 23° 28′ 41″, comme elle résulte des observations de M. Roemer, faites à Coppenhague.

Puisque l'angle de l'Ecliptique & de l'Equateur diminuë, il faut que l'un de ces deux cercles s'approche de l'autre. Si l'on suppose que ce soit l'Equateur qui s'approche de l'Ecliptique, ou que dans le systeme de Copernic, l'axe de la révolution diurne de la Terre devienne peu à peu perpendiculaire au plan de son orbite, en ne considérant que ce qui doit arriver jusqu'à la confusion des deux cercles, ou, ce qui est la même chose, jusqu'au parallelisme exact des deux axes de la révolution diurne & du mouvement annuel; il est évident que les Etoiles fixes, indépendamment de ce qui doit résulter de leur mouvement en longitude, changeront leur déclinaison par les loix suivantes.

1.° Les Etoiles dont la latitude & la déclinaison sont de même dénomination, toutes deux boréales, ou toutes deux australes, augmenteront en déclinaison, si leur latitude est plus grande que leur déclinaison, & au contraire, si elle est plus petite, leur déclinaison diminuëra.

2.° Si la latitude & la déclinaison sont de différente dénomination, les Etoiles diminuëront de déclinaison jusqu'à devenir nulle; après quoi cette déclinaison prendra la même dénomination que la latitude, & sera sujette à la premiére loy.

Or on peut sçavoir fort exactement quel doit être le

changement d'une Etoile fixe en déclinaiſon, en vertu de ſon mouvement en longitude qui eſt connu, & de ſa déclinaiſon une fois obſervée : Donc en prenant une telle obſervation pour époque, on aura dans la ſuite un fort bon moyen de reconnoître ſi la déclinaiſon des Etoiles fixes ſubit d'autres changements que ceux qui leur arrivent par leur mouvement en longitude; & par conſéquent ſi l'Equateur s'approche de l'Ecliptique, ou celui-ci de l'autre. Dans ce ſecond cas, la déclinaiſon des Etoiles ſera telle que le mouvement en longitude la doit donner, mais leur latitude changera, au lieu que dans le premier cas elle eſt toûjours la même, & la déclinaiſon obéit à deux cauſes de variation.

Je ſuppoſe ici que l'axe de ce mouvement, ſoit de l'Ecliptique, ſoit de l'Equateur, paſſe par les points des Equinoxes, parce que je ne vois rien encore qui m'oblige de le ſuppoſer autrement ſitué. On voit bien d'abord qu'il ne paſſe pas par les points qui répondent aux Solſtices, puiſque l'obliquité diminuë, & que celle de ces points que nous prenons pour la plus grande, devroit toûjours être la même. D'où il ſuit, que s'il eſt vrai, comme pluſieurs Sçavans l'ont cru, qu'Herodote* ait voulu dire d'après les Egyptiens, que l'Ecliptique eût été autrefois perpendiculaire à l'Equateur, ſon obliquité préſente de 23° 28′ nous prouve que ce mouvement ne ſe fait pas ſur des points plus éloignés des Equinoxes, que de 23° 28′; mais ſans faire aucune attention à cette prétenduë tradition, je ſuppoſe l'axe de ce mouvement placé comme j'ai dit, & je vois que toutes les obſervations & les raiſonnements aſtronomiques concourent à l'y fixer : on en va voir une partie dans la ſuite.

* *Hiſt. lib. 2. ſed hæc non videtur dixiſſe. Vid. Pompon. Melam lib. 1. & in eum Vadiani Comment. pag. mihi 55. Fracaſtorii Homocentr. ſect. 3. cap. 8. Ricciol. Almag. novum, t. 1. p. 165.*

Si les Anciens nous avoient laiſſé des obſervations exactes de la poſition des Etoiles fixes, & ſur-tout en déclinaiſon, leur comparaiſon avec les nôtres décideroit aujourd'hui lequel des deux cercles s'approche de l'autre : mais celles que rapporte Ptolémée * les ſeules qui nous reſtent de l'antiquité, ne ſont pas propres à nous éclaircir là-deſſus. Tantôt elles favoriſent une opinion ; elles font, par exemple, approcher

* *Lib. 7. Almageſt.*

l'Equateur de l'Ecliptique immobile, & tantôt l'opinion contraire : pour plus de précision, j'ai corrigé ces déclinaisons rapportées par Ptolémée, en cette sorte. Il est vraisemblable que cet Astronome les a déduites de leur hauteur méridienne adjoûtée ou soustraite de la hauteur de l'Equateur à Alexandrie, qu'il a toûjours supposée dans son Almageste de 59° 2'; mais M. de Chazelles la trouva en 1692 de 58° 49' : Par-là les déclinaisons boréales de Ptolémée sont trop petites de 13', & les australes trop grandes de la même quantité ; mais comme cela ne me donnoit aucun éclaircissement, j'ai pris un autre chemin. Supposant & corrigeant les déclinaisons que Ptolémée rapporte, dont l'observation lui a été plus facile que toute autre, & supposant aussi l'obliquité de l'Ecliptique de son temps, telle qu'elle résulte de celle d'aujourd'huy augmentée de 1' en 90 ans, & prenant enfin le lieu des Etoiles, comme il résulte aussi des observations modernes, j'ai cherché quelle devoit être la latitude de ces Etoiles fixes ; & comparant cette latitude avec celle qu'elles ont aujourd'hui, j'ai reconnu que la plûpart s'accordent à donner à l'Ecliptique le même mouvement que demande la diminution de son obliquité depuis Ptolémée jusqu'à nous.

Ce même argument qui est très-fort, a été employé par Tycho le premier pour le même sujet : mais parce qu'il prend les déclinaisons des Etoiles telles que Ptolémée les donne, & qu'il suppose l'obliquité de l'Ecliptique trop grande de plus de 5', la même qui a été donnée par Eratosthenes, mais deux siécles avant J. C. & trois & demi avant Ptolemée ; & enfin que les latitudes qu'il donne à ces Etoiles, tirées de ses propres observations, n'ont pas la précision des nôtres, il étoit nécessaire de renouveller cet argument, & de le revêtir de toutes ses circonstances les plus conformes aux faits que nous connoissons.

Progymnasm. lib. 1. p. 233. propr. Edit. Authoris.

En voici un exemple sur l'Etoile appellée *la claire de l'Aigle*, qui est une de celles que Riccioli regarde comme peu favorables à cette hypothese.

Almag. nov. t. 1. p. 442.

Sa déclinaiſon, ſuivant Ptolémée, eſt de 5° 50' boréale; y adjoûtant 13', elle viendra de 6°. 3'. Par mes obſervations de la longitude de cette Etoile faites en 1732 & 1733; & le mouvement connu des Etoiles fixes, elle étoit du tems de Ptolémée en 5° 33' ♑, & par conſéquent fort proche du colure des Solſtices, ou du lieu de la plus grande variation en latitude; l'obliquité étoit alors de 23° 46', d'où l'on trouvera la latitude de cette Etoile de 29° 43' & environ 10"; mais cette latitude eſt aujourd'hui de 29° 24' 30", elle a donc diminué depuis Ptolémée juſqu'à nous, de 18' 40"; & ſi l'on a égard à l'effet de la réfraction ſur la déclinaiſon de l'Etoile, cette diminution ſera encore un peu moindre : mais la diminution de l'obliquité de l'Ecliptique eſt pour le même temps de 17' 40", d'où l'on voit que cette Etoile, preſque placée ſur le colure des Solſtices, a diminué ſa latitude de la même quantité à peu-près que l'obliquité de l'Ecliptique, comme il a dû arriver, ſi ce cercle s'eſt effectivement approché de l'Equateur.

Juſqu'ici ce ſentiment me paroît très-probable, étant confirmé de la même maniére par le plus grand nombre des Etoiles dont la déclinaiſon a été obſervée par Ptolémée: mais il en réſulte deux conſéquences remarquables, qui ſerviront de preuves completes de ce ſentiment, ſi ces conſéquences ſe trouvent conformes aux obſervations.

La premiére eſt, que les plus grandes latitudes des Planetes, ou l'inclinaiſon de leurs orbites doit changer; la ſeconde eſt, que leurs Nœuds aſcendans étant tous dans les ſix premiers Signes du Zodiaque, ils doivent indépendamment de toute autre cauſe, rétrograder par rapport aux Equinoxes conſidérés comme fixes, plus ou moins les uns que les autres, ſuivant leur ſituation particuliére & l'angle des orbites. Un ſeul triangle que l'on réſoudra pour chaque Planete en fera la preuve, & l'on trouvera, en ſuppoſant les Nœuds des Planetes & leur inclinaiſon à l'Ecliptique pour la fin de cette année, comme les donne la Table ſuivante *(A)*, & que ces Nœuds ſont fixes par rapport aux Etoiles; que 100 ans avant, c'eſt-

à-dire, au premier Janvier 1635, ces Nœuds & ces Inclinaisons étoient comme les donne la seconde Table *(B)*.

Tab. *(A)*.	Nœuds en 1734.				Inclinaison en 1734.	
	☿	15°	21'	♉	7°	12'.
	♀	14	20	♓	3	23
	♂	17	36	♉	1	51
	♃	7	27	♋	1	20
	♄	22	11	♋	2	31

Tab. *(B)*.	Nœuds en 1634.					Inclinaison en 1634.		
	☿	15°	27'	0"	♉	7°	10'	48".
	♀	14	36	30	♓	3	23	
	♂	17	47	0	♉	1	50	15
	♃	7	59	7	♋	1	20	
	♄	22	31	0	♋	2	31	20

D'où l'on voit que les Nœuds ont retrogradé en 100 ans depuis 1634 jusqu'en 1734.

Celui de	☿	6'	0".
	♀	16	30
	♂	11	0
	♃	32	7
	♄	20	0

Mais ce mouvement rétrograde n'est tel, qu'en supposant les Nœuds fixes par eux-mêmes, & que les points Equinoctiaux soient immobiles aussi : cette derniére supposition qui est fausse, étant rectifiée, change le mouvement relatif des Nœuds, & les fait avancer suivant l'ordre des Signes, à cause que le mouvement de précession des Equinoxes se faisant contre l'ordre des Signes, il fait parcourir en apparence en 100 ans à chaque point du Ciel un arc de 1° 24' 35" beaucoup plus grand qu'aucun de ceux que nous venons de trouver, que les Nœuds devoient parcourir en rétrogradant. Par là on trouvera que les Nœuds ascendans des Planetes étoient au commencement de l'année 1635 comme il suit, Tab. *(C)*.

Nœuds

	Nœuds en 1634.	Mouvement en 100 ans depuis 1634.	
☿	13° 55′ 40″ ♉	1′ 25″ 20‴	Tab. *(C)*.
♀	13 6 12 ♊	1 13 48	
♂	16 28 36 ♉	1 7 24	
♃	6 44 20 ♋	42 40	
♄	21 5 20 ♋	1 5 40	

Ces Nœuds comparés à ceux de 1734, de la Table *(A)*, donnent le mouvement pour 100 ans, comme il paroît par la même Table *(C)*, d'où le mouvement annuel se déduit

		par les Tables modernes.	Différence.
pour	☿ 51″ 12‴	1′ 25″ 0‴	33″ 48‴ —
	♀ 44 20	0 46 0	1 40 —
	♂ 40 30	0 37 0	3 30 +
	♃ 25 36	0 14 0	9 36 +
	♄ 39 24	1 12 0	32 36 —

Parmi ces mouvements annuels déduits de l'hypothese des Nœuds fixes, & de la diminution d'obliquité de l'Écliptique, ceux de Venus & de Mars s'accordent à ce qui en a été déterminé ci-devant par les Astronomes, en conséquence des observations immédiates : je puis donc supposer qu'à l'égard de ces deux Planetes cette théorie de leurs Nœuds est vraie, puisque ce que j'en déduis s'accorde avec les observations. Il ne paroît pas qu'il en soit de même des Nœuds de Mercure, Jupiter & Saturne.

Les Tables astronomiques les plus estimées donnent de mouvement annuel au Nœud de Mercure 1′ 25″, & je ne le trouve que de 51″ 12‴; la différence est presque de 34″, ce qui est fort considérable. Mais il est certain que l'on a pris jusqu'à present ce mouvement beaucoup plus prompt qu'il n'est en effet; le moyen de s'en convaincre est de comparer la Conjonction écliptique de cette Planete avec le Soleil, observée en 1723, avec une semblable observée en 1631 par Gassendi : il en résulte un mouvement annuel de 1′ 16″, déja plus petit de 9″ que celui des Tables astronomiques. Mais si, au lieu de

l'obſervation de Gaſſendi qui ne fut pas complette, on compare celle de 1723 à celle qui fut faite en 1690, l'une & l'autre avec exactitude & par les Aſtronomes de l'Académie, on trouvera, comme M. Caſſini l'a rapporté dans nos Mémoires de 1723, que ce mouvement annuel n'eſt que de 53″, à moins de 2″ près du mien.

Page 259.

De même je donne au Nœud de Jupiter un mouvement annuel de 25″ 36‴, les Aſtronomes modernes ne lui en donnent que 14″, je ne ſçais ſur quel fondement; car ſi nous employons à cette recherche la méthode ordinaire, qui eſt de comparer deux lieux du même Nœud dans des temps fort éloignés, nous trouverons le mouvement que je lui attribue confirmé. La conjonction de Jupiter avec une Etoile fixe de la conſtellation du Cancer, obſervée 241 ans avant J. C. & rapportée par Ptolémée, eſt la plus célébre & la plus propre pour ce deſſein. Feu M. Maraldi qui a calculé lui-même cette obſervation, en a conclu que le Nœud de Jupiter étoit alors en 24° 43′ ♊ : mais le même M. Maraldi trouva ce Nœud en 1693 en 7° 20′ ♋. Donc en 1934 ans le Nœud avoit avancé ſuivant l'ordre des Signes, de 12° 37′, ce qui donne pour le mouvement annuel 23″ 30‴, à 2″ 6‴ près de ce que j'ai déterminé.

Memoires de l'Acad. 1706. p. 61.

Enfin, j'ai donné au Nœud de Saturne un mouvement annuel de 39″ 24‴, au lieu qu'on le croit communément de 1′ 12″, près de 33″ plus grand. Je me ſers encore ici d'un examen fait par M. Maraldi des obſervations anciennes. Par celles de Tycho faites en 1592, lorſque Saturne étoit proche de ſon Nœud, ce Nœud ſe trouve en 21° ♋. M. Maraldi le trouva en 1696 en 22° 10′ du même Signe. Donc en 104 années il avoit eu un mouvement direct de 1° 8′, ce qui donne pour le mouvement annuel 39″ 15‴, à 10‴ près de ce que j'ai trouvé.

Mem. Acad. 1704. p. 306.

Si l'on compare de même ce qu'en dit Ptolémée en des termes fort generaux, avec l'obſervation de 1696, on trouvera ce mouvement annuel ſeulement de 12″ plus grand que par les obſervations de Tycho; mais comme il n'y a aucune

Almageſt.

précision dans ce qu'en dit Ptolémée, on ne doit pas s'y arrêter.

Or il faut remarquer, & cela est visible, que ce mouvement des Nœuds des Planetes ne doit pas être recherché par les observations anciennes comparées aux modernes, car comme il n'est que relatif & occasionné par le mouvement de l'Ecliptique en déclinaison, qui va couper l'orbite des Planetes en différents points, il suit que ce mouvement ne doit pas être le même en différents intervalles de temps. Il n'y a que Jupiter & Saturne, mais le premier principalement, pour lesquels cette méthode puisse être d'usage, à cause de la situation particuliere de leur Nœud proche du commencement de l'Ecrevisse, & à cause de leur peu d'inclinaison. Mercure, par exemple, dont l'inclinaison est fort grande, n'a son Nœud qu'au 15.e degré du Taureau; c'est pourquoi les observations les moins éloignées sont les plus propres pour trouver les mouvements de ses Nœuds.

En général on voit bien que ces mouvements seront inégaux en différents temps, & par conséquent plus les observations seront éloignées, plus elles donneront d'inégalités, à moins que le mouvement annuel ne soit si petit que ces inégalités deviennent en quelque façon insensibles, & c'est ce qui arrive particuliérement dans le Nœud de Jupiter, dont le mouvement annuel est le moindre.

Cette théorie au contraire est fort commode & fort exacte pour représenter la position des Nœuds dans les temps les plus reculés. Par exemple, elle donne très-bien le lieu du Nœud de Jupiter pour l'année 241 avant J. C. tel qu'il a été calculé par M. Maraldi sur l'observation rapportée par Ptolémée. L'intervalle entre ce temps-là & le nôtre, étant de 1975 ans, le mouvement de précession des Equinoxes a été de 27° 50′ 31″: c'est pourquoi si l'Ecliptique eût toûjours eu la même obliquité qu'aujourd'hui, le Nœud de Jupiter supposé fixe & à présent en 7° 27′ ♋, eût été alors en 20° 23′ 31″ ♊; mais à cause du changement d'obliquité de 1′ en 90 ans, son obliquité étoit alors de 23° 50′ 17″,

d'où l'on conclut que le Nœud de Jupiter étoit auſſi alors en 25° 28′ 30″ ♓. L'obſervation calculée le donne en 24° 43′ du même Signe; la différence n'eſt que de 45′ ½ dont la théorie le donne trop avancé.

Si l'obliquité ne diminuë que d'une minute en 100 ans, comme M. de Louville l'a penſé, le Nœud ſe trouvera en 23° 48′ 38″ ♓, moins avancé de 54′ 22″ que par le calcul tiré de l'obſervation; d'où l'on voit qu'afin de repréſenter parfaitement cette obſervation, telle qu'elle a été calculée par M. Maraldi, il ſuffiroit de ſuppoſer que l'obliquité de l'Ecliptique change d'une minute en 94 ans.

Si l'on examine maintenant de quelle maniére la théorie communément reçûë du mouvement des Nœuds de Jupiter, & les Tables aſtronomiques les plus exactes, repréſentent cette obſervation, on verra que celles de M. de la Hire, par exemple, mettent alors ce Nœud en 29° 35′ 15″ ♓, à preſque 5° de l'obſervation, tandis que ſelon les mêmes Tables, le Nœud de Jupiter ne parcourt ces cinq degrés à l'égard des points équinoctiaux qu'en près de 1250 ans.

Cet accord ſi ſingulier entre les conſéquences tirées de la diminution d'obliquité de l'Ecliptique pour la théorie des Nœuds des Planetes, & celles qui ont été déduites des obſervations, ſans égard à cette vûë, prouve qu'en effet l'Ecliptique s'approche, & non pas l'Equateur; car en ſuppoſant d'abord, comme j'ai fait, les Nœuds fixes, & que ce ſoit l'Equateur qui s'approche de l'Ecliptique, ces Nœuds n'auront d'autre mouvement que celui que nous remarquons dans les Etoiles fixes. Ils avanceront donc tous également, & de 1° 24′ 35″ en 100 ans; mais les obſervations & les Tables aſtronomiques leur donnent un mouvement fort différent dans le même temps, par rapport aux Equinoxes, plus grand aux uns, & moindre aux autres. Il s'enſuivroit donc que les Nœuds ſeroient mobiles, retrogrades dans certaines Planetes, comme Venus, Mars & Jupiter, & directs dans les deux autres, Mercure & Saturne; ce que je ne crois pas devoir être admis ſans de bonnes preuves. La maniére

dont je conçois ces mouvements fournit peut-être encore l'explication d'un phénomene qui a paru mériter attention. M. de Fontenelle l'expose ainsi dans l'Histoire de l'Académie de 1706. « Le mouvement des Nœuds des Planetes pour- « roit bien n'avoir pas toûjours la même direction, mais re- « trograder quelquefois, & avoir des especes de vibrations « irréguliéres. A l'égard de la Lune (continuë M. de Fontenelle) « cela est constant, M. de la Hire croit en être sûr pour « Saturne; peut-être dans les autres Planetes, les irrégularités « du mouvement des Nœuds sont-elles moins sensibles. «

On a cru remarquer à peu-près la même chose dans les Nœuds de Venus, mais cela ne vient que de ce qu'on a trouvé le mouvement annuel, par des observations fort proches, plus petit que celui qu'on trouvoit par d'autres observations plus éloignées, comme il a dû arriver en effet suivant ma théorie. *Memoires de l'Acad. tome X. p. 213.*

A l'égard des inclinaisons des Orbites, elles varieront aussi un peu, mais je ne trouve pas de différence sensible entre l'inclinaison de 1734, & celle de 1634; il n'y a que Mercure où cette différence va à 1' 12". Il faudra toûjours y faire attention dans la suite.

Puisque les hypotheses que j'ai faites ci-dessus, & que les calculs que j'en ai déduits, s'accordent si bien avec les observations, je crois pouvoir en tirer les quatre conséquences suivantes.

1.° Que l'obliquité de l'Ecliptique diminuë.

2.° Que ce mouvement se fait sur les deux points des Equinoxes.

3.° Que c'est l'Ecliptique qui s'approche de l'Equateur.

4.° Enfin, Que les Nœuds des Planetes n'ont aucun mouvement propre, mais qu'ils paroissent avancer suivant la suite des Signes, inégalement en différents temps.

Quelques Astronomes avoient déja soupçonné ces Nœuds fixes, mais sans autre fondement, du moins que je sçache, que le peu de différence du mouvement de ces Nœuds à celui des Etoiles fixes, ou de la précession des Equinoxes. *Street. Astron. Carolin. p. 341 & ad Lect. edit. Noriberg. Whiston Præl. Astron. p. 194.*

Ici ces quatre points se lient naturellement ensemble, & paroissent aussi bien prouvés que le comporte la nature des connoissances astronomiques. On verra une autre fois l'effet qui résulte de ces mêmes hypotheses pour le mouvement des Aphélies. Je n'ai voulu examiner ici que les Nœuds, & même le Nœud ascendant seulement; car le Nœud descendant pourroit bien, en suivant la même loi, n'avoir pas les mêmes nombres, & il n'est pas sûr que les Nœuds d'une Planete soient opposés l'un à l'autre. Dans Saturne & dans Venus, il semble par quelques observations faites depuis un siécle & demi, que la ligne des Nœuds ne passe pas par le Soleil; mais c'est une chose à examiner dans la suite, & ce que j'ai dit ici des Nœuds en général, sera fort utile à cet examen.



SIXIEME MEMOIRE
SUR L'ELECTRICITE,

Où l'on examine quel rapport il y a entre l'Electricité, & la faculté de rendre de la Lumiére, qui est commune à la plûpart des corps électriques, & ce qu'on peut inférer de ce rapport.

Par M. DU FAY.

JE ne parlerai point dans ce Mémoire de tout ce qui se trouve dans un grand nombre d'Auteurs sur la Lumiére des corps électriques, il me faudroit pour cela remonter à ces temps où la Physique remplie de fables admettoit des pierres précieuses qui rendoient dans l'obscurité une lumiére égale à celle d'un flambeau allumé; beaucoup d'exagération, des faits véritables, mais mal rédigés, & quelques circonstances obmises dans le récit de ces faits, ont vraisemblablement donné lieu à ces récits merveilleux, dont on a embelli la description de l'escarboucle & des autres pierres de semblable nature.

Nous nous en tiendrons à des expériences plus récentes, & à des faits plus positifs, & nous n'examinerons la Lumiére qu'en tant qu'elle sera liée à l'Electricité, sans parler des autres phosphores qui n'y ont point de rapport, ou du moins dans lesquels nous n'y en connoissons point. Otto de Guerike que nous avons cité fort au long dans le premier Mémoire, a remarqué que la boule de soufre sur laquelle il a fait un si grand nombre d'expériences singuliéres par rapport à l'Electricité, étoit lumineuse lorsqu'elle étoit frottée dans l'obscurité. *Page 149.*

Boyle a fait un petit ouvrage intitulé *Adamas lucens*, dans lequel il y a plusieurs faits singuliers, mais celui de tous qui a traité cette matiére avec le plus d'exactitude, est Hauksbée,

& comme son objet principal étoit de considérer la lumiére des corps par rapport à leur électricité, nous allons donner une idée des principales expériences qu'il a faites à ce sujet. J'ai eu tant d'attention à citer dans mes Mémoires précédents sur l'Electricité, & principalement dans le premier de tous, les Auteurs desquels j'ai tiré quelques expériences, que je croyois être à l'abri de tout reproche à cet égard; cependant j'ai appris que quelques personnes, sur les lectures que j'ai faites dans les Assemblées publiques, ont jugé que j'avois eu dessein de m'attribuer les découvertes de plusieurs Auteurs; je réïtére donc aujourd'hui les protestations que j'ai faites à ce sujet dans mon troisiéme Mémoire. Comme j'ai entrepris de traiter avec quelque détail une matiére qui jusqu'à présent ne l'avoit été qu'imparfaitement, & pour ainsi dire, en passant, par divers Auteurs, j'ai été forcé d'employer les expériences de ceux qui m'ont précédé; mais ce n'a jamais été dans la vûë de me parer de ce qu'elles ont de neuf & de singulier, puisque j'ai toûjours cité les Auteurs d'où je les ai tirées; s'il y en a d'autres que j'aye cru m'être propres, & qui se trouvent dans quelques Auteurs dont je n'aye pas eu connoissance, on me feroit injustice de croire que j'ai voulu cacher la source d'où je les ai tirées, & je puis assûrer que mon silence ne viendra que de ce que je les aurai ignorés; car je n'ai pas même négligé de rendre la justice qui étoit dûë aux personnes qui m'ont donné verbalement quelques avis dont j'ai profité, & je suis persuadé que cette justice que l'on rend fait infiniment plus d'honneur que n'en pourroit faire la découverte même. Après cette courte apologie que j'ai cru nécessaire, je reviendrai aux expériences d'Hauksbée.

Esper. Fisico-mecan. in Firenz. 1716. p. 19.

Il a frotté dans le vuide sur une étoffe de laine une boule de verre creuse, elle a donné d'abord une belle lumiére pourpre, qui a blanchi & diminué d'éclat à mesure qu'il a laissé rentrer l'air dans le récipient; ce qu'il y a de très-singulier, c'est que refaisant la même expérience une seconde fois avec la même boule de verre, cette lumiére pourpre n'a pas paru, mais ayant repris une autre boule, elle donna pour la premiére fois

fois seulement, une semblable lumiére, après quoi elle fut toûjours blanche comme il étoit arrivé avec la premiére boule; en sorte qu'il paroît que le verre peut s'épuiser de la matiére propre à produire cette lumiére purpurine, au lieu que toutes les autres expériences concourent à prouver que le verre, ainsi que tous les autres corps électriques, ne diminuent point de vertu, quelque nombre de fois & quelque temps qu'ils ayent été frottés.

Il a imbibé ensuite, premiérement d'esprit de vin & ensuite de dissolution de nitre la laine sur laquelle se faisoit le frottement, pour voir si cela apporteroit quelque changement à l'expérience; mais cela n'a pas empêché la lumiére de paroître en forme d'éclairs; il est vrai que le mouvement qu'il imprimoit à la boule de verre, étoit si rapide, que la laine en étoit échauffée au point d'être brûlée.

Le globe dont nous avons parlé dans les Mémoires précédents, étant vuide d'air & tourné rapidement sur son axe, devient très-lumineux dans tout son intérieur, lorsqu'on appuye légérement la main sur sa surface extérieure, & la lumiére n'en est ni plus considérable ni plus vive lorsqu'on appuye la main beaucoup davantage, & que par conséquent le frottement devient plus fort; cette lumiére est dans le même cas que nous avons déja remarqué à l'égard du tuyau; il n'en sort point de ces parties brillantes qui s'attachent aux corps voisins, comme il arrive lorsque l'intérieur du globe ou du tube est rempli d'air dans son état naturel, & ce qui est assés singulier, c'est que dans l'un ni dans l'autre cas, la chaleur du tube n'augmente pas sensiblement sa lumiére. *Page 30. & suivantes.* *Page 46.*

M. Hauksbée a ajusté l'un dans l'autre deux récipients cylindriques, en sorte qu'au moyen de deux différentes rouës, semblables à celle que nous avons décrite dans le premier Mémoire, on pouvoit les faire tourner séparément ou ensemble, soit du même sens, soit en sens contraire; il y avoit aussi un robinet ajusté à chacun de ces récipients, pour pouvoir pomper l'air de l'un indépendamment de l'autre, & il a remarqué que si l'on pose la main sur le récipient extérieur, *Page 55.*

tandis qu'il eſt tourné rapidement, la lumiére qui en ſort va s'appliquer ſur la ſurface du récipient intérieur, mais que cette lumiére eſt beaucoup plus vive ſi les deux récipients tournent à la fois, ſoit que ce ſoit du même ſens ou en ſens contraire. La même choſe arrive quoique le récipient intérieur ſoit vuide d'air. On peut voir dans l'auteur même tout le détail de cette expérience, ſi l'on n'en a pas une idée aſſés claire par la deſcription abrégée que je viens d'en faire, mais je n'aurois pas pû l'expliquer plus nettement ſans copier tout ce qui eſt dans le livre même. Ce ſont-là les principales expériences qu'a fait M. Hauksbée ſur la lumiére des corps dont l'électricité eſt celle que nous avons appellée *vitrée;* voici maintenant celles qu'il a faites ſur ceux de l'électricité réſineuſe, ou ſur les uns & les autres compris &, pour ainſi dire, confondus dans la même expérience.

Page 26. Il a frotté très-rapidement dans le vuide une boule d'ambre ſur de la laine, elle a donné une belle lumiére & beaucoup plus vive & plus abondante qu'elle n'avoit fait étant frottée dans l'air libre auſſi fortement & avec la même viteſſe. Le
Page 100. ſoufre frotté dans l'air libre lui a donné très-peu de lumiére, & dans le vuide il n'y en a eu aucune.

Page 96. Un cylindre de gomme lacque tournant rapidement ſur ſon axe dans l'air libre, a donné beaucoup de lumiére lorſqu'il a appliqué deſſus un morceau de flanelle, mais il en a donné beaucoup davantage lorſque ç'a été la main; cette lumiére partoit de l'endroit où ſe faiſoit le frottement, & ſe répandoit ſur tout le cylindre; elle diſparoiſſoit dans l'inſtant que le mouvement ceſſoit, & il ne ſe détachoit point de ces parties brillantes, qui dans les expériences faites avec le verre, vont s'appliquer ſur les corps voiſins. La lumiére produite par le frottement du même cylindre ſur la laine dans le vuide, étoit beaucoup plus vive que dans l'air libre; en ſorte qu'il a remarqué dans la gomme lacque preſque tous les phenomenes qu'il avoit obſervés dans l'ambre.

Voici maintenant une expérience qui tient aux deux électricités combinées enſemble, & qui, ſuivant qu'elle eſt décrite

par M. Haukſbée, paroît un des plus étranges paradoxes qui ſe puiſſe imaginer en phyſique. Il a pris un globe de verre de ſix pouces de diametre qu'il a enduit intérieurement *Page 107.* de cire d'Eſpagne, à l'exception des Poles où il avoit réſervé un eſpace de 3 ou 4 pouces ſans y mettre de cire; en ayant enſuite pompé l'air, & l'ayant ajuſté ſur la machine ou tour dont nous avons parlé, il fit les obſervations ſuivantes: à peine y eût-il appliqué la main pour occaſionner le frottement, qu'il apperçût, malgré l'obſcurité, l'image & la figure diſtincte de toutes les parties de ſa main peinte ſur la ſurface concave & intérieure de la cire d'Eſpagne, en ſorte que cette cire ſembloit être devenuë tranſparente, & qu'on peut même dire qu'elle l'étoit réellement; car il voyoit ſa main préciſément comme s'il n'y eût eu que le verre ſeul ſans aucun enduit de cire d'Eſpagne; il a obſervé de plus que la cire n'étoit pas moins tranſparente dans les endroits où l'enduit étoit plus épais, que dans les autres; elle l'étoit pareillement dans quelques parties qui s'étoient un peu écartées du verre en ſe refroidiſſant, mais la lumiére étoit moins vive en ces endroits que dans le reſte du globe. Cette tranſparence qui faiſoit que la main appliquée extérieurement ſur le globe paroiſſoit peinte en-dedans, étoit d'une eſpece ſinguliére, car on ne voyoit pas cette image de la main en regardant ſur les endroits du globe enduits de cire, il falloit regarder dans l'intérieur du globe par les deux endroits où il n'y avoit point de cire, & alors on voyoit diſtinctement l'image de la main peinte ſur la cire de la maniére que nous venons de le décrire. La couleur de cette lumiére étoit la même que s'il n'y eût eu que le verre ſeul, mais ayant laiſſé rentrer dans le globe un peu d'air, la lumiére ceſſa de paroître dans les parties enduites de cire, & continua dans celles où il n'y avoit que le verre ſeul.

Voilà les principales expériences que j'ai trouvées dans les Auteurs ſur la lumiére des corps électriques, car je ne parle point des phoſphores qui ſont en très-grand nombre, mais qui n'ont aucun rapport à l'électricité; je conſidére uniquement

la liaiſon que peuvent avoir entr'elles ces deux propriétés ſingulières, & pour ſuivre dans cet examen le même ordre que dans les autres Mémoires, je conſidérerai ſéparément les deux eſpeces d'électricité dont j'ai reconnu & démontré l'exiſtence, & je vais commencer par rapporter quelques obſervations ſur la lumiére des corps électriques réſineux.

Si l'on prend un morceau d'ambre, de gomme copal, de cire d'Eſpagne, ou de ſoufre, & qu'on le frotte dans l'obſcurité, il en ſort de la lumiére, & ces quatre matiéres m'ont paru en donner preſque également & de la même maniére, lorſque les morceaux dont je me ſervois étoient à peu-près de la même forme & de la même groſſeur. Si donc on prend une boule, ou, pour plus de commodité, une pomme de canne d'ambre, & qu'on la frotte par deſſus avec la main, on apperçoit entre l'ambre & la main une lumiére continuë pendant le frottement; mais ſi après l'avoir légérement frottée deux ou trois fois, on enleve ſubitement la main de deſſus ſans la gliſſer, & qu'enſuite on approche le doigt du bord de cette pomme, ſans même la toucher, on voit un petit cylindre d'une lumiére très-vive qui ſort de l'ambre, va frapper le doigt, & retournant du doigt à l'ambre, ſe ſépare ſur la ſurface en rayons brillants diſpoſés en forme d'éventail, & diſparoît dans l'inſtant. Si, au lieu d'appliquer le doigt au bord de la pomme d'ambre, on le poſe au milieu en-deſſus, la lumiére fait le même mouvement; mais en retournant du doigt ſur l'ambre, les rayons ſe diſpoſent en ſoleil qui a pour centre l'endroit où le doigt a été appliqué.

Lorſque j'ai répété cette expérience pluſieurs fois de ſuite, il eſt ſouvent arrivé qu'il n'étoit pas néceſſaire de frotter l'ambre pour exciter cette lumiére, & qu'il ſuffiſoit de frapper deſſus un peu fortement avec la main, & de la relever bruſquement ſans la gliſſer ſur l'ambre. Quelquefois, au contraire, la lumiére ne paroiſſoit que difficilement en frottant avec la main, & en ce cas je me ſervois d'un morceau d'étoffe de laine, & l'expérience réuſſiſſoit de la même maniére lorſque j'approchois le doigt; il y a toute apparence que ces variétés

dépendent de quelque humidité ou graiſſe qui ſe rencontre dans la main, car j'ai ſouvent vû que je ne pouvois exciter de la lumiére avec le creux de la main, tandis qu'avec la paume ou le bout des doigts, cela réuſſiſſoit parfaitement. Lorſqu'on trouve de ces ſortes de difficultés, le plus court eſt de ſe ſervir d'une étoffe de laine ou de ſoye, car en s'obſtinant à frotter avec la main on s'échauffe, & cela nuit d'autant à la réuſſite de l'expérience.

Voici maintenant quelques circonſtances qui accompagnent cette expérience, qui n'ont point encore été obſervées, & qui méritent attention. Lorſque la pomme d'ambre a été frottée, j'ai quelquefois attendu juſqu'à deux minutes pour en approcher le doigt, & l'éclat de lumiére s'eſt fait à l'ordinaire, mais il a été moins vif, & lorſque j'ai attendu plus long-temps, il ne s'en eſt point fait du tout. Si au lieu d'approcher de l'ambre frotté le doigt ou la main, je me ſervois d'un morceau de laine, de ſoye, de papier, ou de quelque autre corps ſemblable, il ne ſortoit de l'ambre aucune lumiére, ou s'il en paroiſſoit quelquefois, elle étoit ſi foible qu'on avoit peine à l'appercevoir. La même choſe arrivoit lorſque j'approchois de l'ambre un autre morceau d'ambre, de copal, de ſoufre, &c. Ce ſont donc les corps électriques ou plûtôt ceux qui ont le plus de diſpoſition à le devenir, qui ne font point ſortir de l'ambre frotté cette lumiére qui paroît ſi l'on en approche le doigt; on voit combien ce fait a de rapport avec la plûpart des expériences que nous avons décrites dans les Mémoires précédents. Nous y avons vû que les corps les plus propres à devenir électriques par eux-mêmes, étoient ceux qui le devenoient le moins par communication, ici ces mêmes corps ne font point ſortir la lumiére des corps électriques réſineux, tandis que les autres le font, même ſans y être appliqués immédiatement.

Pour que le rapport fût exact, il falloit que la ſoye, la laine, l'ambre & les autres corps ſemblables étant mouillés, c'eſt-à-dire, étant dans la diſpoſition la plus contraire à l'électricité, il falloit, dis-je, qu'ils fiſſent le même effet que

le doigt; c'eſt effectivement ce qui arrive, & lorſqu'après avoir frotté de l'ambre, de la copal, du ſoufre, &c. j'en ai approché quelqu'un de ces mêmes corps, ou quelque corps que ce ſoit mouillé, il en eſt ſorti l'éclat de lumiére de même que ſi j'en avois approché le doigt ou la main; enfin les métaux rendent l'analogie entiérement complette. Nous avons vû par les Mémoires précédents, que les métaux ſont les corps les moins propres à devenir électriques par eux-mêmes, & qu'en même temps ce ſont ceux qui le deviennent le plus facilement par communication, ils doivent donc par cette même raiſon faire ſortir la lumiére des corps électriques; c'eſt en effet ce qui arrive, & il m'a paru que le choix des métaux étoit à peu-près indifférent, mais l'expérience la plus frappante en ce genre, eſt de frotter un morceau de copal ou autre corps ſemblable, & d'en approcher enſuite une canne à pomme d'ambre, on voit que ſi l'on applique l'ambre ſur la copal, il n'en ſort point de lumiére, & qu'elle paroît enſuite ſi l'on en approche la virolle d'or ou d'autre métal qui joint la pomme à la canne; car il eſt à remarquer que lorſque le corps électrique eſt frotté de maniére à pouvoir donner de la lumiére, ſi on le touche avec une de ces matiéres que nous avons reconnu n'être point propres à la faire paroître; cela ne le dépouille pas de la faculté de donner de la lumiére, & qu'elle paroît auſſi-tôt qu'on vient à en approcher le doigt, un métal, &c. en ſorte que l'on peut encore adjoûter aux principes que nous avons établis, celui-ci: que les corps réſineux ayant été rendus électriques par le frottement, ſi l'on en approche les corps les moins propres à devenir électriques, ils en ſont ſortir de la lumiére, & qu'au contraire les électriques réſineux ne le ſont point.

Quoique j'aye parlé en général de tous les corps dont l'électricité eſt réſineuſe, il s'en faut beaucoup néantmoins que la lumiére qu'ils rendent ſoit accompagnée des mêmes circonſtances, & il y a ſur ce ſujet pluſieurs obſervations curieuſes à faire, mais ce détail qui ſeroit immenſe, & qui paroîtroit aujourd'hui de peu d'importance, deviendra

vraisemblablement un jour plus facile, & peut-être fort intéressant lorsque cette matiére sera connuë plus parfaitement.

On peut dire la même chose des corps, dont l'électricité est celle que nous avons appellée *vitrée*; quoiqu'ils fassent tous à peu-près les mêmes effets par rapport à l'électricité, & qu'il n'y ait presque de différence que par le plus ou le moins de force de cette vertu, les phénomenes qui les accompagnent par rapport à la lumiére sont très-différents; ceux dont la vertu électrique est foible, ne rendent point de lumiére, ou du moins elle est si peu considérable, qu'elle ne subsiste que dans le frottement, & en ce cas la matiére dont on se sert pour frotter, empêche qu'on ne l'apperçoive, mais comme nous sçavons que la faculté de rendre de la lumiére est une suite assés ordinaire de l'électricité, & que nous avons vû dans le premier Mémoire que tous les corps solides, ou qui peuvent être frottés, sont capables d'électricité, on peut conjecturer qu'ils le sont aussi de rendre de la lumiére; mais ce fait n'est pas assés important en lui-même, pour qu'on se donne toute la peine qui seroit nécessaire pour le vérifier; il nous reste un assés grand nombre de faits curieux à observer dans les corps dont la lumiére peut être très-sensiblement excitée, pour que nous puissions négliger ceux-là, ou du moins les remettre à un autre temps.

Nous avons parlé dans les Mémoires précédents de la lumiére que rend le verre dans différentes expériences, nous en dirons encore quelque chose dans la suite; mais je dois commencer par les pierres précieuses qui me paroissent, à proportion de leur volume, être plus lumineuses que toutes les autres matiéres que j'ai essayées. Je n'en ai trouvé aucune qui ne rendît de la lumiére étant frottée, mais avec des varietés dont il m'a été impossible de démêler la cause, parce que souvent elles se rencontrent dans des pierres de même nature & de même espece. J'ai, par exemple, trouvé des diamants, qui pendant qu'on les frottoit sur une étoffe de laine, ou autre matiére semblable, paroissoient entourés d'une lumiére tranquille qui les suivoit dans tout le mouvement qu'on leur

donnoit, & qui disparoissoit si-tôt qu'on cessoit de les frotter. D'autres ne sont pas sensiblement lumineux tandis qu'on les frotte, mais si, après les avoir frottez, on vient à glisser le doigt ou l'ongle dessus, on en voit sortir de petites étincelles brillantes; il y en a sur lesquels il suffit de passer le bout du doigt, & qui à chaque fois qu'on le passe, donnent une lumiére douce & tranquille, sans éclats ou étincelles, qui semble suivre le doigt, & s'évanouit sitôt qu'il ne touche plus la pierre; d'autres en les frottant de la même maniére, conservent cette lumiére 4 ou 5 secondes; en sorte que recommençant à passer le doigt dessus, lorsque leur lumiére s'affoiblit, ils paroissent donner une lumiére presque continuë & uniforme. Enfin il y en a qui frottez sur la laine, la soye, &c. s'impreignent d'une lumiére qu'ils conservent pendant plusieurs minutes. On trouve dans l'Histoire de l'Académie de
P. 1. & 2. l'année 1707, diverses expériences faites par M. Bernoulli & M. Cassini, sur plusieurs corps durs frottés contre le verre & les diamants; mais ces observations n'ont aucun rapport à l'électricité, ainsi nous n'en parlerons point présentement. Si l'on examinoit un plus grand nombre de diamants, peut-être y trouveroit-on encore d'autres variétés; mais comme on ne finiroit point si on vouloit s'arrêter à toutes les circonstances qui méritent attention, je vais seulement rendre compte de quelques faits que Boyle rapporte dans le Traité intitulé *Adamas lucens*, dont nous avons parlé plus haut, & qu'il a observés sur un diamant qu'il croyoit alors être le seul qui eût cette propriété; il en a cependant trouvé d'autres depuis qui faisoient à peu-près le même effet, mais il dit en avoir essayé plusieurs inutilement, ainsi que le cristal de roche; cependant j'ai observé que le cristal de roche, & tous les diamants & autres pierres précieuses transparentes ont donné de la lumiére de quelqu'une des maniéres dont je viens de parler à l'égard des diamants.

Le diamant dont s'est servi M. Boyle étoit long de 4 lignes, & un peu moins large, il avoit une table assés grande, il étoit d'ailleurs d'une vilaine eau, & avoit un nuage blanchâtre

qui occupoit environ le tiers de la pierre, il l'examina au microſcope, & n'y trouva rien de ſingulier.

Ce diamant conſervoit ſa lumiére après avoir été frotté, en ſorte que l'agitant dans l'obſcurité avec vîteſſe, on voyoit une traînée de lumiére continuë; étant expoſé de fort près à la flamme d'une bougie, & enſuite tranſporté dans l'obſcurité, il conſervoit une lumiére ſenſible, mais plus foible que celle qui étoit excitée par le frottement: j'ai tenté cette expérience ſur un grand nombre de diamants, & j'en ai trouvé pluſieurs qui faiſoient le même effet, & dont quelques-uns ont conſervé dans l'obſcurité une lumiére ſenſible pendant pluſieurs minutes.

M. Boyle à obſervé de plus, qu'appliquant ce diamant ſur un fer chaud, ou le tenant quelque temps preſſé ſur ſa main, ou quelqu'autre partie de ſon corps échauffée, il rendoit un peu de lumiére, mais très-foible. Ayant eſſayé ſi le diamant, après avoir été rendu lumineux par quelqu'un de ces moyens différents du frottement, avoit contracté quelque vertu électrique, il a trouvé qu'il n'en avoit aucune, ce qui ſemble prouver que cette lumiére eſt d'une autre nature que celle qui accompagne l'électricité que nous avons appellée vitrée.

Il a auſſi cru remarquer quelque différence dans la vivacité de la lumiére de ce diamant, ſuivant la couleur de l'étoffe ſur laquelle il étoit frotté, en ſorte qu'elle étoit plus brillante ſur une étoffe blanche que ſur une noire. La lumiére étoit pareillement excitée en le frottant ſur divers autres corps, comme du bois, de la fayence, de la corne, &c.

Ayant rendu ce diamant lumineux par le frottement, il l'a plongé dans l'eau, & enſuite dans diverſes autres liqueurs, comme l'eſprit de vin, les eſprits acides, les liqueurs alkalines, &c. & il y a conſervé ſa lumiére; mais ayant tenté de l'exciter ſous l'eau même, en y plongeant un morceau de bois, & frottant le diamant deſſus, il n'a pas pu y réuſſir; il a auſſi obſervé que lorſqu'il avoit été mouillé, il falloit le frotter beaucoup plus long-temps pour exciter ſa lumiére; cependant il lui eſt quelquefois arrivé de le rendre

un peu lumineux en le tenant quelque temps plongé dans l'eau chaude.

Il a éprouvé qu'on pouvoit exciter sa lumiére sans le chauffer, ni le frotter, en le pressant fortement sur un morceau de fayence, ou en appuyant brusquement un poinçon d'acier contre la table du diamant; mais il est aisé de juger que toutes ces maniéres de le rendre lumineux, ne le faisoient point devenir électrique, ce qui prouve de plus en plus la différence que nous avons déja supposée entre la matiére de l'électricité & celle de cette espece de lumiére.

J'ai fait avec soin la plûpart de ces expériences, & elles m'ont toutes réussi à peu-près de la même maniére qu'à M. Boyle, avec cette différence, que je n'ai jusqu'à present trouvé aucun diamant qui ne rendît de la lumiére étant frotté; toutes les autres pierres précieuses que j'ai essayées en ont rendu aussi, ainsi que je l'ai déja dit; mais le plus ou moins de lumiére ne dépend ni de la beauté, ni de la grosseur de la pierre: j'ai frotté pendant assés long-temps deux très-gros diamants de l'eau la plus belle & la plus séche, ils n'ont pris qu'une lumiére assés foible qu'ils ont conservée pendant très-peu de temps, mais qu'ils n'ont pas perduë en passant dessus un linge mouillé; ils n'avoient l'un & l'autre qu'une très-médiocre électricité: un troisiéme diamant d'une aussi belle eau, mais taillé d'une façon extraordinaire, qu'on nomme à l'*Indienne*, ou en *puits*, étoit très-lumineux pour peu qu'on le frottât, il étoit aussi très-électrique; cependant je ne connois entre ces diamants d'autre différence que celle de la taille, les deux premiers ayant une très-grande table, & le dernier l'ayant fort petite, mais étant très-élevé & très-profond. Je n'ai pas osé chauffer les deux premiers à la flamme, craignant de ne les pas chauffer assés également à cause de leur grande étenduë, & qu'il ne leur arrivât quelque accident; mais je juge par l'analogie des autres expériences que j'ai faites, qu'ils n'auroient contracté que très-difficilement de la lumiére, & qu'en ce cas même elle auroit été très-foible, mais j'ai chauffé le troisiéme à la flamme d'une

bougie, & l'ayant transporté dans l'obscurité, il a paru entouré d'une lumiére très-vive & à peu-près semblable à celle des vers luisants. La même chose est arrivée à un petit diamant bleu, & à un diamant jaune d'une grosseur assés considérable : mais cette sorte de lumiére n'ayant aucun rapport à l'électricité, puisque tous ces diamants dans le temps qu'ils rendoient le plus de lumiére, n'avoient aucune attraction sensible, je me contenterai de dire présentement que plusieurs diamants, quelques pierres précieuses, le cristal de roche, & plusieurs autres corps qu'on ne s'aviseroit pas de soupçonner, étant exposez à la flamme, ou à la chaleur, ou au Soleil, ou même à la seule lumiére du jour, quoiqu'à l'ombre du Soleil, ainsi que je l'ai éprouvé, y acquierent une lumiére qu'ils conservent dans l'obscurité pendant un temps assés considérable ; ce Phénoméne nouveau mérite une attention particuliére, & peut faire le sujet d'un travail très-curieux, mais qui ne paroît pas avoir de rapport à l'objet actuel de nos recherches. Les Auteurs qui ont dit que certaines pierres précieuses, & en particulier le diamant, éclairoient dans l'obscurité, étoient peut-être beaucoup mieux fondés qu'on ne l'a cru jusqu'à présent. Qu'une personne ayant demeuré quelque temps dans un lieu obscur, & ayant par conséquent la prunelle fort dilatée, y ait vû apporter un diamant qui auroit été exposé pendant quelques minutes au Soleil, ou à quelqu'autre chaleur équivalente, ou simplement à la lumiére du jour, elle aura certainement vû ce diamant lumineux ; & comme ç'aura été sans dessein que ce diamant aura été exposé au Soleil, ou à la lumiére, on n'aura pas imaginé d'attribuer ce fait singulier à une cause aussi legere, & on aura pensé, ou que les diamants sont lumineux par eux-mêmes, ou que c'en est une espece particuliére à laquelle on a donné le nom d'escarboucle, dont par la suite on a embelli la description & exageré les propriétés.

J'adjoûterai encore que si quelqu'un veut tenter ces expériences sur le peu que j'en ai dit, il y trouvera des variétés surprenantes, dont il n'est pas temps de donner maintenant

l'éclairciſſement; j'ai voulu ſeulement indiquer les principaux faits, ſur leſquels je compte fonder quelque jour un nouveau travail, & tâcher en même temps de faire naître à quelqu'un l'envie d'y travailler auſſi de ſon côté, perſuadé que rien n'eſt plus propre à augmenter les connoiſſances que nous avons en Phyſique, que le concours du travail de pluſieurs perſonnes ſur une même matiére, mais il eſt temps de revenir à l'électricité vitrée.

J'ai eſſayé un grand nombre de diamants, & quoique tous ayent été rendus électriques par le frottement, & qu'ils ayent tous donné de la lumiére, il y a eu des différences très-conſidérables dans leurs effets, dont il eſt difficile de pouvoir aſſigner la cauſe; ce que je puis ſeulement dire en général, c'eſt que les plus gros diamants, comme du poids de 70 à 80 grains, ne ſont ni plus électriques, ni plus lumineux que les petits; que même la beauté & la netteté du diamant ne paroît pas y rien faire, mais la façon dont il eſt taillé n'eſt pas auſſi indifférente: j'ai toûjours trouvé que ceux qui ſont plats & ont une grande table, ſont moins électriques & moins lumineux que les brillants élevés.

Les diamants de couleur méritent une attention particuliére; de tous les jaunes que j'ai eſſayés, je n'en ai trouvé qu'un qui ne fût que médiocrement électrique; tous ont été très-lumineux: un très-beau diamant fleur de pêcher rendoit une lumiére conſidérable dès le premier frottement, & étoit électrique, mais moins que les jaunes; un verd n'a pris que difficilement de la lumiére, & cependant il étoit plus électrique que le précédent; un diamant bleu d'une aſſés grande étenduë, mais rempli de points & de glaces, n'a point donné de lumiére ſenſible étant frotté, il en ſortoit ſeulement quelques étincelles, lorſqu'après l'avoir frotté on en approchoit le doigt, cependant il étoit très-électrique; enfin un diamant couleur d'amethyſte faiſoit les mêmes effets, tant par rapport à la lumiére, que par rapport à l'électricité; j'adjoûterai que tous les diamants dont je viens de parler étoient brillantés: je les ai frottés ſur différents corps, ſans y

avoir remarqué de différence bien ſenſible, non plus que par rapport à la couleur de l'étoffe ſur laquelle je les frottois, quoique M. Boyle diſe y en avoir remarqué.

Les exemples que nous venons de rapporter ſuffiſent pour faire voir que la faculté de rendre de la lumiére n'eſt pas tellement dépendante de la vertu électrique, qu'il n'y ait des corps de même nature & de même eſpece, dont les uns ſont plus lumineux & moins électriques, & les autres au contraire plus électriques & moins lumineux; d'où il réſulte que quoique ces deux propriétés paroiſſent extrémement liées l'une à l'autre, elles ne tiennent pas cependant à la même cauſe; & on peut apporter une preuve bien ſimple & bien déciſive de cette différence, qui eſt que, ſi l'on frotte un diamant capable de devenir électrique & lumineux, & qu'après l'avoir frotté on le mouille, ou que ſimplement on l'humecte avec l'haleine, ſa vertu électrique ſe trouve anéantie ſur le champ, mais ſa lumiére ſubſiſte auſſi long-temps que s'il n'avoit point été mouillé.

J'ai fait les mêmes expériences ſur toutes les eſpeces de pierres précieuſes, mais les varietés qui en réſultent n'ont rien d'aſſés déterminé, pour qu'on puiſſe ſçavoir s'il les faut attribuer à la couleur, à la taille, à la dureté, ou à quelque autre cauſe moins connuë; ainſi je n'entrerai dans aucun détail à ce ſujet, & je me contenterai d'adjoûter aux autres principes découverts dans les Mémoires précédents, celui-ci; que la lumiére excitée par le frottement n'eſt pas tellement liée à l'électricité, qu'elle ne puiſſe ſubſiſter lorſque cette derniére propriété eſt anéantie par le moyen de l'humidité.

Je ne rappellerai point ici les expériences dont nous avons parlé dans les Mémoires précédents par rapport à la lumiére qui accompagne toûjours l'électricité du verre, mais j'obſerverai que ce Phoſphore ſi connu qui ſe fait en vuidant d'air un matras dans lequel il y a du Mercure, eſt une nouvelle preuve de la différence réelle qu'il y a entre la matiére qui ſert à l'électricité, & celle qui occaſionne la lumiére; car ſi l'on frotte ce matras dans l'obſcurité, il devient tout à la fois

électrique & lumineux; si au contraire on se contente d'agiter fortement le Mercure, il devient lumineux, comme l'on sçait, mais il ne contracte pas la moindre électricité.

La lumiére qui accompagne l'électricité n'est pas toûjours une simple lumiére, elle est quelquefois un feu réel & sensible, comme nous l'avons vû dans l'expérience que j'ai rapportée à la fin de mon troisiéme Mémoire; il est bon de la remettre sous les yeux en peu de mots, parce qu'elle tient à d'autres faits avec lesquels elle concourt pour l'établissement d'un autre nouveau principe.

On suspend une personne sur des cordes de soye, ou, ce qui revient au même, on la fait monter sur une planche qui est supportée par des pieds de verre, de cire, de soufre, de gomme lacque, &c. assés élevés pour que les écoulements électriques soient trop éloignés du plancher & des autres corps solides, pour pouvoir être détournés; on approche de cette personne le tube rendu électrique, sans néantmoins qu'il soit nécessaire de la toucher, cela suffit pour l'environner d'un tourbillon de matiére électrique qui se manifeste par tous les effets rapportés dans mon troisiéme Mémoire; mais celui de tous qui me paroît le plus surprenant, est que lorsqu'une autre personne approche la main de celle qui est ainsi suspenduë, il sort de la partie du corps de cette derniére, la plus proche de la main qu'on en approche, une étincelle de feu accompagnée d'un bruit très-sensible, & d'une lumiére plus vive de beaucoup que celle qui paroît dans toutes les autres expériences de l'électricité; cette lumiére est même, comme nous l'avons dit dans le Mémoire déja cité, accompagnée d'une douleur semblable à une picqueure ou à une brûlure, dont les deux personnes sont également affectées; & j'ai fait une observation qui est conforme à ce que nous avons vû plus haut, c'est qu'un morceau d'ambre, de verre, ou de tout autre corps naturellement électrique, ne fait point paroître cette étincelle, il faut que ce soit une matiére la plus contraire qu'il est possible à l'électricité, comme un corps vivant, un morceau de métal, de glace, toute sorte de matiére mouillée, &c.

Un animal vivant ſuſpendu de la même maniére, fait préciſément les mêmes effets; mais ſi c'eſt un animal mort, il ne paroît plus d'étincelles, on ne voit qu'une lumiére pâle & uniforme qui paroît ſortir de ce corps lorſqu'on en approche la main.

Le corps vivant d'un homme, ou d'un animal, eſt donc entouré d'une Atmoſphére, dont la matiére eſt capable d'allumer, pour ainſi dire, & de réduire en feu actuel la lumiére qui accompagne l'électricité vitrée. Je n'ai pas eu la commodité de faire la même expérience ſur l'électricité réſineuſe, parce qu'elle eſt en général plus foible, & que l'ambre, qui eſt le corps en qui elle eſt la plus forte, ſe trouve rarement en aſſés gros morceaux pour pouvoir faire un effet auſſi conſidérable que cela ſeroit néceſſaire pour réuſſir dans cette expérience; mais je ſuis perſuadé que cela arriveroit de même qu'avec le tube, ſi on ſe ſervoit de quelque corps qui eût à peu-près autant de vertu électrique.

J'ai fait depuis peu une autre expérience, qui prouve qu'il ſuffit pour produire ces étincelles brûlantes, de rendre électrique un corps vivant, ſoit que ce ſoit par lui-même qu'il le devienne, ou par la communication du tube, ou de quelque autre corps électrique. J'ai pris un Chat, dont j'ai rendu le poil fort électrique, en lui paſſant à pluſieurs repriſes la main ſur le dos; lorſqu'enſuite j'approchois mon autre main de ſes pattes, de ſon nés, ou de ſes oreilles, il en ſortoit de pareilles étincelles accompagnées de bruit & de douleur que le Chat paroiſſoit reſſentir très-vivement, par l'impatience qu'il marquoit de s'enfuir, & que je ſentois auſſi de mon côté dans le doigt ou dans la main.

Cette expérience, quoique très-ſimple, ne laiſſe pas de réuſſir aſſés difficilement; tous les Chats ne deviennent pas auſſi électriques les uns que les autres, cela dépend de la rudeſſe, ou de la douceur de leur poil, il faut choiſir ceux dont le poil eſt le plus rude; il faut de plus qu'il faſſe froid & ſec; & pour mieux réuſſir, il faut poſer le Chat ſur du taffetas, ou quelque autre étoffe de ſoye, ou ſur quelque matiére

résineuse, afin que le tourbillon électrique demeure plus abondant autour de son corps, & ne soit point détourné par les corps voisins. Je ne doute point que la même expérience ne puisse se faire de beaucoup d'autres façons, & peut-être que l'effet en seroit encore plus sensible; peut-être même pourroit-on porter ce feu jusqu'à embraser les corps combustibles. Dans un sujet aussi rempli de faits nouveaux & singuliers, il est permis de hasarder des conjectures; je crois donc que c'est un feu réel, ou une matiére très-propre à le devenir, qui sort des corps électriques; que cette matiére sortant d'un corps entouré d'une Atmosphére trop peu dense, ou à laquelle il manque peut-être des parties grasses ou sulphureuses, elle ne produit qu'une lumiére tranquille; que sortant du verre dont l'Atmosphére, lorsqu'il est rendu électrique, est chargée de parties sulphureuses que l'on sent très-distinctement à l'odorat, elle produit des étincelles qui frappent le visage ou la main très-sensiblement, mais ne sont pas assés embrasées pour qu'on en sente la chaleur; & qu'enfin lorsque cette matiére environne un corps vivant, soit qu'elle en sorte par le frottement, soit qu'elle y vienne par la communication & l'appproche du tube, ou de quelque autre corps électrique, elle trouve dans l'Atmosphére de ce corps un aliment convenable qui l'embrase, & la fait devenir un feu actuel capable de brûler & de causer de la douleur. Ainsi il est très-possible qu'on trouve quelque moyen de le réduire à un point d'activité capable d'allumer des corps combustibles, soit en enveloppant le corps animé de quelque matiére fort séche & combustible, & en rassemblant quelques-unes des circonstances les plus propres à augmenter l'action de ce feu, soit de quelque autre maniére que l'on peut imaginer, si l'on trouve que ce fait mérite qu'on se donne la peine de le suivre & de s'y arrêter.

Il nous reste à examiner l'effet des deux électricités jointes ensemble; nous avons rapporté au commencement de ce Mémoire une expérience singuliére de M. Hauksbée dans ce genre, qui consiste à faire tourner sur son axe un globe de

verre enduit intérieurement de cire d'Eſpagne, & dont l'air eſt exactement pompé. J'ai fait cette expérience avec grand ſoin, & elle eſt effectivement une des plus belles de celles qui concernent la lumiére des corps électriques.

Pour enduire de cire d'Eſpagne l'intérieur de ce globe, il ne faut que la pulvériſer, & après l'avoir introduite dans le globe, le tourner ſur ſon axe au-deſſus d'un réchaut plein de feu; on fait par ce moyen appliquer la cire aux endroits que l'on juge à propos. A meſure qu'elle ſe refroidit, elle ſe détache du verre en pluſieurs endroits, ce que l'on voit par les lames d'air qui s'y introduiſent, & les couleurs d'Iris qui en réſultent, & même elle s'éclatte & ſe fend en divers ſens, mais tout cela ne nuit en rien à l'expérience. Ayant ainſi préparé ce globe, j'en pompai l'air le plus exactement qu'il me fut poſſible, & je le fis tourner ſur ſon axe avec beaucoup de rapidité par le moyen du tour décrit dans mon premier Mémoire; à peine eus-je appliqué la main deſſus, qu'il parut beaucoup de lumiére dans l'intérieur du globe, elle étoit plus vive dans la partie où ma main étoit appliquée, que dans toute autre, & elle y étoit continuë; il ſe formoit outre cela des éclats de lumiére qui paroiſſoient partir de cet endroit, & s'élançoient de toutes parts dans l'intérieur du globe. Juſques-là ces phénomenes ſont très-peu différents de ceux qui arrivent avec le globe vuide d'air ſans être enduit de cire d'Eſpagne, mais voici ce qu'il y avoit de plus ſingulier, & que M. Haukſbée avoit regardé comme un des plus ſurprenants paradoxes qu'il y eût en phyſique; c'eſt qu'en regardant dans le globe par un endroit qu'à deſſein je n'avois point enduit de cire d'Eſpagne, on y voyoit une image de la main que je tenois appliquée ſur le globe, & que cela faiſoit le même effet que ſi ma main eût été lumineuſe, & la cire d'Eſpagne aſſés tranſparente pour qu'on la vît à travers.

Un peu de réflexion me fit connoître la raiſon de ce phenomene; j'obſervai que lorſque j'appliquois le bout de mon doigt ſur la ſurface du globe, cela excitoit en-dedans une

lumiére qui sortoit de la cire d'Espagne dans le seul endroit où mon doigt étoit appliqué: lorsque j'appliquois ma main toute entiére, la lumiére sortoit pareillement de tous les endroits où ma main touchoit le globe, mais comme dans l'intervalle de mes doigts le globe n'étoit point frotté, (car je le suppose toûjours tournant sur son axe); il s'ensuit qu'il ne paroissoit point de lumiére vis-à-vis cet intervalle, non plus qu'au-delà du contour extérieur de ma main, & par conséquent l'image de la main & des doigts étoit exactement figurée par la lumiére qui, partant de tous les points d'attouchement & traversant la cire, se faisoit voir au-dedans du globe.

Lorsque j'appuyois médiocrement la paume de la main sur le globe, les plis naturels qui y sont & les principaux traits ne portoient point sur le globe, ce qui causoit une ombre vis-à-vis ces traits, & par conséquent les dessinoit assés correctement sur cette image lumineuse de la main; mais lorsque j'appuyois plus fortement sur le globe, ces ombres disparoissoient, toute la paume de la main étoit lumineuse, & il n'y avoit plus de sensible que le contour extérieur qui demeurant obscur, formoit toûjours une image lumineuse de la main; ainsi ce fait se réduit à prouver qu'un globe enduit de cire d'Espagne intérieurement & vuidé d'air tournant sur son axe, si l'on vient à le toucher extérieurement, il part de tous les points d'attouchement une lumiére qui passe à travers la cire d'Espagne & paroît dans l'intérieur du globe. J'ai déja rapporté dans mon troisiéme Mémoire qu'une plaque de cire d'Espagne n'empêche point l'action des corps électriques, & que le tube attire & repousse des feuilles d'or à travers cette plaque; on voit que c'est ici le même fait, & que, quoique les pores de la cire d'Espagne ne soient point permeables à la lumiére ordinaire, ils le sont néantmoins à la matiére de l'électricité, & lorsque cette matiére est lumineuse, comme dans l'expérience présente, il en résulte les faits que nous venons de décrire.

J'ai appuyé sur le globe pendant sa rotation, de la laine,

du papier, du linge, de la soye; la laine & le papier n'ont donné aucune lumiére, le linge très-peu, & la soye davantage, mais aucune de ces matiéres n'a fait, à beaucoup près, aussi bien que la main; les corps durs comme le bois, les métaux, &c. n'ont rien fait non plus, il faut une matiére souple, & qui occasionne un frottement, tel que celui qui est nécessaire dans les autres expériences de l'électricité.

J'ai enduit un pareil globe de gomme lacque pure, & les effets n'en ont point été différents, quoique cette gomme fût transparente; j'en ai enduit un autre de soufre, mais le soufre diminuë de volume en refroidissant, ce qui fait détacher l'enduit entiérement, & il se brise lorsque l'on vient à faire tourner le globe. J'ai fait les mêmes expériences avec des tuyaux de verre, mais les différences sont peu considérables, & ne m'ont pas paru pouvoir nous rien apprendre de plus sur le fait de la lumiére, ni de l'électricité, ainsi je n'en rapporterai ici aucune.

Je finirai donc ici ce Mémoire qui est le dernier des six que je m'étois proposé de faire dès le commencement de mon travail sur cette matiére, & dans chacun desquels j'avois formé le plan d'examiner quelques-unes des principales propriétés de l'électricité; quoique cet examen ne nous ait pas donné la connoissance des causes physiques & primordiales de l'électricité, il nous a néantmoins conduit à découvrir plusieurs principes inconnus jusqu'à présent, qui simplifient considérablement la théorie de l'électricité, & qui serviront à l'avenir de base & de fondement à ceux qui voudront faire de nouvelles recherches sur une matiére si féconde, & sur laquelle il y a, selon toutes les apparences, encore un grand nombre de découvertes à faire. Voici en peu de mots quels sont ces principes dont on trouve le détail & les preuves, tant dans ce Mémoire que dans les précédents.

1.° Tous les corps qui sont dans la Nature sont susceptibles d'électricité, à l'exception des métaux & des matiéres qui ne sont pas de consistence à pouvoir être frottées. 2.° Mémoire sur l'Electricité.

2.° Tous, sans exception, même les liquides, deviennent électriques par communication, la flamme seule ne le devient point, & n'est point attirée par les corps électriques.

3.° Les corps naturellement électriques sont les seuls qui le puissent devenir par communication étant posés sur un appui ou base de métal, de bois, ou d'autre matiére qui n'est que peu ou point électrique; & au contraire, ils le deviennent moins que tout autre sur une base disposée à l'électricité.

3.e Mémoire sur l'Electricité.

4.° Les matiéres naturellement électriques interposées entre le tube & les feuilles d'or, ou autres corps legers, laissent passer les écoulements électriques, au lieu que toutes les autres matiéres les interceptent.

5.° Les électriques sont les moins propres de tous à transmettre au loin l'électricité, & les corps mouillés sont les plus propres.

6.° Le plus grand vent ne détourne point les écoulements électriques, que l'on fait communiquer au-delà de 1250 pieds au moyen d'une corde ou de quelqu'autre corps continu.

7.° Les corps de même nature s'impreignent de l'électricité, ou l'interceptent à peu-près en raison de leur volume.

8.° Il sort des étincelles brûlantes d'un corps vivant rendu électrique par la communication du tube, & cette lumiére ne cause aucune sensation de douleur, si elle sort d'un corps inanimé.

4.e Mémoire sur l'Electricité.

9.° Il y a deux électricités différentes & distinctes l'une de l'autre, sçavoir, la vitrée & la résineuse, dont l'une attire les corps repoussés par l'autre.

10.° Les corps électriques attirent toûjours & indistinctement tous ceux qui ne le sont point, & repoussent au contraire tous ceux qui sont doués de celle des deux électricités qui est de même espece que la leur.

11.° L'air humide & chargé de vapeurs, nuit à l'électricité, de quelque nature qu'elle soit, & diminue considérablement ses effets.

5.e Mémoire sur l'Electricité.

12.° Les corps électriques placés dans le vuide, y exercent leur action, mais la matiére de l'électricité se porte plûtôt dans le vuide que dans le plein, en sorte qu'un tube ou un globe vuidé d'air, ne fait d'effet sensible que dans son intérieur. Ces deux derniéres observations avoient déja été faites par M.rs Boyle, Hauksbée & Gray, mais avec quelque différence, comme on le peut voir dans le Mémoire cité ci-dessus.

13.° L'air condensé dans l'intérieur du tube paroît nuire autant que l'air rarefié aux effets extérieurs de l'électricité.

14.° Tous les corps dont l'électricité est un peu considérable, soit qu'elle soit vitrée ou résineuse, sont lumineux, avec quelques différences néantmoins dans la lumiére qui y est excitée par le frottement.

6.e Mémoire sur l'Electricité.

15.° La matiére de cette espece de lumiére n'est pas la même que celle de l'électricité, l'une de ces deux propriétés pouvant subsister indépendamment de l'autre.

16.° Enfin les corps résineux, quoiqu'opaques, donnent un libre passage à la lumiére, lorsqu'elle émane de la matiére électrique, ou du moins qu'elle en est accompagnée, ainsi qu'on vient de le voir dans la derniére expérience de M. Hauksbée.

Voilà les principes, ou, si l'on veut, les faits simples & primitifs auxquels se peuvent réduire toutes les expériences sur l'Electricité, qui sont connuës; le nombre de ces principes diminuera vraisemblablement à mesure que l'on parviendra à une connoissance plus exacte de cette merveilleuse propriété de la matiére, qui jusqu'à présent n'étoit indiquée que par quelques expériences très-compliquées qui l'avoient fait

juger particuliére à certaines matiéres, & dépendante de circonstances bisarres, & dans lesquelles il ne se trouvoit presque rien d'assûré ni de positif. Aujourd'hui c'est peut-être une qualité de la matiére en général dépendante de principes invariables, assujettie à des loix exactes, & qui peut influer beaucoup plus que nous ne pensons, sur l'œconomie du globe; mais faute d'avoir été considérée dans ce point de vûë, nous n'en avons que des connoissances superficielles; j'espere que nous n'en demeurerons pas là, & je suis persuadé que les Amateurs de la Physique ne négligeront pas un champ si fertile, & pour ainsi dire, un nouveau monde, dans lequel il reste vraisemblablement tant de découvertes intéressantes à faire.



PROBLEME.

Une Courbe étant donnée, trouver celle qui seroit décrite par le sommet d'un Angle dont les côtés toucheroient continuellement la Courbe donnée; & réciproquement la Courbe qui doit être décrite par le sommet de l'Angle, étant donnée, trouver celle qui sera touchée par les côtés.

Par M. FONTAINE.

LE Probleme direct n'a aucune difficulté, aussi n'est-ce que de l'inverse dont il sera ici question. Nous aurons besoin, pour le résoudre, de sçavoir trouver des Courbes dont les points pris deux à deux ayent une relation donnée; & comme M. Newton donna en 1697, dans les Journaux de Leypsick, une méthode pour cela, nous commencerons par la rappeller ici en forme de Lemme.

LEMME I.

Supposons qu'on demande une Courbe BMN qui ait la propriété qu'exprime l'équation $y^2 + y'^2 = a^2$ ($Ap = x$, $pM = y$, $pN = y'$,) puisqu'à chaque point p de l'abscisse l'ordonnée a deux valeurs, l'équation à la courbe BMN aura cette forme $y^2 + Qy + R = 0$ (Q & R sont des quantités composées de x & de constantes,); & en résolvant cette équation, on aura $y = -\frac{1}{2}Q - \sqrt{\frac{1}{4}Q^2 - R}$ & $y' = -\frac{1}{2}Q + \sqrt{\frac{1}{4}Q^2 - R}$, $y^2 = \frac{1}{2}Q^2 - R + Q\sqrt{\frac{1}{4}Q^2 - R}$ & $y'^2 = \frac{1}{2}Q^2 - R - Q\sqrt{\frac{1}{4}Q^2 - R}$, donc par la condition donnée $Q^2 - 2R = a^2$, & par conséquent $R = \frac{Q^2 - a^2}{2}$, ainsi toutes les courbes exprimées par l'équation $y^2 + Qy + \frac{Q^2 - a^2}{2} = 0$ dans laquelle on pourra donner à Q telle Fig. 1.

valeur qu'on voudra en x, auront la propriété demandée, & on ne sçauroit avoir de ces courbes une équation plus générale; si la relation donnée étoit entre trois ordonnées, alors on prendroit une équation du 3me degré; si entre quatre une du 4me, &c. Si on veut qu'il y ait des ordonnées positives, & d'autres négatives, on prendra une équation dans laquelle cette condition soit remplie. Enfin on voit bien que cette méthode ne laisse rien à desirer, mais on doit observer, comme l'a fait M. Newton, que pour que le Probleme soit possible, il faut nécessairement que la relation à laquelle on veut satisfaire soit exprimée, par une équation dans laquelle les ordonnées entrent toutes de la même maniére; car si on proposoit, par exemple, comme le faisoit M. Jean Bernoulli, de trouver une Courbe dont la propriété fût que le quarré de l'une des ordonnées par l'ordonnée correspondante fît toûjours un même produit, alors je demanderois de laquelle des deux ordonnées on veut que je prenne le quarré, pour le multiplier par l'autre ordonnée, étant bien évident qu'à moins que toutes les ordonnées fussent égales, il ne sçauroit être indifférent de prendre le quarré de l'une des deux, & de le multiplier par l'autre pour avoir un produit déterminé. Si on me dit que c'est le quarré de la plus grande qui doit être multiplié par la plus petite, alors il n'y aura plus une loi uniforme dans toute la courbe, ce qui est impossible, l'ordonnée à l'une des branches qui est d'abord plus grande devenant à son tour plus petite.

LEMME II.

La loi de l'Angle TMP *étant donnée, trouver la Courbe touchée par la ligne* Mp.

Fig. 2. Soit prise sur Mp une ligne Ma égale au parametre p de la courbe AMN; & du point a soit menée sur TM la perpendiculaire ab, & soit $Mb = \varphi$ (par φ j'entends une fonction des coordonnées z & u de la courbe AM), la différence de Mb étant $d\varphi$, celle de l'angle TMp sera $-\frac{d\varphi}{\sqrt{p^2-\varphi^2}}$.

du

du point M qu'on mene sur TM la perpendiculaire Mq, & du point N la ligne Nq qui fasse sur la tangente tN un angle tNq qui differe autant d'un droit que l'angle tNp differe de l'angle TMp; ensuite qu'on imagine que l'angle TNt s'ouvre jusqu'à ce que l'angle tNq soit droit, & le nouvel angle de contingence sera $-\frac{dzddu}{dz^2+du^2}+\frac{d\varphi}{\sqrt{p^2-\varphi^2}}$; & comme le rayon de la développée est toûjours égal au côté de la courbe divisé par l'angle de contingence, on aura

$$Mq = \frac{\sqrt{dz^2+du^2}}{-\frac{dzddu}{dz^2+du^2}+\frac{d\varphi}{\sqrt{p^2-\varphi^2}}},$$

& par le moyen des triangles semblables MNL, Mba, & MpL, MqN, on aura

$$Mp = \frac{\sqrt{dz^2+du^2}.\sqrt{p^2-\varphi^2}}{-\frac{pdzddu}{dz^2+du^2}+\frac{pd\varphi}{\sqrt{p^2-\varphi^2}}}.$$

Nommant maintenant x & y les coordonnées au point p de la courbe touchée, si on fait le calcul comme pour les développées ordinaires, on trouvera

$$x = \frac{\sqrt{p^2-\varphi^2}.(du\sqrt{p^2-\varphi^2}-\varphi dz)}{p^2.(-\frac{dzddu}{dz^2+du^2}+\frac{d\varphi}{\sqrt{p^2-\varphi^2}})}+z$$

&

$$y = \frac{\sqrt{p^2-\varphi^2}.(dz\sqrt{p^2-\varphi^2}+\varphi du)}{p^2(-\frac{dzddu}{dz^2+du^2}+\frac{d\varphi}{\sqrt{p^2-\varphi^2}})}-u.$$

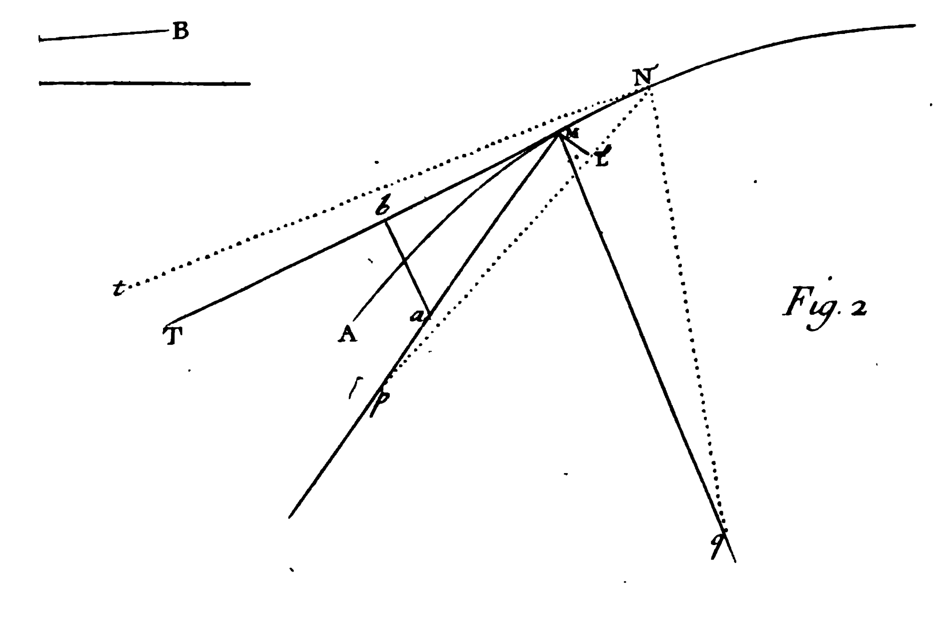
SOLUTION.

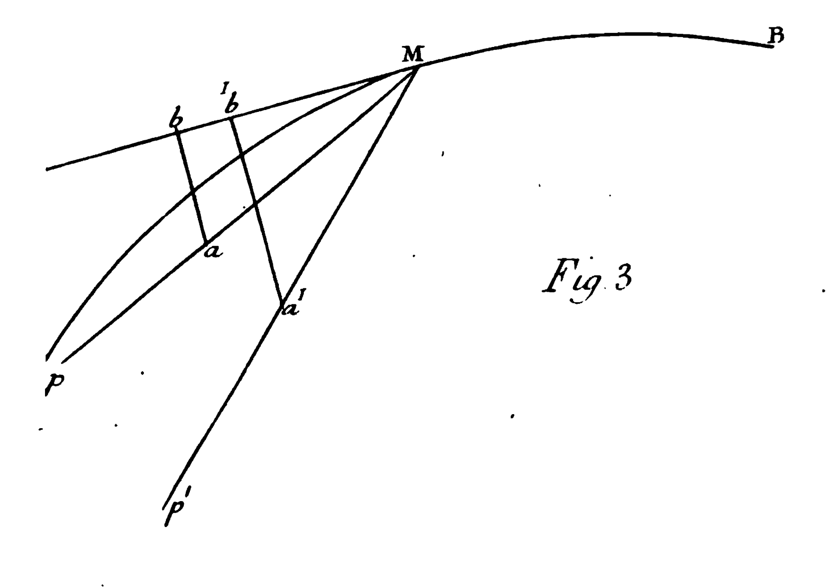
Que AMB soit la courbe donnée, & concevons que les côtés de l'angle CMD ont dans la figure la position qu'ils doivent avoir, lorsque son sommet est parvenu au point M, je nomme φ le cosinus de l'angle CMT, & φ' celui de l'angle DMT; & supposant le rayon $= p$, le sinus de l'angle donné $CMD = n$, son cosinus $= m$, je trouve entre φ & φ' cette équation $\varphi^2 - \frac{2m}{p}\varphi\varphi' + \varphi'^2 = nn$, qui a, comme on le voit, les conditions que nous avons dit être Fig. 3.

néceſſaires pour pouvoir appartenir à une ſeule courbe dont l'abſciſſe ſera celle de la courbe AMB & $= z$, & les deux ordonnées ſeront φ & φ'. Suppoſons donc que l'équation à cette courbe ſoit $\varphi^2 + Q\varphi + R = 0$ (on ſe ſouvient que Q & R ſont des quantités qui dépendent de z & de p), & nous aurons $\varphi = -\frac{1}{2}Q + \sqrt{\frac{1}{4}Q^2 - R}$, & $\varphi' = -\frac{1}{2}Q - \sqrt{\frac{1}{4}Q^2 - R}$. Subſtituons ces valeurs & leurs quarrés dans l'équation à laquelle nous devons ſatisfaire, & nous trouverons $Q^2 - 2R - \frac{2m}{p}R = nn$, & par conſéquent $R = \frac{Q^2 - nn}{2.(\frac{p+m}{p})}$, donc $\varphi = -\frac{1}{2}Q + \frac{1}{2\sqrt{p+m}}\sqrt{(m-p)Q^2 + 2pnn}$ & $\varphi' = -\frac{1}{2}Q - \frac{1}{2\sqrt{p+m}}\sqrt{(m-p)Q^2 + 2pnn}$. Mais nous avons appris dans le Lemme ſecond à trouver la courbe touchée, la loi de l'angle TMC ou TMD étant donnée, & nous venons de déterminer cette loi en trouvant le ſinus de cet angle convenable aux conditions de notre Probleme, donc il eſt réſolu.






B
N
M
L
b
t
T
A
a
p
q
Fig. 2


M
B
b
b
a
a
p
p'
Fig 3

REMARQUES
SUR
LA METHODE DE M. FONTAINE,

Pour résoudre le Probleme où il s'agit de trouver une Courbe qui touche les côtés d'un Angle constant dont le sommet glisse dans une Courbe donnée.

Par M. CLAIRAUT.

LA Méthode de M. Fontaine consiste en ceci :

Soit *AM* la courbe donnée, *CMD* les côtés de l'angle constant dans une position quelconque, φ le cosinus de l'angle *TMC*, φ' celui de l'angle *TMD*, *m* le cosinus de l'angle constant *CMN*, *n* le sinus, *p* étant le rayon, on trouvera entre φ & φ' cette équation $\varphi\varphi - \frac{2m}{p}\varphi'\varphi + \varphi'^2 = nn$. Pour satisfaire à cette équation, on prendra $\varphi = -\frac{1}{2}Q + \frac{1}{2\sqrt{p+m}}\sqrt{(m-p)Q^2 + 2pnn}$ & $\varphi' = -\frac{1}{2}Q - \frac{1}{2\sqrt{p+m}}\sqrt{(m-p)Q^2 + 2pnn}$ [par *Q* on entend une fonction quelconque de l'abscisse *z* de la courbe donnée]. Cette valeur de φ qui ne differe de celle de φ' que par le signe du radical, fait que l'équation générale $\varphi = -\frac{1}{2}Q \pm \frac{1}{2\sqrt{p+m}}\sqrt{(m-p)Q^2 + 2pnn}$ détermine la courbe cherchée, puisque le Probleme se réduit à trouver la courbe qui touche les côtés *MC* placés par l'équation précédente. On peut parvenir de différentes façons à achever le Probleme alors. M. Fontaine avoit commencé par un Lemme qui, en supposant que φ fût donné, donnoit les coordonnées de la courbe cherchée . . . . Fig. 1.

$$x = \frac{\sqrt{p^2 - \varphi^2}\,(du\sqrt{p^2 - \varphi^2} - \varphi\,dz)}{p\left(-\frac{dz\,ddu}{dz^2 + du^2} + \frac{d\varphi}{\sqrt{p^2 - \varphi^2}}\right)} + z$$

$$\&\ y = \frac{\sqrt{p^2 - \varphi^2}\,(dz\sqrt{p^2 - \varphi^2} + \varphi\,du)}{p^2\left(-\frac{dz\,ddu}{dz^2 + du^2} + \frac{d\varphi}{\sqrt{p^2 - \varphi^2}}\right)} - u.$$

Ainſi cela termine ſa Solution.

Voici préſentement ce qu'on peut, ce me ſemble, objecter à cette Solution. Lorſque l'on a trouvé la valeur de $\varphi = -\frac{1}{2}Q \pm \frac{1}{2\sqrt{p+m}}\sqrt{(m-p)\,Q^2 + 2pnn}$, & que l'on veut employer cette valeur pour la ſubſtituer dans les valeurs générales de x & de y, on eſt obligé d'avoir $\sqrt{pp - \varphi\varphi}$ qui eſt alors $\sqrt{[pp - \frac{1}{4}QQ \pm \frac{1}{2}\frac{Q}{\sqrt{p+m}}\sqrt{(m-p\,Q^2 + 2pnn)} - \frac{1}{4.\,p+m}(\overline{m-p}\,Q^2 + 2pnn)]}$.

Mais il eſt à remarquer dans cette grande expreſſion que tout ce qui eſt ſous le ſigne radical eſt un quarré, en ſorte qu'elle ſe réduit à . . . .

$$\pm\left[-\tfrac{1}{2}Q\frac{\sqrt{p-m}}{\sqrt{p+m}} \pm \frac{1}{2\sqrt{p-m}}\sqrt{(\overline{m-p}\,Q^2 + 2pnn)}\right].$$

Dans ce cas les valeurs de x & de y, au lieu d'exprimer une ſeule & même courbe, en expriment deux, l'une en prenant le ſigne $+$, & l'autre en prenant le ſigne $-$, & il me ſemble que M. Fontaine doit démontrer que chacune de ces courbes a la propriété demandée, & non pas que ces deux courbes enſemble ſont touchées par les côtés de l'angle conſtant. Car il eſt très-naturel de penſer qu'il ſe pourroit bien faire que pour avoir les deux branches touchées par les deux côtés de l'angle, il faut prendre la quantité précédente de ces deux maniéres

$$-\frac{1}{2}Q\frac{\sqrt{p-m}}{\sqrt{p+m}}-\frac{1}{2\sqrt{p-m}}\sqrt{(m-p\,Q^2+2pnn)}$$

$$\&\ +\frac{1}{2}Q\frac{\sqrt{p-m}}{\sqrt{p+m}}-\frac{1}{2\sqrt{p-m}}\sqrt{(m-p\,Q^2+2pnn)},$$

ce qui ne donneroit pas la même courbe, car il faudroit au contraire se servir des deux expressions

$$-\frac{1}{2}Q\frac{\sqrt{p-m}}{\sqrt{p+m}}-\frac{1}{2\sqrt{p-m}}\sqrt{(m-p\,Q^2+2pnn)}$$

$$\&\ +\frac{1}{2}Q\frac{\sqrt{p-m}}{\sqrt{p+m}}+\frac{1}{2\sqrt{p-m}}\sqrt{(m-p\,Q^2+2pnn)}.$$

En se servant de ces deux expressions, on auroit bien la même courbe, mais ne se peut-il pas faire que les tangentes, au lieu d'être placées de maniére que *TMD*—*TMC*, ou l'angle *CMD*, soit constant, ce soit l'angle *TMD*+*TMC* qui soit constant, de sorte qu'en supposant une autre courbe qui touche les côtés *Ma''*, *Ma'''*, des angles *a''Mb*, *a'''Mb*, égaux à *aMb*, *a'Mb*, on a un assemblage de deux courbes touchées par l'angle constant *a''Ma* ou *a'''Ma*. Cette autre courbe *cD* seroit en ce cas celle qui viendroit par l'expression $+\frac{1}{2}Q\frac{\sqrt{p-m}}{\sqrt{p+m}}\pm\frac{1}{2\sqrt{p-m}}\sqrt{(m-p\,Q^2+2pnn)}$ qui est renfermée dans l'expression générale qui s'est trouvée un quarré. Il me semble que l'on est en droit de penser que cela peut arriver ainsi dans la Solution de M. Fontaine, jusqu'à ce qu'on voye une démonstration du contraire, car il n'y a rien dans sa Solution qui réponde à cette objection. Car quoique par la construction de M. Fontaine, pour un même z qui répond au point *M*, on ait deux cosinus *Mb* & *Mb'* qui ont ensemble la relation exprimée par l'équation $\varphi\varphi-\frac{2m}{n}\varphi'\varphi+\varphi'\varphi'=nn$ qui fait que la différence des angles *bMa*, *b'Ma'*, est constante, & qui a les conditions nécessaires pour être possible.

Il est à remarquer que les sinus Mb & Mb' donnent aussi-bien la position des lignes Ma'', Ma''', que celle des lignes Ma & Ma', un cosinus ou un sinus peut être positif, quoique la tangente MC, Mc, soit en dessus ou en dessous.

Il n'en seroit pas de même si l'expression de la tangente de l'angle aMb satisfaisoit à la relation requise, pour que l'angle $a'Mb$ surpasse l'angle aMb d'un angle constant. Car supposons que $aM = p$ pris sur la touchante MT de la courbe donnée MT, soit le rayon pendant que la perpendiculaire aff' donne les tangentes af & af' à l'angle aMf'. Si l'on avoit une équation de la courbe cherchée entre l'abscisse z de la courbe donnée au point M, & la tangente de l'angle aMf ou aMf', de façon que pour un z on eût deux valeurs pour af & af', qui fussent telles que $aMf' - aMf$ fût constant, il n'y auroit pas à choisir à poser ces tangentes en dessus ou en dessous.

Mais comme de l'expression que M. Fontaine trouve pour les cosinus Mb, φ, & Mb', φ', on peut tirer celle des tangentes af & af' des angles bMa & bMa', nous allons vérifier si elles sont telles que $aMf' - aMf$ soit constant.

Il est clair que $\frac{p\sqrt{pp-\varphi\varphi}}{\varphi}$ & $\frac{p\sqrt{pp-\varphi'\varphi'}}{\varphi}$ seront les tangentes af & af'. Comme ces tangentes, ainsi que les cosinus, ne different que par les signes des radicaux qui entrent dans leurs expressions, il suffira de réduire l'expression $\frac{p\sqrt{pp-\varphi\varphi}}{\varphi}$, & l'on en tirera aussi-tôt celle de $\frac{p\sqrt{pp-\varphi'\varphi'}}{\varphi'}$.

Pour cela on reprendra l'expression que nous avons trouvée de $\sqrt{pp-\varphi\varphi}$, & l'on aura af ou $\frac{p\sqrt{pp-\varphi\varphi}}{\varphi}$

$$= p\left[\frac{-\frac{1}{2}Q\frac{\sqrt{p-m}}{\sqrt{p+m}} - \frac{1}{2\sqrt{p-m}}\sqrt{(m-pQQ+2pnn)}}{-\frac{1}{2}Q + \frac{1}{2\sqrt{p+m}}\sqrt{(m-pQQ+2pnn)}}\right]$$ qui

donnera af' ou $\frac{p\sqrt{pp-\varphi'\varphi'}}{\varphi'}$ . . . . =

$$= p \left[\frac{-\frac{1}{2}Q \cdot \frac{\sqrt{p-m}}{\sqrt{p+m}} + \frac{1}{2\sqrt{p-m}} \sqrt{(m - pQQ + 2pnn)}}{-\frac{1}{2}Q - \frac{1}{2\sqrt{p+m}} \sqrt{(m - pQQ + 2pnn)}} \right].$$

On peut démontrer préſentement que ces deux valeurs de af & de af' ſont telles que la ſomme des angles aMf & aMf' eſt conſtante, au lieu de la différence. Pour avoir l'angle conſtant fMf'; ſoit t & t' les tangentes de deux angles dont on veut trouver la ſomme, le rayon étant p, $\frac{pt+pt'}{pp-tt'}$ ſera la cotangente de la ſomme des deux angles. C'eſt un Lemme facile qu'on peut ſuppoſer, ſi l'on ſubſtituë dans cette valeur $\frac{pt+pt'}{pp-tt'}$ pour t & t' les valeurs précédentes de af & de af, on aura, après les réductions, $\frac{p\sqrt{pp-mm}}{m}$ qui eſt la cotangente de l'angle dont le ſinus eſt n, c'eſt-à-dire, de l'angle CMD, en ſorte que les courbes de M. Fontaine ne touchent que les côtés de deux angles aMf', aMf, qui ſe ſurpaſſent d'un angle conſtant, & qu'il faut une ſeconde courbe qui touche les côtés des deux angles $a''Mb$, $a'''Mb$, pour faire l'aſſemblage de deux courbes qui ſoient touchées par l'angle $a''Ma'$ ou $a'''Ma$. Ce qui n'eſt pas le Probleme propoſé. Fig. 2. Fig. 1.

On peut rendre tout ce que je viens de dire plus clair, en prenant un cas particulier, par exemple, celui où l'angle conſtant eſt droit, dont j'ai donné une Solution dans ce Volume, p. 206. Examinons ſi la Solution de M. Fontaine donne ce cas-là.

Les tangentes af & af' des angles TMC, TMD, deviendront $\frac{p(\frac{1}{2}Q + \frac{1}{2}\sqrt{2pp-QQ})}{\frac{1}{2}Q - \frac{1}{2}\sqrt{2pp-QQ}}$ & $\frac{p(\frac{1}{2}Q - \frac{1}{2}\sqrt{2pp-QQ})}{\frac{1}{2}Q + \frac{1}{2}\sqrt{2pp-QQ}}$.

Je dis que ces tangentes ſont celles de deux angles aMC, aMD, dont les côtés MC & MD, qui touchent la courbe cherchée, ne ſont pas à angles droits comme le Probleme

le demande, mais placées de façon que $aMf + aMf'$ est un angle droit. Car 1.° ces deux valeurs ne peuvent être que toutes deux positives, ou toutes deux négatives; par conséquent les côtés *MC, MD*, ne peuvent être distants l'un de l'autre d'un angle droit. 2.° Le produit de ces deux quantités est pp, ce qui rend les triangles aMf, aMf' semblables ; par conséquent l'angle $aMf + aMf'$ vaut un droit.

Pour que les deux côtés *aM* fussent à angles droits, il auroit fallu que le produit des quantités précédentes eût été $-pp$, c'est-à-dire, qu'une des tangentes af ou af' eût été négative, & eût porté le côté Mf' de l'autre côté de *MT*, ainsi que cela se trouve dans ma Solution.

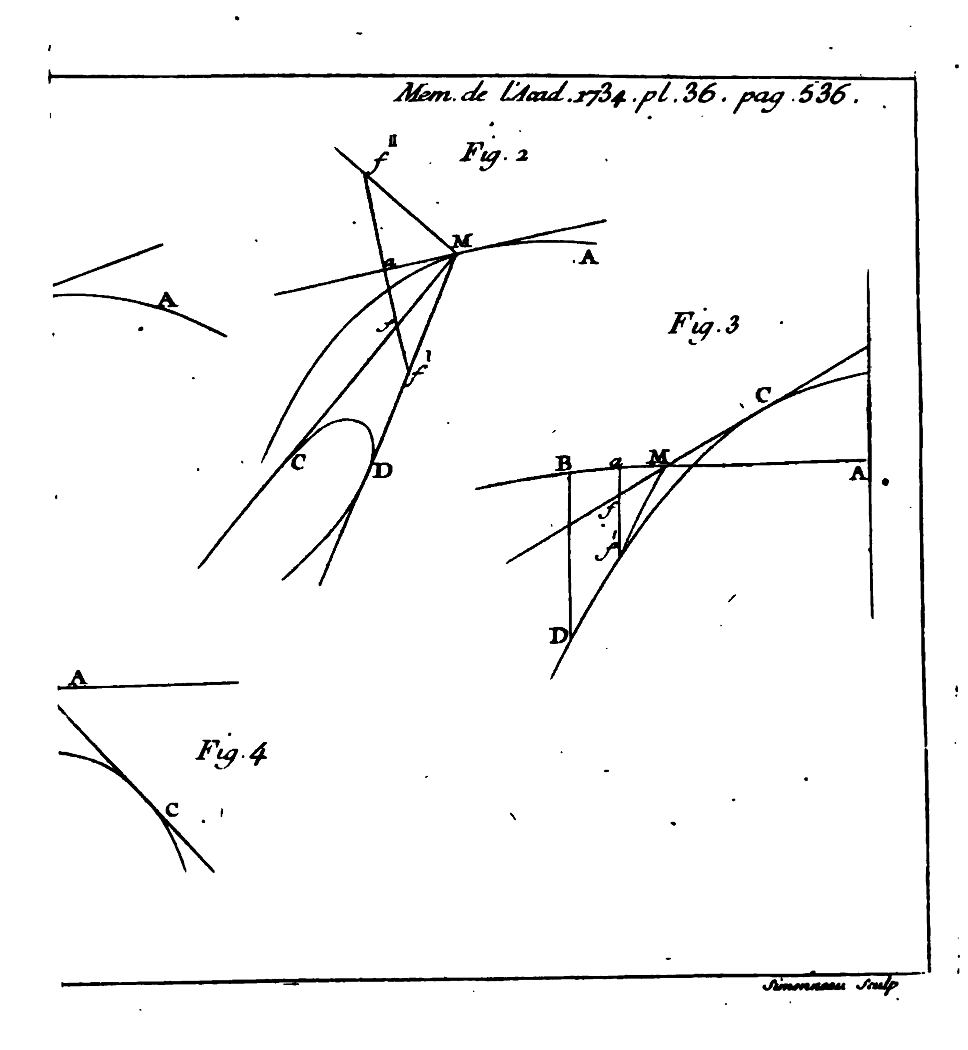
Selon les principes que j'ai donnés, il faudroit prendre, au lieu des quantités précédentes, des valeurs, comme $R + \sqrt{RR + pp}$ & $R - \sqrt{RR + pp}$ (par R on entend une fonction quelconque de z) dont le produit est $-pp$, & l'on auroit des tangentes af & af'' opposées l'une à l'autre, qui donneroient des droites Mf, Mf'', à angles droits, ce qui n'arrivera point de la façon de M. Fontaine, c'est-à-dire, en prenant pour af & af' des valeurs dont le produit soit $+pp$.

Nous finirons ces remarques par un exemple très-simple, où les valeurs des tangentes des angles aMf, aMf', donnent $+pp$ par leur produit, au lieu de $-pp$. Que ces valeurs soient $z + \sqrt{zz - pp}$ & $z - \sqrt{zz - pp}$, & que la courbe *AM* ne soit qu'une ligne droite exprimée par l'équation $u = 0$. Pour trouver l'équation entre AB, x, & BD, y, AM étant z, aM, p, & af', $z + \sqrt{zz - pp}$, on peut se servir des formules de M. Fontaine, ou de la 8me Section des Infiniment-petits, en faisant cette équation

Fig. 3.

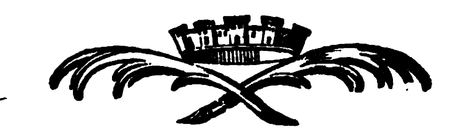
$$\frac{x-z}{y} = \frac{p}{z+\sqrt{zz-pp}} \text{ ou } x - z\,(z + \sqrt{zz - pp}) = py,$$

& en prenant ensuite sa différence, en supposant x & y constants,


Mem. de l'Acad. 1734. pl. 36. pag. 536.
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
A
M
a
f
C
D
B
Simonneau Sculp

constants, ce qui donne $\overline{x-z}\,(dz + \frac{zdz}{\sqrt{zz-pp}}) +$ $+ dz\,(z + \sqrt{zz-pp}) = 0$, ou $\frac{\overline{x-z}}{\sqrt{zz-pp}} \times$ $\times\, dz\,(z + \sqrt{zz-pp}) = dz\,(z + \sqrt{zz-pp})$ ou $x = z + \sqrt{zz-pp}$, qui étant substituée dans $\overline{x-z}\,(z+\sqrt{zz-pp}) = py$, donne, après l'évanouissement de z, $2py - pp = xx$, équation à une parabole *DC* dont *BM* est une perpendiculaire à l'axe passant par le foyer qui est *A*, le parametre étant $2p$. On voit aisément que cette parabole ne peut pas être touchée par un angle droit dont le sommet se mouvroit dans *AMB*, mais que l'angle *CMD* qui la touche est la différence, ou plûtôt le complément à deux droits de la différence de deux angles *BMf*, *BMf'*, dont la somme est un angle droit, ce qui n'est pas la solution du Probleme proposé.

Si l'on avoit pris, suivant ce que j'ai enseigné dans mon Mémoire, pour *af*, $z + \sqrt{zz+pp}$, dont le produit par *af*, $z - \sqrt{zz+pp}$, donne $-pp$, on auroit eu $2py + pp = xx$ qui exprime une parabole dont *BA* est la directrice avec le même parametre que la précédente, & cette parabole dans tous ses points peut être touchée par les deux côtés de l'angle droit *DMC*, dont le sommet *M* est dans la droite *AB*. Fig. 4.



REPONSE
AUX REMARQUES PRECEDENTES.

Par M. FONTAINE.

1.° SI vous prenés $\sqrt{p^2 - \varphi^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{p-m}{p+m}}.Q + \frac{1}{2\sqrt{p-m}}\sqrt{2pnn - (p-m)Q^2}$.

Il faudra prendre $\sqrt{p^2 - \varphi'^2} = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{p-m}{p+m}}.Q + \frac{1}{2\sqrt{p-m}}\sqrt{2pnn - (p-m)Q^2}$.

Et si vous prenés $\sqrt{p^2 - \varphi^2} = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{p-m}{p+m}}.Q - \frac{1}{2\sqrt{p-m}}\sqrt{2pnn - (p-m)Q^2}$.

Il faudra prendre $\sqrt{p^2 - \varphi'^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{p-m}{p+m}}.Q - \frac{1}{2\sqrt{p-m}}\sqrt{2pnn - (p-m)Q^2}$.

Fig. 3. Car à cause de l'angle constant aMa' il y a un même rapport entre les sinus ab, $a'b'$, qu'entre les cosinus Mb, $M'b'$; or ce rapport détermine les signes de la maniére précédente.

2.° Puisque pour chaque z il doit y avoir deux sinus, deux cosinus, deux tangentes, deux, &c. il est évident par le Lemme premier, que Q doit être un radical, parce que c'est sur son coëfficient que tombe la différence des signes.

3.° Enfin on aura la même courbe, soit qu'on substituë dans les formules du Lemme second les valeurs de Mb & de ab, ou celles de Mb' & de $a'b'$. Donc, &c.

SUR LE MERCURE.

Par M. BOERRHAVE.

J'ECRIVIS l'année passée quelques Observations sur le Vif-Argent, par lesquelles il paroissoit que, quoiqu'il semblât se transformer continuellement en d'autres corps, il conservoit pourtant d'une maniére surprenante la propriété d'être immuable. J'offris ces Observations à cette Assemblée sçavante qui orne l'Angleterre sous les auspices de Sa Majesté Britannique. Elles y ont été goûtées au-delà de mes espérances; de sorte qu'on les a jugé dignes d'être imprimées parmi les Mémoires de ce Corps illustre. Mon unique but dans cet écrit étoit de rapporter fidellement & précisément les opérations que j'ai faites sur le Vif-Argent, & le produit de ces opérations, & d'exempter par-là mes lecteurs du soin & de la dépense nécessaires pour les répéter. J'ai à présent le même dessein, & j'offre ici à cette Académie si florissante par les bienfaits de Sa Majesté Très-Chrétienne, quelques expériences que j'ai faites sur le même sujet. En joignant ces deux Dissertations, on pourra juger de la fidélité & de l'exactitude des anciens & vrais Alchymistes dans ce qu'ils ont dit touchant le Mercure; & on verra en même temps qu'il faut bien de l'application & de la prudence pour être en état d'expliquer leur sentiment, ou les critiquer avec fondement. J'espere aussi mettre ceux qui s'attachent à la Chimie en état de n'être pas facilement les duppes du sçavoir extravagant des Alchymistes modernes, gens qui dans le fond ne sçavent rien de bon & de solide, & qui n'ont que l'art d'attrapper par leurs fourberies l'or très-réel de ceux à qui ils font croire qu'ils leur apprendront à en faire. Enfin je confirmerai ce que j'ai déja prouvé de l'immutabilité, de la simplicité & des propriétés singuliéres du Vif-Argent. C'est à une Assemblée aussi sçavante que la vôtre, Messieurs, qu'il

convient de juger de l'utilité & de la vérité de cet écrit, à l'examen duquel je vous prie de donner quelques moments de relâche de vos occupations plus importantes. Je sçais que ces moments sont rares, aussi j'aurai soin d'être aussi concis qu'il me sera possible. J'entre en matiére.

I.

Le vif-argent pur, tel qu'on le trouve ordinairement *chés* les marchands en compagnie à Amsterdam, mis long-temps en digestion sur le feu, ne se change point en métal.

Expérience.

Ce vif-argent étant distillé, n'a laissé aucune fece. Après cela mêlé avec le vinaigre distillé & le sel marin, & agité pendant long-temps, il est resté pur. Je l'ai fait passer par une peau de Chamois, & j'en ai mis ensuite une livre dans un matras bien net à long col, dont j'ai bouché l'ouverture avec un cornet de papier & par-dessus recouvert d'un autre papier bien lié au col du matras, de maniére qu'aucune poussiére n'y pouvoit entrer, & que cependant l'air avoit le passage libre pour y entrer & en ressortir : je l'ai placé sur un fourneau à une chaleur continuelle, qui au Thermometre de M. Fahrenlhreyt, a toûjours été entretenuë au-dessus de cent degrés depuis le 15 de Novembre 1718, jusqu'au 23 de Mai 1734. J'ai trouvé alors le Mercure fluide dans ce matras avec un peu de poussiére noire sur la surface. Cette poussiére se revivifioit en Mercure en le frottant dans un mortier. J'ai mis tout ce vif-argent en distillation dans une cornuë de verre bien nette, en augmentant le feu vers la fin au point que la retorte étoit presque rouge. Il n'est resté quoi que ce soit dans la retorte, & le Mercure en est sorti sans aucun changement sensible.

COROLLAIRES.

1. Le feu au degré & pendant le temps susdits, ne change rien à la fluidité, à la volatilité, ni à la nature du vif-argent mis dans un vase où l'air a le passage libre, il ne s'est fait aussi aucune séparation du pur d'avec l'impur.

2. Il ne s'eſt fait non plus aucune génération ſenſible de la moindre quantité de métal.

3. Bien moins encore d'argent ou d'or.

4. Il ne s'eſt rien fixé du Mercure dans cette opération continuée pendant 15 ans $\frac{1}{2}$, il n'a pas paru le moindre commencement de fixation métallique, non pas même du plomb, qui cependant, au dire de ceux qui ſe vantent de le bien ſçavoir, eſt le métal qui doit ſe former le premier par cette opération.

5. Cette expérience n'eſt nullement favorable au ſentiment de ceux qui affirment que les métaux ſe forment du vif-argent comme matiére, & du feu comme ſoufre fixant, unis par la digeſtion.

6. Il y a toute apparence que toutes les opérations ſemblables faites avec le Mercure commun pur, ne répondent nullement à ce qu'on en promet, puiſque le peu de pouſſiére noire dont j'ai parlé, eſt plus légére que le Mercure ſur la ſurface duquel elle flotte, & qu'elle redevient Mercure très-facilement. Voyés dans les Tranſactions Philoſophiques ce que j'ai dit d'une pouſſiére ſemblable produite du Mercure par le ſeul mouvement.

7. Il ne paroît pas que le vif-argent puiſſe ſe changer dans les mines en quelque choſe de métallique que ce ſoit, par la ſeule action de la chaleur ſoûterraine agiſſante pendant un long temps, & dans un lieu où l'air ait un accès libre: car la chaleur ne monte guéres au-delà de 70 degrés dans les lieux où ſe trouvent les veines des métaux. On dit à la vérité qu'il faut mille ans pour produire cet effet; mais comment les hommes qui vivent ſi peu ont-ils pû s'en aſſûrer?

8. Le ſoufre que les Alchymiſtes ont cru être un des principes des métaux, & dont ils diſent qu'il unit enſemble les éléments du vif-argent pour faire un corps ſolide, fixe à un degré de feu capable de le mettre en fuſion & malléable; ce ſoufre, dis-je, paroît être toute autre choſe que la matiére de la lumiére ou du feu, quoique le feu ſeul ſoit l'unique moyen de produire cette union admirable de ce ſoufre & du Mercure.

Cependant dans cette expérience l'air avoit un accès libre au Mercure, & l'on pourroit dire peut-être que c'eſt ce qui empêche cette action du feu, d'autant plus que les Alchymiſtes diſent que l'air crud empêche la coction philoſophique: c'eſt ce qui m'a porté à faire l'expérience ſuivante que je vais rapporter.

II.

Le vif-argent mis en digeſtion dans des vaiſſeaux bien fermés, pendant le temps exprimé ci-deſſous, ne produit aucun métal.

OPÉRATION.

J'ai mis du vif-argent pur dans un vaſe de verre conique à fond plat, tel que les Eſſayeurs s'en ſervent pour la ſéparation de l'argent & de l'or, je l'ai expoſé à une chaleur de 100 degrés depuis le 6 Décembre 1732, juſqu'au 8 Juillet 1733. Le vaſe étant toûjours bouché, le Mercure n'a ſouffert aucun changement notable; j'en ai pris 6 onces que j'ai mis dans un vaſe ſemblable au précédent, dans l'ouverture duquel j'ai fait entrer le col d'une phiole renverſée, ſans luter les deux vaſes enſemble, je l'ai expoſé pendant 4 jours au feu de ſable aſſés ardent pour que le Mercure commençât à monter, & cela dans la vûë d'en chaſſer toute l'humidité qu'il pouvoit y avoir. Lorſqu'il m'a paru qu'il n'y avoit plus le moindre ſigne d'humidité, j'ai luté exactement l'endroit où ces deux vaſes ſe joignoient; j'ai expoſé le Mercure au feu de ſable aſſés violent pour le faire doucement monter & deſcendre; j'ai continué ce degré de chaleur juſqu'au 29 Janvier 1734. Je n'ai trouvé au fond du vaſe que du Mercure fluide légérement couvert d'une pouſſiére noire, légére & fine, rien de fixe, point de précipité, quoique le degré de chaleur ait toûjours été fort approchant de celui de l'eau bouillante. Alors j'ai fait paſſer ce Mercure par un entonnoir de papier bien net & bien ſec, dont l'ouverture par embas étoit à peine grande à laiſſer paſſer un cheveu. Le Mercure bien net a paſſé par ce petit trou, & il eſt reſté dans l'entonnoir, à ſes

parois, & autour du petit trou un peu de noir qui, en le broyant dans un mortier, est redevenu Mercure. J'ai mis distiller ce Mercure ainsi épuré dans une retorte de verre bien nette à feu de sable, & à la fin à feu de suppression; il n'est rien du tout resté de fixe au fond de la retorte. Le vif-argent a paru peut-être un peu plus fluide qu'auparavant, mais d'ailleurs nullement changé.

COROLLAIRE.

De ceci on peut à peu-près tirer les mêmes conclusions que de l'expérience précédente, & en les joignant à ce que j'ai écrit sur ce sujet dans les Transactions Philosophiques, il paroîtra clairement que le vif-argent est immuable de sa nature par les mouvements méchaniques, par les distillations, & par les digestions décrites. Je conclus de tout ceci, que les Chimistes peuvent se dispenser du travail inutile de répéter toutes ces opérations, dans la vûë de fixer le Mercure, ou de le changer en quelqu'autre corps que ce soit; je leur conseille de plus, de se défier de ces ignorants, abondants en vaines promesses, dont la moins mauvaise espece est de ceux qui tâchent d'hasarder des expériences aux dépens d'autrui.

Je vais rapporter le résultat de quelques autres expériences que j'ai faites sur les métaux, & qui ne m'ont pas moins coûté de travail que les précédentes. Il y a long-temps que je travaille à sçavoir au juste, s'il est vrai que les métaux puissent se résoudre par art en vif-argent & en un autre principe; plusieurs Auteurs l'affirment si nettement & en tant d'endroits, qu'il ne me paroissoit pas même permis de douter du fait : je le croyois sur la foi de ces Auteurs; mais pour en être convaincu par mes propres yeux, je me mis à operer sur le plomb. Le fameux Van Helmont dit que *le plomb, à cause de la crudité de sa nature métallique, telle que quelquefois le feu seul peut le détruire, peut aussi par la partie grasse des sels fixes être divisé dans les principes qui le composent, de sorte qu'il laisse couler le vif-argent crud.* (*potest. medicam. §. 40.*) Son fils François-Mercure Van Helmont dit,

(discours paradox. part. 2. §. 21.) que *le plomb peut se résoudre par des sels fixes, ou autres, ou par des huiles qui en séparent le soufre, en sorte que ce métal se transforme en vif-argent volatil, fluide, & qui ne peut souffrir le feu.* Joachim Becherus assure la même chose, & répond du succès de plusieurs opérations qu'il décrit pour cet effet. (dans les *Collectanea quingentorum experimentorum à pag. 310. ad pag. 333.)* Voici clairement & en peu de mots ce que j'ai appris sur ce sujet, au prix d'un travail très-long & très-ennuyeux.

OPÉRATION.

J'ai fait dissoudre de la céruse pure, autant qu'elle a pû se dissoudre, dans l'esprit de nitre affoibli par six fois son poids d'eau; j'ai filtré cette dissolution qui s'est trouvée extrémement claire; cette liqueur mise dans un vaisseau de verre bien net, épaissie à une chaleur douce, ensuite laissée en repos dans un lieu froid, il s'y est formé des cristaux, dont j'ai pris 14 onces, que j'ai réduits en poudre dans un mortier de verre, & avec un pilon de verre: j'ai fait dissoudre cette poudre dans de l'eau de pluie bien pure, & j'ai affoibli cette dissolution par trois fois autant d'eau de pluie, ensuite j'ai versé lentement & avec précaution une autre dissolution filtrée & bien claire, faite de sel armoniac, dans de l'eau de pluie; le mélange devient blanc comme lait, & le plomb se précipite d'abord, comme il arrive à l'argent dissous dans l'eau-forte, dès qu'on y mêle le sel armoniac; la poudre précipitée au fond, & qui étoit blanche comme neige, étant lavée dans beaucoup d'eau, puis séchée, s'est trouvée fort insipide, & pesoit 18 onces $\frac{1}{2}$: j'ai mis 6 onces de cette poudre blanche & séche dans un urinal de verre bien net, & j'y ai versé jusqu'à la hauteur de deux doigts, en dessous de cette poudre, d'une lessive très-forte, composée de chaux vive & de cendres gravelées, & que j'ai gardées plusieurs années dans une bouteille bien bouchée; ensuite j'ai couvert l'urinal d'un papier brouillard bien lié tout au tour de son col, & je l'ai placé dans un fourneau de putréfaction à une

chaleur de 96 degrés, où je l'ai laissé depuis le 6 de Fevrier 1732, jusqu'au 13 d'Août de la même année, pour essayer si ce mêlange exposé à l'air, seroit changé par cette chaleur de putréfaction; je n'ai trouvé qu'une masse blanche que j'ai réduite en poudre, & qui avoit le goût de sel; je l'ai mise dans une retorte de verre enduite d'un lut composé d'argille & de sable; je l'ai poussée à feu ouvert jusqu'à la faire rougir, & la tenir pendant trois heures en cet état: il est monté un peu de suye blanche dans le col de la retorte, mais point du tout de Mercure, & il est resté dans le fond une matiére fragile à demi vitrifiée, de couleur de cendres; je l'ai réduite en poudre de même couleur, que j'ai fait long-temps broyer dans un mortier avec une lessive de sel alkali fixe & de chaux vive; je l'ai fait sécher à feu lent, j'y ai versé de nouvel alkali, & je l'ai exposée à la chaleur de 96 degrés, depuis le 18 Août 1732, jusqu'au 15 Octobre 1733, la broyant tous les jours dans le mortier de verre où elle étoit, qui n'étoit couvert que d'un papier, de sorte que l'air y avoit un libre accès; c'étoit alors une poudre blanche, séche & âcre: j'y ai de nouveau versé de la même lessive, & je l'ai fait broyer jusqu'à ce qu'elle fût réduite en pâte; je l'ai mise en putréfaction comme ci-dessus, en continuant à la broyer souvent, depuis le susdit jour, jusqu'au 21 Février 1734; c'étoit alors une masse saline, blanche, & d'un goût fort approchant du sel marin: après l'avoir broyée & lavée avec de l'eau, & fait bien sécher très-lentement, j'ai eu une poudre blanche très-insipide; je l'ai mise dans une cornuë où je l'ai tenuë pendant quelques heures au plus grand feu que le verre luté peut supporter; le 20 Mai 1734, il n'en est venu aucun Mercure, le col de la retorte étoit peint de diverses couleurs, & la masse friable qui restoit dans le fond, jettoit aussi diverses couleurs disposées par couches, & pesoit 5 onc. 6 gros $\frac{1}{2}$; la poudre où elle fut réduite, en la broyant, étoit de couleur de cendres roussâtres.

SCHOLIE.

Dans cette opération, le plomb étoit d'abord de la céruse,

c'eſt-à-dire, qu'il étoit pénétré & diſſous par la vapeur du vinaigre, & réduit en chaux blanche, enſuite réduit en poudre fine. Il a été diſſous dans l'eſprit de nitre affoibli, & eſt par-là devenu une liqueur très-claire, ſans couleur, d'un goût doux, dans laquelle le plomb étoit réduit & diviſé en parties extrémement petites. En troiſiéme lieu, le ſel armoniac diſſous qu'on y a verſé, en chaſſant l'eſprit de nitre, y a ſubſtitué l'eſprit de ſel marin, & s'uniſſant intimement à la partie métallique du plomb, l'a diſpoſé, autant qu'il ſe peut, à faciliter la ſéparation du Mercure d'avec la partie métallique, ſuivant l'opinion de tous ceux qu'on croit avoir le mieux écrit ſur ces matiéres; car ils attribuent ſur-tout au ſel armoniac & au ſel marin, la propriété de ſéparer le Mercure des métaux. En quatriéme lieu, la chaux ainſi préparée & miſe en digeſtion pendant ſept mois avec un alkali très-violent, ſembloit devoir faire reparoître le Mercure, en abſorbant le ſoufre du plomb: cependant, quoique pouſſée à grand feu, elle n'a pas donné le moindre Mercure. En cinquiéme lieu, cette maſſe broyée long-temps & fortement, & puis mêlée d'un nouvel alkali très-fort, & miſe en digeſtion pendant quatorze mois, n'a donné aucune apparence de Mercure. En ſixiéme lieu, elle a été encore broyée avec de nouvel alkali, & miſe en digeſtion pendant cinq mois, de ſorte qu'après toutes ces opérations, elle a été aſſés expoſée à l'action de l'alkali, pour qu'il eût le temps de ſéparer la partie ſulphureuſe du plomb, & que le Mercure dégagé de ce ſoufre, pût être exprimé de cette maſſe par la force du feu. Cependant, après tout ce travail, le plus grand feu n'a fait paroître aucun Mercure.

Il eſt donc clair, que ce que les Auteurs avancent hardiment touchant la facilité qu'il y a de tirer le Mercure du plomb, n'eſt pas confirmé par l'expérience. Or le plomb eſt, diſent ces Auteurs, le métal qui contient le plus de Mercure, & qui ſe réſout le plus facilement en Mercure par les ſels reſſuſcitants. La choſe eſt donc plus difficile dans les autres métaux. Les Auteurs aſſûrent cependant que cela

peut se faire assés aisément, & ils prescrivent des méthodes peu différentes de celle que je viens de rapporter, & qui, après toute la peine qu'elle m'a causée, m'a fait voir que ce qu'ils m'avoient promis, ne me réussissoit point du tout. Je doute que ces Auteurs ayent été fondés en observation dans leurs assertions sur ce sujet; & je panche beaucoup à croire qu'ils se sont plûtôt livrés à leur opinion en cette matiére, qu'ils n'ont consulté l'expérience. Tout ce que je viens de rapporter, servira au moins à exempter le lecteur, de la peine & de la dépense de répéter ces observations, & à l'empêcher d'admettre facilement ces prétendus principes de la science des métaux. Il seroit bien à souhaiter que ces Chimistes habiles & laborieux nous eussent raconté fidellement le résultat des expériences qui ont trompé leur attente, & qu'ils ne nous eussent jamais prescrit d'opérations avant de les avoir faites eux-mêmes, cela nous épargneroit du temps, de la dépense & du travail, & la Chimie pourroit en peu de temps prendre son rang entre les sciences. Par toute autre voye, si je ne me trompe fort, on ne parviendra jamais à la vérité qui est le but de nos recherches.

III.

Isacus Hollandus a écrit que le vif-argent pouvoit facilement se tirer du sel de plomb fait par le moyen du vinaigre distillé : pour en faire l'épreuve, j'ai préparé avec la meilleure litharge & le vinaigre du vin distillé, ce suc concret qu'on appelle *suc de Saturne;* j'en ai calciné 2 onces dans un vaisseau de verre ouvert par un feu doux continué depuis le 6 Juin 1734 jusqu'au 19 Juillet suivant. La poudre blanche qui en est provenuë a été pilée fort fine dans un mortier de verre avec un pilon de verre. Je l'ai fait broyer fort vîte & fort long-temps, en y adjoûtant une lessive autant chargée du plus violent sel alkali fixe, que l'eau en a pû dissoudre. Je l'ai gardée dans le même mortier couvert de papier, dans une chaleur continuée depuis le 21 Juillet jusqu'au 27 Novembre. Pendant tout ce temps j'ai toûjours eu soin, dès que cette poudre étoit séche, de la rebroyer,

en y adjoûtant de nouvelle lessive. Je l'ai tenuë, couverte d'un papier, à une chaleur de 90 degrés, la séchant, l'humectant & la broyant ainsi alternativement pendant tout ce temps-là. Le dernier jour je pilai cette matiére séche & blanche en poudre impalpable, & l'ayant mise dans une cornuë de verre lutée, j'ai poussé le feu par degrés avec précaution, jusqu'à ce que la cornuë fût rougie, & je l'ai tenuë en cet état pendant 4 heures. Il ne parut pas le moindre petit globule de Mercure ni dans le récipient, ni dans le col de la cornuë, dans le fond de laquelle il s'est trouvé une masse très-noire, légére, en forme de poudre d'un goût d'alkali brûlant. Je l'ai mise le 28 Novembre dans un plat de verre à la cave, où elle est d'abord devenuë humide, & je l'y ai laissée jusqu'au 8 Janvier 1735. Cette matiére avoit alors augmenté de volume, toute la partie saline s'étant tournée en liquide d'elle-même par le secours de l'humidité de l'air, & la partie métallique étant au fond en forme de poussiére noire. J'ai fait sécher le tout ensemble, tant ce qui s'étoit fondu que ce qui ne l'étoit pas, & ce mêlange s'est trouvé très-noir. Je l'ai remis encore dans une retorte de verre, & je l'ai poussé à la fin à un feu qui a tenu le tout rouge pendant 4 heures. Il ne parut cette fois non plus que l'autre, pas la moindre marque de Mercure, ni dans le récipient, ni dans la cornuë, dans le fond de laquelle il resta une matiére de couleur de cendre d'un goût brûlant comme du feu, qui immédiatement se tournoit en liquide étant exposée à l'air.

Dans cette opération le plomb dissous & ouvert par le vinaigre pur, & disposé de sorte qu'il pût être intimement pénétré par le sel; mêlé & broyé avec un alkali fixe, caustique & liquide; mis en digestion, mis en putréfaction, exposé à un feu violent; dissous par l'humidité de l'air pendant un mois philosophique; derechef pilé, séché, poussé à grand feu, n'a pas produit de Mercure le moins du monde.

Que penser donc de cette matiére & de ce qu'en avancent si hardiment des gens crédules, paresseux, ou attachés à la spéculation seule? Ils engagent ceux qui ont plus d'application

au travail que de connoissances, à des travaux inutiles & à des dépenses excessives, & rendent par-là odieux un des plus beaux arts. Les autres peuvent profiter de mes peines & de la dépense que j'ai faite, & s'en servir à épargner les leurs.

I V.

Après m'être assûré par ma propre expérience, que les sels appellés *ressuscitants*, ne peuvent pas tirer, à la maniére décrite, le Mercure du plomb; j'ai voulu essayer ce que le vif-argent lui-même pouvoit produire en ce cas; vû sur-tout que les Chimistes appellent ce fluide l'*Eau des métaux*, dans laquelle, disent-ils, ceux-ci meurent, renaissent & sortent plus beaux qu'ils n'étoient auparavant. J'ai fait donc fondre une once de plomb dans une cuilliere de fer bien nette. J'ai fait en même temps chauffer dans une autre cuilliere semblable trois onces de vif-argent pur. J'ai versé ensuite le Mercure chaud sur le plomb fondu; il s'y est mêlé d'abord, & ils se sont formés en masse solide, de couleur d'argent. Je l'ai pilée, & après l'avoir ramollie, je l'ai mise dans un petit matras que j'ai fait chauffer, & l'ayant ensuite bouché d'un bouchon de liege, je l'ai posée dans un fourneau de digestion à une chaleur toûjours égale de 84 degrés, depuis le 11 Février 1732, jusqu'au 10 Janvier 1735; c'étoit un amalgame mol, coulant comme du beurre sous le pilon, noircissant d'abord quand on le secouoit, pesant quatre onces justes. Je l'ai mis le même jour dans une cornuë de verre, bien nette, à un feu de sable, & à la fin au feu de suppression, au point que le sable étoit tout rouge, & cela pendant quatre heures; il passa 2 onces 6 gros $\frac{1}{2}$ de Mercure dans le recipient. Il y avoit au fond & au col de la cornuë une poudre rouge formée par le Mercure dans la distillation, il y avoit un peu de vif-argent au col, & il y avoit quelques petits globules de plomb tout pur en forme de poussiére, tout cela pesoit ensemble 52 grains. Enfin il y avoit au fond une masse solide de plomb pesant 1 once moins 5 grains, lesquels faisoient la valeur de ces petits globules de plomb en forme

de poussiére dont je viens de parler, de sorte qu'il paroît que tout le plomb y restoit, & qu'il s'étoit dissipé 43 grains de Mercure. Ceux qui ont quelque connoissance de ces matiéres, trouveront facilement la cause de cette dissipation dans les causes mentionnées ci-dessus, sur-tout s'ils considerent que dans les distillations une partie de ce Mercure reste attachée à la superficie fort étenduë d'un grand récipient, & qu'une autre partie demeure en forme de petits nuages sur la superficie de l'eau qu'on doit toûjours mettre dans le récipient.

J'ai appris par cette opération que par une digestion du Mercure avec le plomb, continuée pendant près de 3 ans, & par une distillation des plus violentes, on ne peut tirer aucun Mercure du plomb, & qu'on ne peut non plus, par ce moyen, fixer le Mercure en plomb, parce que dans la distillation du Mercure, il y en a toûjours une petite quantité qui se change en poudre rouge qui est fixe dans le feu en cette application; mais le poids du plomb est toûjours resté le même.

V.

J'ai fait la même opération sur un amalgame fait de 3 onces de vif-argent & 1 once de bon étain, je l'ai mis au même degré de chaleur pendant autant de temps, ensuite je l'ai mis distiller de la même maniére dans une cornuë de verre par le même feu: voici quel en fut le succès. J'ai retiré du récipient 2 onces 4 gros de Mercure; dans le fond de la retorte il y avoit une poudre dont une partie étoit fine & composée d'une petite quantité de Mercure fixé, & l'autre partie plus grossiére étoit noire, composée de très-petits morceaux d'une consistence telle qu'est celle de l'étain. Il y avoit encore un peu de Mercure au bas du col de la retorte: tout cela pesoit ensemble 2 gros 5 grains. Au fond étoit une masse solide d'étain, pesant 1 once 1 gros 9 grains. Le déchet étoit de 46 grains: j'ai déja donné les raisons de ce déchet.

Il paroît que par cette opération on ne peut point tirer de Mercure de l'étain; mais il y a eu 3 gros 14 grains, c'est-à-dire, plus de la septiéme partie du Mercure qui s'est uni avec l'étain, & si bien fixé, qu'il n'a pû en être séparé par

un feu qui faiſoit rougir le ſable, continué pendant 4 heures. Il y a grande liaiſon entre Jupiter & Mercure, & le Soleil eſt au milieu des deux. *Nov. Lum. Rem. Tractat. 9.*

VI.

J'ai verſé 10 onces de Mercure, après les avoir bien chauffées, ſur 2 onces de très-bon étain mis en fuſion dans une cuilliere de fer bien nette. Je l'ai broyé, le tout en un amalgame uniforme que j'ai mis bien chaud & bien ſec dans une bouteille de verre nette & chaude, que j'ai enſuite bien bouchée; je l'ai placé dans une boîte de bois, que j'ai attachée au martinet (pilon) d'un moulin à foulon travaillant continuellement, & là elle a été dans un mouvement preſque continuel jour & nuit depuis le 30 Novembre 1732, juſqu'au 9 Janvier 1735. J'ai ôté alors la bouteille qui étoit entiére, au fond de laquelle ſe trouvoit du Mercure coulant; & après un repos de quelques jours, il s'eſt trouvé au-deſſus un amalgame aſſés dur; le tout peſoit exactement 12 onces. J'ai fait diſtiller dans la cornuë de verre lutée 11 onces 7 gros de cet amalgame, & cela à feu ouvert pouſſé vers la fin au point d'entretenir la cornuë toute rouge pendant deux heures. Il n'en eſt ſorti préciſément que la même quantité de Mercure qui y avoit été miſe, & elle en ſortit très-fluide; & il reſtoit au fond une maſſe d'étain attachée au verre avec un peu de matiére jaune qui étoit comme feuilletée. Cette maſſe étoit fuſible à feu médiocre comme l'étain, & alors la ſuperficie expoſée à l'air ſe peignoit de diverſes couleurs. La maſſe d'étain peſoit 1 once 6 gros $\frac{1}{2}$, & il y avoit encore une petite quantité de la matiére jaune dont il vient d'être fait mention.

Il eſt donc certain qu'à l'aide d'un mouvement continué pendant un auſſi long temps, le Mercure ne peut pas diſſoudre l'étain, de maniére qu'on en puiſſe tirer du Mercure par une diſtillation faite à très-grand feu.

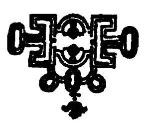
SCHOLIE.

Une choſe ſinguliére que j'ai remarquée dans ces trois

derniéres opérations, c'est que le Mercure séparé du plomb ou de l'étain par la distillation, étoit extrêmement liquide, & qu'en le remuant dans un pot de fayence blanche bien net, il pâlissoit en fort peu de temps la superficie de cette fayence, & y laissoit une petite tache noire fort adhérente. Dès que j'avois nettoyé cette tache en l'essuyant avec du papier bien net & bien sec, il s'en reformoit d'abord une autre, & cela plusieurs fois de suite. Cela m'a fait penser que cela devoit s'attribuer à une partie du métal grasse qui dans la distillation s'élevoit avec le Mercure, & restoit attachée à sa superficie & s'en séparoit alors. Pour m'éclaircir sur ce fait, j'ai répandu ce Mercure sur du papier blanc très-net & très-sec, & il y a laissé une légére trace noire par tout où il a passé; d'ailleurs la superficie de ce Mercure étoit toûjours couverte d'une pellicule extrêmement mince & qui paroissoit comme un peu de graisse. Ainsi quoique par des distillations de Mercure souvent réitérées, quelques parties des autres métaux puissent bien s'unir avec le Mercure, il ne s'ensuivroit pas que quelques-unes fussent changées en Mercure.

J'avois eu soin de faire la même expérience avec le plomb, & il avoit été exposé au même mouvement pendant le même temps; mais dans le temps que je voulois le faire détacher de ce martinet du moulin, la bouteille fut cassée par malheur, & la matiére étant perduë, je ne pûs pousser l'opération à la fin.

Ces expériences peuvent répandre plus de lumiére sur la nature du Vif-Argent. J'en ai fait plusieurs autres sur le Mercure & sur les métaux, fort différentes de celles-ci, & qui m'ont coûté beaucoup plus de travail. Je les donnerai au public dès que j'en aurai trouvé le temps.



SUITE

SUITE DES OBSERVATIONS DU THERMOMETRE,

Faites à l'Isle de Bourbon par M. Cossigny, Correspondant de l'Académie ;

Et le Résultat de celles de chaque mois, faites à Paris pendant l'année 1734, avec un Thermometre pareil à celui de M. Cossigny.

Par M. de Reaumur.

M. Cossigny partit de la rade de l'Orient pour l'Isle de Bourbon le 1.er Janvier 1732, bien pourvû de Thermometres construits sur nos principes. Pendant sa route il fut attentif à observer chaque jour la hauteur où se trouvoit la liqueur du Thermometre aux heures les plus chaudes de l'après-midi. Après son arrivée à l'Isle de Bourbon, il continua ses observations, & il les continua de même à l'Isle de France & à la Baye d'Antongil de l'Isle de Madagascar où il fut obligé d'aller. Il nous envoya en 1733 toutes celles qu'il avoit faites pendant plus de quatorze mois consécutifs ; nous les avons rapportées dans les Mémoires de 1733. Le résultat de ces observations est assûrement curieux. Il fait voir qu'on peut passer la Ligne, & habiter constamment dans les lieux situés entre les Tropiques, sans avoir à craindre de souffrir des chaleurs plus grandes que celles auxquelles nous sommes exposés à Paris dans certains jours d'été. M. Cossigny a continué ses observations, & nous a envoyé celles qu'il a faites pendant près de douze autres mois à l'Isle de Bourbon, c'est-à-dire, celles qu'il y a faites pendant le mois d'Avril, & tous les autres mois suivants de 1733, & pendant les mois de Janvier, & Février de 1734. Nous croyons faire plaisir au Public en les lui

communiquant; il verra que le résultat des premiéres observations n'a point été démenti par les suivantes. Afin même qu'on ait ici une suite d'observations faites pendant douze mois presque complets, nous reprendrons celles de quelques jours de Mars 1733, quoiqu'elles ayent déja été imprimées.

Observations des degrés auxquels s'est trouvée la liqueur du Thermometre à l'Isle de Bourbon, à deux ou trois heures après midi, depuis le 4 Mars 1733 jusqu'au 1 de Mars 1734.

MARS 1733.

JOURS.	Degrés.
4. à	26.
5.	26 $\frac{1}{2}$.
6.	26 $\frac{1}{2}$.
7.	24 $\frac{1}{2}$.
8.	24 $\frac{1}{3}$.
9.	25 $\frac{1}{2}$.
10.	24.
11.	24 $\frac{1}{2}$.
12.	25.
13.	25.

Ici finissoit la Table des observations du mois de Mars; & dans une lettre écrite à la fin du même mois, M. Cossigny me marquoit que depuis le 13 jusqu'au 26, la hauteur de la liqueur du Thermometre avoit été entre 26, 27 & 28 degrés.

AVRIL 1733.		MAI.		JUIN.		JUILLET.	
	Thermom.		Thermom.		Thermom.		Thermom.
Jours.	*Degrés.*	*Jours.*	*Degrés.*	*Jours.*	*Degrés.*	*Jours.*	*Degrés.*
1	27	1	25 ½	1	24 ½	1	22
2	26 ½	2	26	2	24 ½	2	22
3	26	3	25 ½	3	24	3	23
4	27	4	25 ½	4	23 ⅔	4	22
5	26	5	25 ½	5	23 ⅔	5	22
6	27	6	24	6	24	6	21 ½
7	26	7	23	7	23	7	21 ½
8	26	8	23	8	22 ¾	8	22
9	26	9	23	9	22 ⅓	9	23 ⅓
10	26	10	23	10	22	10	22 ½
11	25	11	22 ¾	11	22	11	22 ½
12	25	12	22 ¾	12	23	12	23
13	23	13	22 ½	13	23 ½	13	22 ½
14	25	14	22 ½	14	23 ½	14	22
15	25	15	24	15	23 ½	15	22
16	25	16	25	16	23 ½	16	23
17	25	17	24	17	22 ⅔	17	23 ¾
18	27 ½	18	23	18	22 ⅔	18	23 ¾
19	26 ⅓	19	25 ⅓	19	22 ⅔	19	23
20	25 ½	20	24 ½	20	22 ½	20	21
21	26	21	23 ⅔	21	22 ½	21	21 ½
22	25 ½	22	24 ⅓	22	23	22	23 ½
23	25	23	23 ⅔	23	23	23	22 ½
24	24 ½	24	24 ½	24	21	24	22
25	26	25	25	25	21 ⅔	25	22
26	25 ½	26	25	26	21	26	20 ½
27	24 ¾	27	25	27	21 ½	27	22
28	26	28	25	28	21 ½	28	22
29	25 ¾	29	24	29	21 ½	29	22 ½
30	25 ¾	30	24	30	22 ⅔	30	22 ½
		31	24 ½			31	22 ½

AOUST 1733.		SEPTEMBRE.		OCTOBRE.		NOVEMBRE.	
	Thermom.		Thermom.		Thermom.		Thermom.
Jours.	*Degrés.*	*Jours.*	*Degrés.*	*Jours.*	*Degrés.*	*Jours.*	*Degrés.*
1	20 ½	1	21 ¾	1	22	1	22
2	21 ½	2	21 ½	2	23	2	25
3	21 ½	3	22	3	23	3	25
4	20 ½	4	21 ½	4	22 ½	4	25
5	21	5	21 ½	5	22	5	24 ¾
6	20 ½	6	21	6	21	6	24 ⅔
7	22 ¼	7	21	7	22	7	24 ¾
8	20 ½	8	22	8	21 ½	8	24 ¼
9	21 ⅓	9	22	9	22	9	24
10	21 ½	10	21 ⅓	10	22 ½	10	24
11	21	11	22	11	21	11	23 ⅔
12	21	12	22	12	20 ½	12	24
13	21	13	21	13	21 ½	13	24 ½
14	20	14	22	14	21 ⅓	14	25
15	20 ½	15	22	15	21	15	23
16	21	16	23	16	21 ⅓	16	24
17	21 ½	17	23	17	22 ⅔	17	25 ⅓
18	21	18	22 ⅔	18	22	18	25
19	22	19	22 ⅔	19	22	19	23 ⅓
20	22	20	22	20	22	20	22
21	22	21	22	21	23	21	20 ½
22	20	22	22	22	23 ½	22	23
23	20	23	22 ½	23	22	23	24 ½
24	20 ½	24	22	24	23	24	24 ½
25	21	25	23	25	25	25	24 ½
26	21	26	22 ½	26	26	26	22
27	21 ⅓	27	21 ½	27	23 ½	27	22
28	25	28	22	28	23 ⅔	28	21
29	23	29	23	29	22 ½	29	23
30	21 ½	30	22 ⅓	30	23	30	23
31	22			31	21 ½		

DECEMBRE 1733.		JANVIER 1734.		FEVRIER.	
	Thermom.		Thermom.		Thermom.
Jours.	*Degrés.*	*Jours.*	*Degrés.*	*Jours.*	*Degrés.*
1	23	1	24	1	25 ½
2	24 ½	2	25	2	26
3	25	3	26	3	26
4	24 ½	4	26 ½	4	25 ½
5	24 ½	5	26	5	26
6	26	6	25	6	25
7	27	7	25 ½	7	25
8	27	8	25 ½	8	24 ½
9	26	9	27	9	27
10	25	10	26 ½	10	27
11	23 ½	11	24 ½	11	27
12	23	12	22 ½	12	27
13	24	13	22 ½	13	27
14	25	14	23	14	27
15	25	15	23	15	27
16	25 ½	16	23 ½	16	25
17	26	17	24 ½	17	24 ¾
18	25 ½	18	25	18	24 ¾
19	25 ½	19	25	19	26
20	25 ½	20	25 ½	20	26 ½
21	24	21	25	21	23
22	22	22	26	22	26
23	23	23	27	23	26
24	23	24	28	24	26
25	25 ½	25	27	25	25 ½
26	25 ½	26	23 ½	26	25 ⅓
27	25	27	23	27	25 ½
28	24 ¾	28	23	28	25
29	24 ½	29	25		
30	24 ½	30	24		
31	24 ½	31	24 ½		

Si nous prenons dans les Tables précédentes de chaque mois les jours où la liqueur du Thermometre a monté le plus haut, & ceux où elle s'est tenuë le plus bas après midi, nous trouverons ce qui suit.

JOURS.	Plus grande chaleur.	JOURS.	Moindre chaleur.
MARS 1733.			
Les derniers jours du mois à	28^d.	Le 10. à	24^d.
AVRIL.			
Le 18. à	$27^d \frac{1}{2}$.	Le 13. à	23^d.
MAI.			
Le 2. à	26^d.	Le 13. à	$22^d \frac{1}{2}$.
JUIN.			
Le 1. à	$24^d \frac{1}{2}$.	Les 24. & 26. à	21^d.
JUILLET.			
Le 17. à	$23^d \frac{1}{4}$.	Le 26. à	$20^d \frac{1}{2}$
AOUST.			
Le 28. à	25^d.	Les 14. 22. & 23. à ...	20^d.
SEPTEMBRE.			
Les 16. 17. 25. & 29. à	23^d.	Les 6. 7. & 13. à	21^d.
OCTOBRE.			
Le 26. à	26^d.	Les 6. 11. & 15. à	21^d.
NOVEMBRE.			
Le 17. à	$25^d \frac{1}{5}$.	Le 21. à	$20^d \frac{1}{2}$.
DECEMBRE.			
Le 7. à	27^d.	Le 22. à	22^d.
JANVIER 1734.			
Le 24. à	28^d.	Les 12. & 13. à	$22^d \frac{1}{2}$.
FÉVRIER.			
Depuis le 9. jusqu'au 16. à	27^d.	Le 21. à	23^d.

La plus grande chaleur qui se soit fait ressentir à l'Isle de Bourbon, pendant douze mois consécutifs, a donc été marquée par 28 degrés de hauteur de la liqueur du Thermometre,

& la liqueur n'est montée à ce terme que le 28 Janvier & les derniers jours de Mars. Dans les après-midi les moins chaudes, qui ont été celles des 14, 22 & 23 Août, la liqueur s'est tenuë à 20 degrés. La différence entre la chaleur de l'après-midi la plus chaude de ces douze mois, & celle de l'après-midi la moins chaude n'a donc été que de 8 degrés. Nous sommes sujets dans nos climats à des inégalités bien plus considérables. Pour en être convaincu, on n'a qu'à consulter la Table des plus grands chauds & des plus grands froids de chaque mois de l'année 1734, qu'on trouvera ci-après. Quoique cette année ne nous ait fait ressentir ni froid ni chaud excessif, on verra que le 24 Juin la liqueur du Thermometre s'est élevée à 27 degrés $\frac{1}{3}$ à 3 heures après-midi, & que le 22 Janvier à pareille heure, elle étoit à 2 degrés au-dessous de la congélation : ainsi, à Paris, la différence entre la chaleur de l'air de deux après-midi a été exprimée par plus de 29 degrés. Dans d'autres années on trouvera cette différence de 32 degrés & plus, & elle n'est à l'Isle de Bourbon que de 8 degrés. Les voyageurs se réunissent pour vanter la salubrité de l'air de cette Isle. Il la doit peut-être en grande partie à ce que sa température ne varie pas aussi considérablement que celle du nôtre.

La différence qui est entre notre position & celle de l'Isle de Bourbon, nous montre assés que d'un Solstice à l'autre, nous devons être sujets à des variétés de chaud & de froid qu'on n'éprouve pas dans cette Isle. On ne voit pas de même pourquoi nous sommes sujets à des inégalités de chaleur beaucoup plus grandes dans le même mois, & dans les mois même où le Soleil est presque stationnaire, où nous sommes sujets à des variétés auxquelles l'éloignement ou l'approche du Soleil n'ont aucune part. Nous trouverons, par exemple, dans la Table suivante, que dès le 18 Mai la liqueur s'est élevée à 3 heures après-midi à 26 degrés, & que le 26 du même mois à 2 heures après-midi la liqueur n'étoit qu'à 10 degrés; ainsi le 26 la liqueur étoit à 16 degrés plus bas qu'elle n'avoit été le 18 à pareille heure,

Dans 8 jours de temps on a une différence de chaleur exprimée par un nombre de degrés, double de celui qui exprime la variation de chaleur trouvée dans l'Isle de Bourbon pendant le cours de 12 mois, à de pareilles heures, & triple ou quadruple de la variation d'un mois dans la même Isle. Les mois de Juin, de Juillet & d'Août nous fournissent dans d'autres années de ces variétés & de plus grandes. On trouvera celles que nous avons eûës en 1734 dans la Table suivante. On y marque le jour de chaque mois où la liqueur est descenduë le plus bas le matin; le jour de chaque mois où la liqueur a été le plus bas l'après-midi; le jour de chaque mois où la liqueur a été le plus haut le matin; & le jour de chaque mois où la liqueur s'est le plus élevée après midi. Pendant les mois de Septembre & d'Octobre j'ai été en Poitou, ou en route pour y aller & pour en revenir, & j'ai marqué les endroits où les observations ont été faites; les autres observations ont été faites, ruë S.t Thomas du Louvre, à l'hôtel d'Uzès, avec un Thermometre exposé au Nord à l'air extérieur, ou à Charenton. Les degrés qui se trouvent au-dessus de ce trait —, sont au-dessus de la congélation, & ceux qui sont au-dessous, sont au-dessous de la congélation.

Observations des plus grands Froids & des plus grands Chauds de chaque mois, pendant l'année 1734, aux heures marquées dans les Tables.

Plus grand froid du matin.	Plus grand froid de l'après-midi.	Plus grand chaud du matin.	Plus grand chaud de l'après-midi.
JANVIER 1734.			
23. à $7^h\frac{1}{2}$ à $\overline{6^d\frac{1}{2}}$	22. à 3^h à $\overline{2^d}$	4. à 6^h à $\underline{10^d\frac{3}{4}}$	3. à 7^h à $\underline{10^d\frac{2}{3}}$
FEVRIER.			
5. à 7^h à $\overline{0^d\frac{1}{3}}$	5. à 3^h à $\underline{1^d\frac{1}{2}}$	28. à 7^h à $\underline{7^d\frac{1}{2}}$	16. à $3^h\frac{1}{2}$ à $\underline{10^d\frac{1}{2}}$
MARS.			
5. à $6^h\frac{1}{2}$ à $\underline{1^d\frac{1}{3}}$	5. à 3^h à $\underline{6^d\frac{1}{4}}$	18. à 6^h à $\underline{11^d}$	15. à 3^h à $\underline{16^d}$

Plus

Plus grand froid du matin.	Plus grand froid de l'après-midi.	Plus grand chaud du matin.	Plus grand chaud de l'après-midi.
AVRIL 1734.			
9. à $6^h\frac{1}{2}$ à $\underline{4^d\frac{1}{4}}$	28. à $3^h\frac{1}{2}$ à $\underline{10^d}$	3. à $6^h\frac{1}{2}$ à $\underline{11^d}$	24. à $3^h\frac{1}{2}$ à $\underline{19^d\frac{1}{2}}$
MAI.			
26. 27. } à $6^h\frac{1}{2}$ à $\underline{4^d\frac{1}{4}}$	26. à 2^h à $\underline{10^d}$	19. à 6^h à $\underline{17^d}$	18. à 3^h à $\underline{26^d}$
JUIN.			
7. 8. } à 6^h à $\underline{10^d}$	11. à 2^h à $\underline{16^d}$	25. à $5^h\frac{1}{2}$ à $\underline{17^d\frac{2}{3}}$	24. à $2^h\frac{1}{2}$ à $\underline{27^d\frac{1}{3}}$
JUILLET.			
16. à 6^h à $\underline{11^d\frac{1}{2}}$	18. à 3^h à $\underline{12^d}$	8. à 6^h à $\underline{16^d\frac{2}{3}}$	8. à 3^h à $\underline{24^d\frac{1}{3}}$
AOUST.			
12. à 6^h à $\underline{10^d\frac{1}{3}}$	27. à 3^h à $\underline{17^d}$	24. à 6^h à $\underline{16^d\frac{2}{3}}$	19. 20. } à 3^h à $\underline{23^d}$
SEPTEMBRE.			
A Reaumur.	A Reaumur.	A Amboise.	A Saint-Dié.
23. à $6^h\frac{1}{4}$ à $\underline{5^d}$	25. à 3^h à $\underline{2^d\frac{1}{3}}$	10. à $5^h\frac{1}{2}$ à $\underline{16^d\frac{1}{4}}$	8. à 3^h à $\underline{27^d\frac{1}{3}}$
OCTOBRE.			
A E'tampes.			A Reaumur.
29. à 6^h à $\overline{1^d}$	30. 31. } à 3^h à $\underline{5^d}$	3. à 6^h à $\underline{13^d}$	9. à 3^h à $\underline{14^d}$
NOVEMBRE.			
30. à $6^h\frac{3}{4}$ à $\overline{5^d\frac{2}{3}}$	29. à $2^h\frac{1}{2}$ à $\overline{1^d\frac{1}{2}}$	5. à $6^h\frac{1}{2}$ à $\underline{8^d\frac{1}{2}}$	5. 6. 12. } à $2^h\frac{1}{2}$ à $\underline{10^d}$
DECEMBRE.			
10. à 7^h à $\overline{6^d}$	11. à $2^h\frac{1}{2}$ à $\overline{1^d}$	5. à $6^h\frac{1}{2}$ à $\underline{8^d}$	30. à $2^h\frac{1}{2}$ à $\underline{8^d\frac{1}{3}}$

Cette Table nous apprend que le 4 Janvier à 6 heures du matin, la liqueur du Thermometre étoit à 10 deg. $\frac{3}{4}$ au-dessus de la congélation, & que le 26 du mois de Mai à 2 heures après midi, elle n'étoit qu'à 10 degrés. Il faisoit donc plus

chaud le 4 Janvier à 6 heures du matin que le 26 Mai à 2 heures après midi; cependant dès le 18 Mai, la liqueur s'étoit élevée l'après-midi à 26 degrés, ce qui marque un degré de chaleur de nos jours d'été très-chauds.

Le 24 Juin est de tous les jours de cette année celui où nous avons observé la liqueur plus haut, après midi elle s'éleva à 27 degrés $\frac{1}{3}$. Les observations rapportées par M. Maraldi donnent le 8 Septembre pour le jour le plus chaud, & nous l'eussions apparemment trouvé tel si nous eussions été à Paris. La liqueur de l'ancien Thermometre de l'Observatoire y monta à 75 degrés; j'étois ce jour-là à Saint-Dié près de Blois. La liqueur de notre Thermometre posé en dehors d'une fenêtre tournée vers le Nord, ne monta qu'à 27 degrés; mais la différence des positions d'un Thermometre, peut donner de plus grandes différences que celles d'un demi-degré, ou même d'un degré. J'ai souvent observé que dans une chambre d'une grandeur médiocre, la liqueur du Thermometre placé à côté de la cheminée, étoit constamment élevée de 3 degrés de plus que celle du Thermometre qui étoit placé vers le milieu de cette chambre.

Notre Table nous donne le plus grand froid le 23 Janvier à 7 heures $\frac{1}{2}$ à 6 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessous de la congélation. Le 10 Décembre à pareille heure à peu-près, nous avons eu la liqueur à 6 degrés au-dessous de la congélation, & ce dernier jour est celui qui a été trouvé le plus froid à l'Observatoire.

Le 5 Septembre j'étois en route vers les cinq heures après midi, la liqueur de deux Thermometres qui étoient *dans* ma Breline, étoit à 25 degrés; nous étions quatre *dans* la même Breline à qui ce degré de chaleur étoit très-incommode. Je voulus voir quel étoit alors le degré de chaleur de ma peau, & deux autres personnes eurent la même curiosité pour avoir celui de la leur. Nous appliquâmes les boules des Thermometres immédiatement contre notre peau au-dessous de la poitrine, nous les recouvrîmes autant qu'il étoit possible, pour que l'air extérieur fît sur elles peu d'impression.

La chaleur de nos peaux se trouva à peu-près la même; elle ne put faire monter la liqueur à plus de 32 degrés, & celle d'un de nous trois ne la fit monter qu'à 31 $\frac{1}{2}$. J'ai rapporté ailleurs que j'avois fait une épreuve semblable pendant l'hiver étant auprès de mon feu où l'air étoit tempéré. La chaleur de ma peau fit alors monter la liqueur du Thermometre à 32 degrés comme dans l'expérience précédente. Nous pouvons donc être dans un air dont nous avons peine à supporter la chaleur, & dans un air dont nous aimons la température, sans que notre peau ait réellement un plus grand degré de chaleur dans l'une que dans l'autre de ces circonstances.



OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES FAITES A UTRECHT, PENDANT L'ANNE'E M. DCCXXXIV,

Extraites d'une Lettre de M. MUSSCHEMBROEK.

Par M. DU FAY.

M. MUSSCHEMBROEK Professeur de Mathématiques à Utrecht, & Correspondant de l'Académie, qui fait depuis plusieurs années les observations Météorologiques en cette ville, avec toute l'attention & toute l'exactitude qu'on peut attendre d'un homme aussi versé qu'il l'est dans toutes les parties de Physique & de Mathématique, m'a envoyé celles de l'année 1734; M. de Mairan à qui j'ai communiqué cette Lettre, en a extrait ce qui concernoit les Aurores Boréales, & en a rendu compte à l'Académie; j'ai fait la même chose pour ce qui regarde les Parhélies, Halos, ou Parasélénes, & on trouvera dans les Mémoires de l'année prochaine, plusieurs observations que j'ai faites ou recueillies sur cette matiére, parmi lesquelles sont celles de M. Musschembroek. Je vais maintenant faire un extrait de ses autres observations qui n'ont pû trouver place dans ces deux Mémoires.

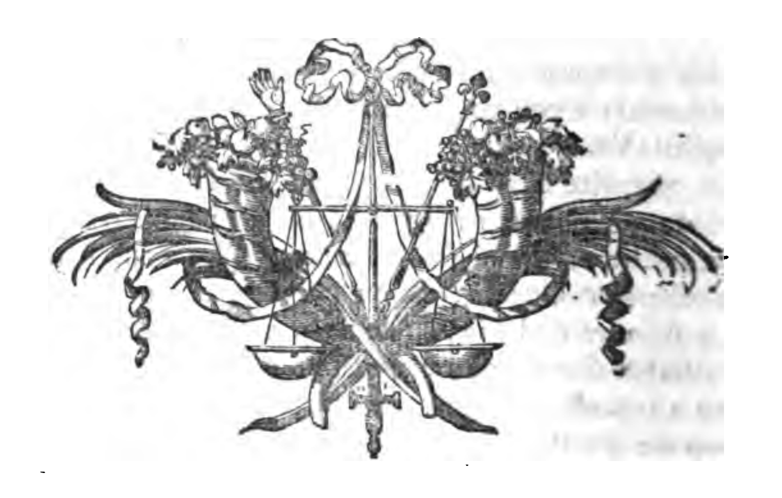
La plus grande hauteur du Barometre fut à Utrecht le 22 Janvier, elle fut de 29 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$, mesure du *Rhin*, ce qui revient à 28 pouces 10 lignes $\frac{1}{4}$, ou environ, de *notre* mesure. M. Musschembroek n'avoit point encore vû le mercure monter aussi haut, le vent étoit au Nord, & ce qu'il y eut de singulier, c'est que le lendemain le Ciel fut couvert, & il dégeloit un peu; cependant le mercure ne baissa que d'une demi-ligne, & demeura encore le jour suivant à la même hauteur. Ce fut le 25 Décembre à midi qu'il fut le

plus bas, il n'étoit qu'à 27 pouces 8 lignes, ou 26 pouces 8 lignes $\frac{1}{4}$ de notre mesure. Ce jour-là fut mémorable par une tempête qui fit périr un très-grand nombre de Bâtimens, tant sur les côtes de Hollande que sur celles d'Angleterre. Le plus grand froid a été le 22 Janvier sur le soir, le même jour auquel le Barometre avoit aussi été le plus élevé; le Thermometre de Fahrenlhreyt étoit à 22 deg. ce qui répond à 5 degrés au-dessous du terme de la congélation du Thermometre de M. de Reaumur; & le plus grand chaud a été le 19 Mai & le 9 Juillet, le Thermometre de Fahrenlhreyt ayant monté ces deux jours-là au 82.me degré, ce qui revient au 23 $\frac{1}{2}$ de celui de M. de Reaumur. Il y eut le 5 Juillet une pluye prodigieuse; car depuis 11 heures du matin jusqu'à minuit il tomba 47 lignes $\frac{1}{2}$ d'eau, & cependant il y eut une interruption assés considérable depuis le commencement jusqu'à 2 heures après midi; cette pluye fut accompagnée d'un tonnerre peu considérable qui dura depuis 3 heures $\frac{1}{2}$ jusqu'au soir.

La quantité d'eau de pluye tombée à Utrecht en 1734, a été de 35 pouces 11 lignes $\frac{7}{9}$, ou 34 pouces 9 lignes de notre mesure, ce qui seroit beaucoup plus pour Paris que ce n'est pour Utrecht, car on y compte l'année moyenne de 24 pouces du Rhin, ou de 23 pouces 10 lignes du pied de Roi. La somme de l'évaporation pendant toute l'année a été de 25 pouces 3 lignes, ce qui fait 24 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$, mesure de France.

M. Musschembroek fait avec un soin très-particulier les observations de l'inclinaison & de la déclinaison de l'aiguille aimantée, & il a trouvé qu'il y avoit quelquefois d'un jour à l'autre des changements assés considérables; les aiguilles dont il se sert, sont très-grandes, & elles demeurent toûjours dans la même position sur des appuis très-solides, & desquels il a eu soin d'éloigner tous les corps métalliques qui pouvoient apporter quelque dérangement aux observations; la déclinaison a varié dans le cours de cette année depuis 12d 55′

jusqu'à 14^d, & en général les plus grandes déclinaisons ont été pendant les mois de Juillet, Août & Septembre, mais cette regle n'a pas été sans exception : l'inclinaison de l'aiguille aimantée a varié depuis 71^d 10′ jusqu'à 77^d 30′, elle a demeuré pendant plusieurs jours à cette déclinaison au mois de Novembre pendant une gelée assés forte, mais les autres changements sont arrivés dans toutes les températures indifféremment, si ce n'est qu'après avoir été presque toûjours croissante depuis le milieu de Juillet jusqu'au milieu de Novembre, elle a décrû ensuite jusqu'à la fin de l'année, où elle n'étoit que de 73^d 35′.



JOURNAL D'OBSERVATIONS DES AURORES BORE'ALES,

Qui ont été vûës à Paris ou aux environs, à Utrecht, & à Petersbourg, dans le cours de l'année 1734.

Avec quelques Observations de la Lumière Zodiacale.

Par M. DE MAIRAN.

JE remarquai l'année derniére, en finissant un pareil Journal, qu'elle avoit été moins féconde en grandes Aurores Boréales que la précédente 1732, & 1732 moins encore que l'année 1731. Il n'en étoit pas tout-à-fait de même à l'égard de la fréquence absoluë du Phénomene pris indifféremment dans toutes ses apparitions plus ou moins marquées; car il avoit paru plus souvent en 1732 qu'en 1731. Mais sa diminution tant de fréquence, que de grandeur & de régularité, a été beaucoup plus sensible cette année 1734, que dans aucune de celles dont je viens de parler. Ce qui doit sans doute être attribué en partie au mauvais temps, & à plusieurs nuits sombres qu'il a fait cette Automne, c'est-à-dire, dans la saison de l'année où les Aurores Boréales sont communément les plus fréquentes, les plus grandes, & les plus réguliéres. 10 Decemb. 1734.

Janvier. Je n'ai observé le Phénomene dans tout ce mois, que le 8, quoiqu'il s'y soit passé peu de soirées sans que j'y aye fait attention; il étoit *informe*, & répandu par gros flocons de matiére lumineuse en divers endroits du Ciel, le Nord en étant cependant beaucoup plus chargé que tout le reste. Je l'avois apperçu dès 6 heures $\frac{1}{2}$ du soir, malgré le temps sombre qu'il avoit fait toute la journée, & qui duroit encore. Il est vrai que la Lune qui avoit 4 jours, & qui étoit sur l'horison, pouvoit rendre ces apparences équivoques; mais

à 8h $\frac{3}{4}$, & après le coucher de la Lune, l'Aurore Boréale n'étoit plus douteuse; elle me fut bientôt dérobée par quantité de nuages obscurs.

J'ai appris par des personnes qui étoient sur pied à 4 heures du matin, le jour des Rois, qu'ils avoient vû vers le Nord, & le Nord-Ouest, une grande clarté, comme si le jour alloit paroître. C'étoit, selon toute apparence, un reste de l'Aurore Boréale de la veille (le 5), laquelle n'avoit pu se montrer à cause du temps sombre; car ce n'étoit ni l'heure, ni le lieu de la Lumiére Zodiacale, & il n'y avoit point de Lune.

J'ai appris aussi par deux Lettres de M. *Bouillet*, que le 9, après le coucher du Soleil, on avoit vû à Servian, gros village à 2 ou 3 lieuës de Béziers, une bande de lumiére rougeâtre qui s'élevoit au-dessus de l'horison, à peu-près à l'endroit du coucher. C'étoit, sans doute, la Lumiére Zodiacale; mais comme cette lumiére ne se terminoit nullement en pointe, qu'elle montoit fort haut, & qu'elle dura assés avant dans la nuit sous cette forme, il y a grande apparence aussi que la matiére de l'Aurore Boréale s'y mêla, comme il arrive souvent, & sous l'apparence d'une de ces bandes Zodiacales dont nous avons parlé plusieurs fois dans les observations des années précédentes.

Du reste, je n'ai vû la Lumiére Zodiacale qu'une ou deux fois dans tout ce mois, quoique j'y aye été attentif, & qu'il ait fait plusieurs belles soirées très-propres à la faire paroître.

Février. Le 3, le temps ayant été couvert après le coucher du Soleil, & long-temps après, j'ai été averti à 11 heures qu'il paroissoit une Aurore Boréale, & je l'ai trouvée en effet très-bien formée, clair-céladon, horisontale, & déclinant beaucoup vers l'Occident: elle s'étendoit depuis l'Ouest jusqu'au Nord-Est; le Ciel étoit serein dans toute cette partie, & les Etoiles y brilloient. La plus grande clarté du Phénomene, &, comme je le présume, son milieu répondoit au-dessous & entre le triangle de Cassiopée & les Etoiles du Dragon, dont plusieurs se trouvoient alors disposées verticalement.

verticalement. Quelques minutes après elle a été coupée par une bande noire horiſontale, de 2 ou 3 degrés de largeur, élevée de 5 à 6, & le Ciel s'eſt bientôt couvert de brouillards ou de matiére fumeuſe & opaque; j'ai cru y appercevoir quelques rayons à la jambe orientale de l'arc vers les $11^h \frac{1}{4}$, mais tout cela a diſparu, ou a été obſcurci dans un inſtant.

Le 18, j'ai vû dans le Ciel, peu de temps après le coucher du Soleil, de ces bandes blancheâtres, concourantes vers les deux points oppoſés, en forme de côtes de melon, dont j'ai parlé plus d'une fois dans les obſervations des deux années précédentes, & qui m'ont paru tenir quelque choſe de la matiére de l'Aurore Boréale, ou l'annoncer comme prochaine.

Le 21, la Lumiére Zodiacale a paru fort grande vers les $7^h \frac{1}{2}$ du ſoir.

Le 22, il y a eu une Aurore Boréale, tranquille, baſſe, mais aſſés bien terminée. Je ne l'ai obſervée que ſur ſes fins, ou pendant que des nuages l'offuſquoient, vers les $8^h \frac{1}{2}$ du ſoir; mais M. *Godin* qui l'a vûë à $7^h \frac{3}{4}$, m'en a donné une note, d'où je recueille qu'il y avoit un ſegment obſcur, & par-deſſus un arc lumineux très-brillant; que la corde de cet arc meſurée ſur l'horiſon étoit de 104 degrés, & que ſon milieu, qui s'élevoit à plus de 10 degrés, déclinoit du Nord vers l'Oueſt de 14 degrés. La luiſante de la queuë du Cigne étoit à cette heure ſur le bord de l'arc lumineux, dont la largeur étoit d'environ $1^d \frac{1}{2}$; mais cette Etoile déclinoit vers l'Oueſt par rapport au ſommet de l'arc. Le même Phénomene a été obſervé à Bayeux par M. l'Abbé *Outhier*, avec quelques différences que la ſituation, l'heure & d'autres circonſtances peuvent avoir occaſionnées.

Le 26, malgré un Ciel fort couvert, & par un vent de Sud qui tenoit de la tempête, il y a eu vers les $8^h \frac{3}{4}$ du ſoir, des ſignes fort marqués de l'Aurore Boréale, des traînées de lumiére blanches, des nuages rougeâtres que je ne ſçaurois attribuer à aucune autre cauſe.

Mars. Le 8 de ce mois, par un temps fort ſemblable à celuï du 26 Février, & le Barometre ſe trouvant plus bas

que je ne l'avois vû depuis long-temps, sçavoir à 26 pouces 9 lignes, j'ai vû l'Aurore Boréale, qui a été aussi remarquée à 9^h par M. *Grand-Jean*, & quelque temps après par M. *Godin*.

Le 28, le 30 & le 31, la Lumiére Zodiacale, ou l'Aurore Boréale, ou peut-être les deux ensemble ont paru; car il m'a été difficile de les bien distinguer : cependant je présume qu'il y a eu certainement beaucoup de matiére Boréale le 31.

Le 11 & le 14, la Lune a été environnée d'une couronne ou *Halo*, que je juge avoir été du nombre de celles qui ont 44 à 45 degrés de diametre.

Avril. L'Aurore Boréale s'est souvent montrée dans ce mois: elle a été bien décidée le 5, le 7 & le 8; douteuse ou peu marquée le 2, le 4, le 9 & le 10 : mais cette derniére n'a pas été peu marquée en Italie.

Celle du 8 a été ici la plus forte: elle avoit des jets de lumiére, & paroissoit avec la Lune qui avoit quatre jours. Je juge qu'elle pouvoit avoir commencé vers les 8 heures. La journée avoit été froide; le Soleil y avoit souvent été caché par les nuages, avec de la pluye & de la grêle. A $8^h \frac{3}{4}$, il y avoit sous l'Étoile Polaire une si grande clarté rougeâtre, & si semblable à l'effet d'un grand feu allumé derriére des murs qui le cacheroient, que me trouvant alors dans les ruës, j'ai été obligé de monter chés moi, & de voir cette partie du Ciel à découvert, pour me convaincre que c'étoient les approches d'une grande Aurore Boréale, dont je voyois déja çà & là divers rayons qui partoient de plusieurs nuages fumeux répandus du côté du Nord. A 9^h l'arc étoit formé, mais assés mal terminé, fort large, d'environ 4 à 5 degrés, de couleur céladon fort beau & fort vif. Je n'ai pû bien distinguer le pied occidental de cet arc, ni l'extrémité du segment obscur qu'il bordoit, à cause de la clarté de la Lune qui étoit au-dessus, & de plusieurs nuages vrais ou apparents qui s'y méloient; mais l'extrémité opposée de ce segment vers l'Est, passoit 2 ou 3 degrés au-delà du vertical de

l'Etoile α de la Lyre vers le Midi, c'est-à-dire, 47 ou 48 degrés d'amplitude orientale; de sorte que comptant l'occidentale à environ 85 ou 86, à peu-près sous le vertical de la Lune, on aura 132 ou 133 degrés pour la corde horisontale du segment, & sa déclinaison de 18 à 20 degrés. Comme il étoit mal terminé, je n'ai pû juger de la hauteur de son sommet qu'imparfaitement, de 12 à 15 degrés. Il y a eu encore quelques jets après 9^h ou $9^h \frac{1}{2}$, presque toûjours mêlés de matiére fumeuse, la clarté dominante tirant vers le citrin céladon. Le Phénomene a toûjours été ensuite en diminuant de vivacité & de hauteur, & à 11 heures on ne voyoit plus qu'une petite clarté blancheâtre vers cette partie du Ciel.

Les circonstances du temps ne m'ont pas permis d'observer le Phénomene du 10. Je vis seulement du côté de l'Est vers les 9 heures, une assés grande clarté dont la présence de la Lune me rendoit la cause douteuse, parce que du côté opposé où elle étoit, & où le Ciel se trouvoit plus découvert, cet Astre dardoit sa lumiére sur la plûpart des nuages, ou sur des pelotons de matiére fumeuse & boréale qui étoient parsemés dans tout le reste du Ciel. Mais j'ai été bien dédommagé de ces obstacles par l'exacte description que M. *Manfredi* m'a envoyée de ce qu'il avoit vû à Bologne le même jour & à la même heure. Il observa, sans doute, par un temps très-favorable, puisqu'à compter depuis $8^h \frac{3}{4}$ qu'il commença d'appercevoir le Phénomene, jusqu'à minuit, il en remarqua toutes les apparences presqu'à chaque minute. Je garde précieusement ce détail pour m'en servir dans l'occasion, & je me contente d'en transcrire ici ce qu'il contient de plus essentiel par rapport au plan que je me suis fait dans ce Journal.

Le Phénomene consistoit d'abord, à $8^h \frac{3}{4}$ du soir, en une lumiére couchée sur l'horison à l'Orient équinoctial: elle étoit si vive, qu'on eût dit que le Soleil alloit se lever. Au-dessus de cette lumiére, en tirant vers la droite, on voyoit une matiére fumeuse, de couleur cendrée, qui s'élevoit

par pelotons; & un peu plus haut, à environ 5 à 6 degrés au-dessus de l'horison, & perpendiculairement sur le milieu du Phénomene, paroissoit un petit nuage lumineux & rougeâtre, qui s'y maintint sans changer de place jusqu'à 9 ou 10 minutes après 9 heures. Tout cet amas de lumiére & de fumée sembla ensuite avoir un mouvement qui le rapprochoit du Nord, conservant toûjours cependant une position fort orientale. Il y eut quelques rayons, dont les plus grands ne montoient guéres au-delà de 8 degrés $\frac{1}{2}$. Vers les 10 heures, c'étoit la partie septentrionale du Phénomene qui étoit la plus brillante. Enfin sa lumiére s'affoiblit de vivacité & d'étenduë, & il n'en restoit à minuit que quelques traces, sous une forme ronde, & de la grandeur de la Lune naissante. Ces sortes d'Aurores Boréales, ou plûtôt Orientales, sont très-rares.

Les Aurores Boréales du 5 & du 7 dans le même mois, & dont j'ai déja fait mention, étoient du nombre de celles que j'appelle *informes*. Celles du 2, du 4 & du 9 m'ont paru douteuses en ce qu'elles étoient foibles & mêlées de la Lumiére Zodiacale, si ce n'étoit la Lumiére Zodiacale toute seule qui paroissoit, & mal terminée, comme je juge qu'elle a paru encore le 29 du même mois.

May. J'apprends de M. *Maraldi* qu'il y a eu une petite Aurore Boréale le 24. Le 2, la Lumiére Zodiacale s'étendoit jusqu'aux Etoiles des Gemeaux, mais mal terminée. Je ne donne aucun détail du Parhélie qui fut observé le jour précédent, & que M. *du Fay* a décrit. Il me suffit d'en faire mention, pour remplir mon objet, dans l'ignorance où je suis de la liaison que tous ces Phénomenes pourroient avoir ensemble.

Juin. Je n'ai rien apperçû dans ce mois, ni de l'Aurore Boréale, ni de la Lumiére Zodiacale.

Juillet. Le 2, je juge par une lumiére qu'il y a vers le Nord à 11^h, & qui surpasse celle du Crépuscule, de même que par plusieurs autres circonstances, qu'il y a assûrément une Aurore Boréale.

Août. L'Aurore Boréale paroît le 23 à 11^{h} par une simple clarté, mais bien marquée sur l'horison, presque directement au-dessous de l'Etoile Polaire, ayant seulement une déclinaison occidentale de 2 ou 3 degrés.

Le 24, le 25, le 26 & le 30, il n'y a eu que des apparences équivoques du Phénomene, tant par elles-mêmes, que par les circonstances extérieures du temps. Mais le 31 il y a eu une de ces Aurores Boréales qui occupent presque tout l'horison, & qu'on peut par-là appeller *horisontales*. Celle-ci consistoit en un nuage fumeux surmonté de blanc, à 5, 6, 10 & 12 degrés de hauteur; un peu plus haut on voyoit les Etoiles ternies, sans doute par la continuation de la même matiére autrement distribuée ou modifiée; ce que j'ai observé avec divers changements peu remarquables depuis 9^{h} du soir jusqu'à 11.

Septembre. Le 19 de ce mois, étant à Nointel près de Beaumont, j'ai observé l'Aurore Boréale *à rayons & jets de lumiére,* mais *sans arc lumineux,* ni *segment obscur,* ce qui est assés rare, & qui pourroit même être douteux en cette occasion; parce que je n'ai commencé de l'observer qu'à 10 heures, & que j'ai sçû qu'elle paroissoit avec beaucoup d'éclat tout au moins à 9. Or comme je l'ai remarqué dans mon Traité sur cette matiére, l'arc ou le limbe lumineux, & le segment obscur venant à ne plus former qu'un amas confus de lumiére sur la fin du Phénomene, lorsque, selon ma conjecture, toutes ses parties ont eu le temps de s'enflammer, il y a grande apparence que je n'ai vû celui-ci qu'en cet état; & en effet il a toûjours diminué jusqu'à 11 heures, où il n'en restoit aucun vestige.

Le 20, il y a eu sûrement une Aurore Boréale, mais si obscurcie & si interrompuë par les nuages, que je n'ai rien à en dire de positif. L'on m'a appris depuis qu'elle avoit été beaucoup mieux vûë à Paris, & les mêmes personnes m'assûrent qu'un semblable Phénomene y avoit paru le 13.

Le 23 & le 27, Aurores Boréales bien marquées & très-lumineuses, mais dont on ne peut déterminer les

limites, à cause du temps sombre, nébuleux, & changeant.

Le 28, autre Aurore Boréale à peu-près dans les mêmes circonstances de temps que les deux précédentes; mais qui a eu cela de particulier, qu'elle a été d'abord *Lumiére Boréale* & *Méridionale* tout ensemble, le reste du Ciel étant parsemé çà & là dans ses autres parties, & sur-tout vers le Zénith, de la même matiére. C'est l'état où étoit le Phénomene lorsque je l'ai apperçû à $8^h \frac{3}{4}$, après quoi il m'a été souvent caché en tout ou en partie. A 11^h, toute cette matiére fumeuse ou éclairée s'étoit entiérement jettée vers le Nord, l'Ouest & l'Est, du moins n'en ai-je rien pû discerner vers le Midi.

Le 29, à Paris, après une belle journée & un beau coucher, n'ayant rien vû dans le Ciel qui m'annonçât l'Aurore Boréale, j'avois négligé d'y être attentif; mais ayant été averti à 11^h qu'elle paroissoit, je l'ai trouvée en effet très-bien formée, à *segment,* avec un *arc* lumineux, foible & blancheâtre; ce qui joint à quelques autres circonstances, me fait juger qu'elle devoit avoir commencé depuis quelque temps & tirer sur sa fin. Le limbe de l'arc étoit comme entrelacé avec les Etoiles de la grande Ourse, passant à gauche ou du côté de l'Occident entre les Etoiles β & γ de cette Constellation, & à droite entre celles qui sont marquées ϵ, ζ, & η, de maniére que β, ϵ, ζ, sembloient raser le bord supérieur de ce limbe, & γ, η, l'inférieur, le milieu ou le sommet se trouvant entre ces deux derniéres, mais un peu plus près de η que de γ. Ce qui donne une détermination de sa hauteur de 13 à 14 degrés au bord supérieur, & de 12 à 13 à l'inférieur, sa largeur demeurant par-là d'environ un degré. J'ai aussi déterminé son amplitude occidentale de 59 ou 60, par le moyen du *vertical* de l'Etoile de la Lyre, où se trouvoit assés exactement le pied de cet arc; mais je n'ai pû voir son pied oriental, à cause de la face du vieux Louvre qui répond à cette partie du Ciel, & qui me la cachoit. A $11^h \frac{1}{4}$ il ne restoit presque plus rien du Phénomene.

Octobre. Le 10, à 9^h il y avoit autour de la Lune une couronne dont la partie comprise entre son centre & l'Etoile

de la Lyre, m'a paru partager cet intervalle, en raiſon de 2 à 5, les 5 demeurant entre l'arc de la couronne & l'Etoile. Ce qui par le lieu actuel de la Lune (à environ 23° 38' ♓, latitude ſeptentrionale 3° 20') & ſa diſtance à cette Etoile (environ 78°), donne un peu plus de 22 degrés de rayon à la couronne: c'eſt à peu-près la meſure ordinaire de ces Phénomenes ſelon M. *Huguens*.

Dans la plûpart des jours de ce mois le temps a été ſombre, pluvieux, & accompagné quelquefois d'un vent de tempête; par exemple, le 15 & le 16, le Barometre qu'on a à Nointel où j'étois, s'eſt trouvé fort bas, & 3 ou 4 lignes au-deſſous de 27 pouces. C'eſt un Barometre à gros tuyau, où j'ai vérifié que le Mercure peut aller juſqu'au bout. L'Aurore Boréale aura donc pû être bien des fois dans l'Atmoſphere, ſans paroître: mais j'ai jugé qu'elle y étoit ſûrement le 19, par la grande clarté que j'ai vûë du côté du Nord, depuis l'entrée de la nuit juſqu'à $11^h \frac{1}{2}$, & de même à peu-près le 21 & le 23.

Le 25, le Ciel étant beaucoup plus ſerein, le Phénomene a paru après 7 heures du ſoir, il étoit tranquille, & *à ſimple Lumiére ſeptentrionale*, déclinant vers le couchant. Cette lumiére, ou, ſi l'on veut, cette eſpece de nuage blanc & lumineux, formoit au-deſſous de la grande Ourſe un ſegment bien terminé, dont le ſommet, autant que j'en ai pû juger, répondoit à l'intervalle des deux Etoiles δ, ε, de cette Conſtellation, & il déclinoit par-là vers le couchant, d'une vingtaine de degrés. Il faut remarquer cependant que dans les Aurores Boréales fort baſſes, il eſt mal aiſé de diſtinguer le ſommet du ſegment par lui-même. Telle étoit celle-ci où la hauteur de ce ſommet ou de la partie que j'ai priſe pour le milieu, m'a paru un peu moindre que la diſtance de la premiére & de la derniére Etoile (ε, η,) de la queuë de l'Ourſe, à laquelle je pouvois aiſément la comparer. Et je n'ai pû déduire ce milieu de l'amplitude du ſegment ſur l'horiſon, parce que du lieu où j'étois il m'étoit caché à l'Orient, & qu'au couchant il y avoit une eſpece de gros nuage qui

couvroit la lumiére. Le Phénomene s'est soûtenu à la même hauteur jusqu'à 11 heures, après quoi il a diminué sensiblement d'étenduë, & de clarté.

Le 26, le 27, le 28 & le 29, j'ai apperçû des marques certaines que l'Aurore Boréale étoit dans l'Atmosphere & au-dessus des gros nuages qui m'ont permis d'en voir la clarté par intervalles, malgré le temps obscur & couvert de toutes ces nuits.

Novembre. Le 14 & le 15, *Aurores Boréales informes.*

Le 19, à $8^h \frac{1}{2}$ du soir, tout le Ciel étant couvert d'une espece de brouillard, j'ai apperçû vers le Nord-Est une clarté fort haute, & fort large, qui avoit toutes les apparences d'un grand rayon de l'Aurore Boréale, & qui ne pouvoit en effet être attribué qu'à ce Phénomene, si ce n'est qu'au lieu d'un rayon, ce pouvoit n'être que la lumiére de l'Aurore Boréale en général, vûë à travers une ouverture ou un intervalle que le brouillard laissoit en ce moment dans cette partie du Ciel. Elle a été effacée dans quelques minutes.

Le 22, l'Aurore Boréale se montre à diverses fois derriére des nuages depuis $8^h \frac{1}{2}$ jusqu'à 10^h.

Décembre. Je n'ai vû l'Aurore Boréale que le 17, & par un temps aussi peu favorable à l'observation que dans le mois précédent. Mais il y en a eu de simples apparences qui se compliquent, à mon avis, avec la Lumiére Zodiacale les 19, 22, 24, 25 & 30.

Où je dois cependant remarquer que le 21, le Ciel étant beau & sans nuages, & ayant fait attention à l'un & à l'autre de ces Phénomenes aux heures les plus convenables, *je n'en* ai pû appercevoir le moindre vestige. A l'égard du 25, j'ai appris par M. *Bouguer,* que les apparences que j'y avois remarquées, se sont trouvé à Roüen & sur le chemin du Havre à cette ville, où il alloit ce jour-là, des signes non équivoques d'une Aurore Boréale fort claire, & fort étenduë.

Le Barometre a été encore fort bas dans ce mois, sçavoir, le 26, étant descendu à 26 pouces 8 lignes, ou 7 lign. $\frac{1}{2}$. On peut même présumer qu'il avoit été plus bas pendant la nuit,

la nuit, parce qu'à 8 heures du matin le mercure montoit, comme je l'ai reconnu à sa surface convexe dans le tube *, & comme la suite l'a justifié une heure après. Nous avons vû ci-dessus qu'il avoit été au même point dans le mois d'Octobre; ce qui est assés rare, y ayant bien des années où il n'en approche pas.

Je ne sçaurois mieux terminer ce Journal d'Observations de l'Aurore Boréale, que par des marques publiques de reconnoissance pour tout ce que je dois sur cette matiére à M. *Celsius* Professeur en Astronomie à Upsal, & aujourd'hui très-connu personnellement, & par son sçavoir, de la plûpart des Membres de cette Compagnie. Vers le commencement de cette année, j'appris qu'il avoit donné dans la précédente 1733, & à peu-près au même temps que mon Traité de l'Aurore Boréale parut, un Recueil d'observations de ce Phénomene, au nombre de 316, faites dans toute la Suede, & jusques sous le Cercle Polaire, soit par lui-même, soit par ses correspondants, depuis 1716 jusqu'en 1732 inclusivement. Parmi ces observations qui roulent sur 224 Aurores Boréales différentes, il y en a 188, c'est-à-dire, environ 5 de 6, qui n'ont point paru ici, ou qui m'avoient été inconnuës. On peut juger de l'empressement que j'eus pour recouvrer un livre si intéressant pour moi, & que je ne regardois pas moins comme un trésor, en ce qu'il pouvoit contenir de peu favorable à mes idées, & me donner lieu par-là de les rectifier, qu'en tant qu'il étoit capable de les favoriser. L'ouvrage n'étoit guéres répandu encore qu'en Italie, où M. *Celsius* étoit alors depuis plusieurs mois, & où il l'avoit apporté d'abord après l'impression. M. le Marquis *Poleni* à qui il en avoit fait

* Le frottement ou la viscosité du mercure sur la paroi intérieure du tube, fait qu'il y devient plus convexe, lorsqu'il monte, & beaucoup moins, ou même concave, lorsqu'il descend. Ce que l'on reconnoîtra en frappant doucement sur la planche du Barometre; car on y verra sur le champ le mercure monter ou descendre d'une demi-ligne plus ou moins, selon qu'il est en *montée*, ou en *descente*. J'écris ici cette remarque, toute simple qu'elle est, sur ce que l'on m'a dit qu'elle pouvoit être utile, pour voir tout d'un coup, si le Barometre monte, descend, ou est fixe & *stationnaire*.

présent, m'en donna le premier connoissance*, & dans un détail qui est trop important sur la matiére dont il s'agit, & qui fait trop d'honneur à mon hypothese, pour être passé sous silence. M. *Poleni* venoit de recevoir mon Traité, & comme il avoit fait beaucoup d'attention aux Tables que j'y ai données, pour comparer par voye de dénombrement la fréquence ou la rareté des apparitions du Phénomene, selon les différentes situations de la Terre sur l'Ecliptique, ou selon ses différentes distances au Soleil, il les avoit appliquées aux observations de M. *Celsius*; en un mot, il en avoit dressé des Tables toutes pareilles aux miennes, & ce sont ces Tables d'observations faites dans des vûës, en des temps, & en des lieux si différents de ceux qui sont marqués dans celles que j'avois recueillies, qui ont fourni à M. *Poleni* des résultats tout semblables aux miens; la plus grande fréquence du Phénomene, par exemple, aux Périhélies de la Terre, à ses temps d'ascendance, ou lorsqu'elle est dans les Signes septentrionaux ascendants, & ainsi du reste. Mais j'ai encore des obligations plus directes à M. *Celsius*; car depuis qu'il est à Paris, il m'a fait part de son livre, & d'une infinité d'observations ou de matériaux qu'il a rassemblés depuis sur le même sujet, tant par rapport aux années renfermées dans son ouvrage, que pour des temps plus reculés, ou pour les années suivantes 1733 & 1734, & cela avec une générosité & une politesse peu communes. Par le moyen des Phénomenes que m'a fournis M. *Celsius*, & de tous ceux que j'ai recueillis d'ailleurs, ou observés moi-même depuis la publication de mon Traité, je puis appliquer la méthode & les principes que j'y ai adoptés, à plus de 600 apparitions de l'Aurore Boréale, au lieu de 229 seulement, que j'y avois employées. C'est aussi ce que je compte faire dans un supplément que je serai par-là en état de donner bien plûtôt que je n'eusse osé l'espérer. J'y rendrai justice aux autres personnes qui m'ont fourni, ou qui me fourniront à l'avenir leurs observations, & entre lesquels le sçavant M. *Kirch* est un de ceux à qui je suis le plus redevable, ayant reçû de lui sur ce sujet une lettre

* Lettre du 15 Avril 1734.

remplie de réflexions & de recherches curieuses, où il remonte jusqu'aux Aurores Boréales qui ont paru depuis deux siecles. Cependant les observations de ce Phénomene que M. *Musschembroek* Professeur de Mathématique à Utrecht & Correspondant de l'Académie, nous a envoyées depuis peu pour la présente année, trouvent naturellement ici leur place. Elles sont contenuës dans une lettre latine du 3 Janvier 1735, adressée à M. *du Fay*, & avec toutes les autres observations météorologiques de l'année 1734. Je ne toucherai qu'aux Aurores Boréales, & je me contenterai d'en donner un extrait abrégé. Du reste l'exactitude & le sçavoir de M. *Musschembroek* sont trop connus par ses excellents ouvrages, pour qu'il soit nécessaire d'en faire mention.

Aurores Boréales observées à Utrecht, pendant tout le cours de l'année 1734.

Le 3 *Février*, à $7^h \frac{3}{4}$ du soir, l'Aurore Boréale parut entre le Nord & le Nord-Ouest; elle jetta quelques rayons parmi lesquels on en vit qui atteignoient jusqu'au Zénith. Ces rayons s'élevoient du bord supérieur & éclairé d'un nuage d'ailleurs très-obscur, qui étoit comme suspendu un peu au-dessus de l'horison. *Cette Aurore Boréale est marquée & décrite ci-dessus.*

Le 22 *Mars*, il y eut une petite Aurore Boréale à 8^h du soir, laquelle s'étendoit depuis le Nord jusqu'à l'Est, & qui s'élevoit d'environ 10 degrés au-dessus de l'horison.

Dans le mois d'*Avril*, on a vû l'Aurore Boréale trois nuits consécutives, sçavoir, le 7, le 8 & le 9; celles du 7 & du 9 furent peu considérables, mais celle du 8 fut très-grande. Elle brilloit déja à 9^h du soir, s'étendant de l'Orient au Couchant, au-dessus d'un nuage éclairé; elle avoit des jets de lumiére qui montoient jusqu'au Zénith, & qui à mesure qu'ils approchoient de ce point, sembloient s'y confondre & s'y allumer. Il soufffloit pendant ce temps-là un petit vent de Nord-Est, le Ciel étoit serein, & le Phénomene dura presque toute la nuit. *On peut voir ce que j'en ai dit ci-dessus.*

& comparer avec ceci la maniére dont il parut à Paris.

Le mois de *Mai* a été un des plus féconds en Aurores Boréales à Utrecht, M. *Musschembroek* en a compté jusqu'à 12; sçavoir, le 1, le 4, le 5, le 6, & les 8 derniers jours de ce mois. Il faut que des circonstances de temps ayent été contraires à ce Phénomene à Paris; car je ne sçache pas qu'on l'y aït observé aucun de ces jours, excepté le 24.

L'Aurore Boréale du premier *Mai* étoit *tranquille*, sa lumiére comme suspenduë au haut de l'Atmosphere, sur-tout vers le Nord & vers l'Occident, laissoit voir toutes les Etoiles si distinctement, que M. *Musschembroek* ne se souvient pas d'en avoir observé de pareille à cet égard.

Celle du 4, n'étoit pas de la même transparence vers cette partie du Ciel, elle n'y laissoit appercevoir que les Etoiles de la premiére & de la seconde grandeur; mais du côté du Midi où elle s'étendoit aussi jusqu'à la hauteur de 15 degrés, on en voyoit de la troisiéme & de la quatriéme grandeur. M. *Musschembroek* dit avoir remarqué dans le cours de ce Phénomene, que la matiére qui le composoit, se portoit souvent du Septentrion au Midi: & comme il y a remarqué la plûpart des mêmes apparences, quoique sans jets de lumiére, qu'on a coutume de voir du côté du Nord, il croit qu'on peut l'appeller *méridional.* Il y avoit aussi un semblable mouvement, soit vrai ou apparent du Septentrion vers le Midi, à l'Aurore Boréale du 5, qui parut à 9 heures du soir après un peu de pluye. On juge d'ordinaire ce mouvement à l'inspection de quelques flocons ou nuages de matiére lumineuse; mais on voit combien il faut être réservé à l'établir de la part de la matiére Boréale proprement dite. Car comme des nuages & des amas de vapeurs qui n'appartiennent pas au Phénomene, peuvent fort bien en avoir les apparences, étant éclairés par sa lumiére, rien n'est plus aisé que de s'y méprendre. On doit aussi se tenir beaucoup sur ses gardes dans les jugements que l'on porte des apparitions de l'Aurore Boréale dans tous ces mois qui avoisinent le Solstice d'Eté; car le Soleil ne s'y trouvant jamais pendant

la nuit que fort près de l'horison, les Crépuscules y sont longs & forts, & s'y compliquent souvent avec la Lumiére Zodiacale, dont les apparences dans ces rencontres ne différent presque point de l'Aurore Boréale tranquille & horisontale; & c'est de quoi M. *Musschembroek* nous avertit lui-même, comme nous allons voir.

L'Aurore Boréale du 6 donna encore une lumiére méridionale toute semblable à la lumiére septentrionale.

Avant que de parler de l'Aurore Boréale du 24, & de celles qui l'ont suivie presque sans interruption jusqu'au 7 Juin, » Me voilà parvenu, dit M. *Musschembroek*, à une « Aurore Boréale la plus longue, &, pour ainsi dire, la plus « opiniâtre que j'aye jamais vûë, ayant vraisemblablement duré « pendant l'espace de 15 jours, quoiqu'il y ait eu deux jours « dans cet intervalle (sçavoir le 3 & le 6 Juin) où elle n'a pas « été visible. Ce n'est, adjoûte-t-il, qu'avec beaucoup de cir- « conspection qu'il faut observer l'Aurore Boréale dans ces « temps-ci, à cause de la Lumiére Zodiacale, qui pourroit fort « aisément tromper ceux même qui y sont les plus exercés, « s'ils n'avoient pas d'ailleurs des indices *manifestes* de l'Aurore « Boréale. Depuis quelques années » continuë le sçavant Professeur « que j'observe ce Phénomene avec attention, j'ai « appris à le discerner & à le prévoir pendant le jour, & « le présage ne m'en a pas trompé jusqu'ici; non que je « puisse connoître la matiére Boréale pendant que le Soleil « est encore fort élevé, mais seulement lorsqu'il commence à « s'approcher du couchant, & qu'il n'est tout au plus qu'à une « quinzaine de degrés sur l'horison; car si l'on voit alors vers « le Septentrion des nuages bleuâtres, comme s'il alloit tonner, « on peut s'assurer qu'ils contiennent de la matiére Boréale. « Mais je connois encore mieux cette espece de nuages, que « je ne les puis décrire, &c. «

Il passe ensuite à la description de l'Aurore Boréale du 24 Mai, dont la lumiére s'étendoit à 40 degrés au-dessus de l'horison, & qui a continué sous différentes formes, jusqu'au 7 Juin inclusivement.

Dans le mois de *Juin*, M. *Musschembroek* n'a vû l'Aurore Boréale que le 24. Elle étoit *tranquille*, mais sa lumiére s'étendoit jusqu'au Zénith, entre le Septentrion & le Levant: c'étoient des nuages très-legers & fort interrompus.

En *Juillet*, le Phénomene a paru le 5, le 7, & peut-être le 8. Ce dernier est douteux, à cause de la lumiére de la Lune qui entroit dans son premier quartier. Celui du 5 se montra vers les 9 heures du soir, parmi la pluye & le tonnerre.

Le 6 *Août*, il y eut, selon toute apparence, une Aurore Boréale tranquille, qui se manifesta sur tout l'horison par des nuages lumineux dispersés çà & là. Mais le 7 de ce mois elle ne fut pas équivoque, & elle consistoit de même en des nuages interrompus & dispersés vers la partie occidentale du Ciel, ce qui rend d'autant plus vraisemblable l'apparition du jour précédent. Elle parut aussi le 9.

M. *Musschembroek* a vû 4 Aurores Boréales dans le mois de Septembre à Utrecht, sçavoir, le 21, le 25, le 27 & le 29; j'ai aussi observé les deux derniéres auprès de Paris, comme il a été rapporté ci-dessus. Celle du 21 étoit méridionale, n'ayant presque vers cette partie du Ciel où elle étoit fort lumineuse, & où elle s'étendoit, qu'environ 20 degrés d'amplitude, avec la même hauteur sur l'horison. Celle du 25 étoit au Nord, au Couchant, & au Midi; l'une & l'autre ont été mêlées de pluye. Dans celle du 27, M. *Musschembroek* remarqua des colomnes ou verges qui s'étendoient du Septentrion au Midi, paralleles entr'elles, & à l'horison, *virgæ parum lucentes, copiosæ, breves, exporrectæ omnes à Septentrione ad Austrum, &c.* & il n'avoit, adjoûte-t-il, jamais vû un semblable Phénomene. Je suis bien trompé si ce n'est là ce que j'ai observé quelquefois, & que j'ai désigné par des bandes, ou grandes traînées blancheâtres disposées en côte de melon, & qui s'étendent depuis un côté du Ciel jusqu'au côté opposé sur l'horison, où elles semblent concourir. Voyés-en des exemples ci-dessus au 18 Février, p. 569, & dans les Mémoires de l'année derniére, pp. 486 & 491.

car ce qui est dit ici de leur parallelisme pourroit bien tomber sur leur partie supérieure vers le Zénith, ou à quelque distance de leurs points de concours vûs ou présumés sur l'horison, lorsqu'il est assés découvert pour cela; & il se peut faire que l'horison d'Utrecht ne l'étoit pas. L'Aurore Boréale du 29, que je n'ai observée à Paris que sur sa fin, depuis 11^h jusqu'à environ $11^h \frac{1}{4}$, fut vûë un peu après 10^h à Utrecht; elle y parut occuper la plus grande partie du Ciel; cependant M. *Musschembroek* ne la met qu'au nombre des *tranquilles*, n'y ayant remarqué aucune émission de jets de lumiére. Ce n'est pas ce que j'en aurois jugé, en la voyant encore si marquée à son dernier quart d'heure. M. *Musschembroek* adjoûte qu'il sembloit y avoir dans ce Phénomene un mouvement assés lent de l'Est à l'Ouest. Mais j'ai fait observer ailleurs combien cette apparence peut être trompeuse, soit par la matiére qui s'assemble d'un côté, tandis qu'elle se dissipe de l'autre, soit par celle qui s'allume, ou qui vient à être éclairée, & qui ne l'étoit pas auparavant, &c.

Il n'y a presque pas eu un jour serein dans le mois d'Octobre. M. *Musschembroek* n'a pas laissé d'y observer 5 Aurores Boréales, le 1, le 2, le 5, avec une très-grande pluye, le 6 & le 14. Pendant cette derniére, qui étoit foible, & qui paroissoit entre le Nord & l'Est, il vit une couronne autour de la Lune, qu'il trouva avoir exactement 44 degrés par son diametre intérieur.

Le reste de l'année ne lui a fourni que 2 Aurores Boréales; sçavoir le 19, & le 25 Décembre.

Aurores Boréales observées à Petersbourg, pendant les mois de Septembre, Octobre, & Novembre, par M. Delisle.

Entre plusieurs Aurores Boréales observées à Petersbourg par M. *Delisle*, & dont il a bien voulu me faire part, il y en a 18 des mois de *Septembre*, *Octobre* & *Novembre* de cette

année. Je les adjoûte ici avec leurs descriptions, telles qu'elles m'ont été envoyées, & sur lesquelles on peut d'autant plus compter, que, comme M. *Delisle* me l'apprend dans une de ses Lettres, il a fait placer une espece de Quart-de-cercle azimuthal sur le haut de son Observatoire, dans le seul dessein de bien déterminer la grandeur, les positions, & toutes les apparences de ces Phénomenes. Il rapporte une de ces apparences bien singuliére, du 5 Octobre à 3 heures du matin, après une Aurore Boréale qu'il y avoit eu le soir de la veille. C'étoit une lumiére très-vive qui avoit l'air de la queuë d'une Comete obliquement couchée au-dessus de l'horison, & qui, selon la figure qu'il m'en a envoyée, & la comparaison que j'en ai faite avec l'état actuel du Ciel sur le Globe, devoit se trouver précisément dans le plan de l'Equateur Solaire par le milieu de sa longueur. Si cette bande de lumiére avoit été placée à l'Orient, on ne douteroit point que ce ne fût la Lumiére Zodiacale, qu'on sçait devoir paroître le matin en Automne; mais elle étoit à l'Occident. Du reste, il paroît par les Phénomenes qui ont été vûs à Petersbourg en Octobre, que le Ciel y a été pendant ce mois beaucoup plus serein qu'à Paris.

Le 1 & 2 Septembre 1734, à Petersbourg.

Le 1 & 2 Septembre 1734, il a paru de foibles Aurores Boréales indécises, depuis 10 heures environ du soir, avec quelques traits ou jets de lumiére verticaux au Nord-Ouest, sans arc lumineux, ni forte lumiére dans ces Aurores. Celle du 1 a duré presque toute la nuit; au moins le 2 au matin elle étoit encore visible avant la lumiére du Soleil. Celle du 2 au soir a été plus foible, & n'a pas duré si long-temps.

Le 3 Septembre 1734.

Le 3 Septembre, il a encore paru une Aurore Boréale, depuis le soir après le crepuscule, mais sans traits de lumiére. Il n'y avoit qu'un arc lumineux semblable au crepuscule élevé de quelques degrés, & ayant un segment obscur à l'ordinaire qui

qui lui servoit de base; mais ce segment & la lumiére qui le bordoit ne paroissoient pas parfaitement circulaires. Ils étoient défigurés un peu au Nord-Est. Le tout étoit élevé de peu de degrés, & s'est abbaissé vers le milieu de la nuit, de sorte qu'il a disparu peu après une heure du matin, le 4 Septembre.

Le 8 Septembre 1734.

Après quelques jours de temps couverts, il paroissoit le 8 Septembre au matin, un peu devant le crépuscule, vers les 3 & 4 heures, un reste d'Aurore Boréale indécise qui s'élevoit encore de 8 à 9 degrés.

Le 18 Septembre 1734.

La nuit du 18 au 19 Septembre, il y a eu une assés grande Aurore Boréale, dont les nuées n'ont laissé voir le 18 au soir jusqu'à $8^h \frac{1}{2}$ qu'une lumiére assés élevée indécise; mais vers les 11 heures du soir, il y avoit des jets de lumiére fort hauts, & le matin du 19, à $4^h \frac{1}{2}$ environ, on n'en voyoit plus rien, autant qu'on le pouvoit discerner au travers des nuées dont presque tout le Ciel étoit couvert.

Le 23 Septembre 1734.

Le 23 Septembre au soir à $8^h\ 5'$, il paroissoit comme un faisceau de Lumiére Boréale au dessous des Pléïades, ayant 2 à 3 degrés de largeur, & 5 à 6 degrés d'étenduë, en se perdant insensiblement depuis la base qui étoit la plus lumineuse, & qui n'étoit élevée que de 2 ou 3 degrés sur l'horison. Il paroissoit en même temps une autre grande bande lumineuse qui commençoit à droite de la tête du Bélier, & qui passoit au dessous de la luisante de l'Aigle. Cette lumiére n'avoit que 2 degrés environ de largeur dans ses extrémités, & 10 ou 12 dans son milieu.

A $8^h\ 20'$ la premiére lumiére s'élargit beaucoup en forme de gerbe, & est dirigée vers l'Etoile Polaire. Elle a 5 à 6 degrés de largeur, & est longue de 10 à 12 degrés. Les

Pléiades sont sur son bord vers le Midi. L'autre bande s'efface presqu'à 8h 22'.

La lumiére au dessous des Pléïades est restée la même jusqu'à 8h 33' presqu'aussi brillante qu'aucune Lumiére Boréale. Le Ciel étoit serein par-tout, & il n'y avoit aucune autre lumiére, pas même au Nord : l'horison étoit un peu sombre au dessous de cette lumiére jusqu'à la hauteur de 2 ou 3 degrés.

A 8h 35' la lumiére a commencé à s'affoiblir en s'éloignant des Pléïades, & restant dans une même situation à l'égard de l'horison. A 8h 38' elle est très-foible. A 8h 40' elle n'est pas encore dissipée.

Depuis, jusqu'à 8h 43', au lieu de se dissiper, elle s'est un peu rallumée par deux reprises différentes.

A 8h 47' cette lumiére ne paroît plus, mais immédiatement après, il paroissoit au Nord plusieurs rayons sans segment, peu élevés, & en petit nombre. Il en parut encore quelques-uns de même à 10h, & puis le tout s'est réduit à une Lumiére Boréale indécise, qui se perdoit insensiblement depuis l'horison jusqu'à la hauteur de 8 ou 10 degrés, & cela jusqu'à 11 heures du soir.

Le segment boréal s'est ensuite élevé peu après jusqu'à la hauteur de 8 ou 10 degrés qu'il avoit atteints à minuit & demi, mais il déclinoit considérablement, c'est-à-dire, d'environ 10 degrés du Nord vers l'Ouest, ce dont on n'a pû s'assûrer exactement, n'ayant fait cette estime qu'à la vûë sans instruments. Le 24 Septembre, à 4 heures du matin, il ne paroissoit plus rien au Nord ni ailleurs que le crépuscule ordinaire au Nord-Est.

Le 24 Septembre 1734.

Le 24 Septembre, dès les 8 heures du soir, il a paru au Nord de considérables jets de lumiére fort étroits, & qui montoient fort haut : il n'y avoit point de segment obscur ni d'arc lumineux. Le lendemain à 4h du matin, le Ciel

étant très-serein, comme il l'a été toute la nuit, il n'y avoit plus aucune Lumiére Boréale. La fatigue des observations de la veille précédente m'a fait coucher ce soir-là de bonne heure, ce qui m'a empêché d'observer tout le progrès de cette lumiére boréale de la nuit du 24 au 25 Septembre.

Le 29 Septembre 1734.

Le 29 Septembre au soir, entre 7 & 8 heures, il paroissoit un rayon de lumiére étroit en forme de lance. La tête de cette lumiére, qui étoit sous les nuées, étoit dans le Taureau vers les Pléïades : de-là cette lumiére alloit un peu en s'élargissant. Sa situation étoit oblique à l'égard de l'horison. Elle laissoit les plus basses Etoiles de Persée au dessus d'elle, & les touchoit presque. Sa longueur étoit d'environ 30 degrés, & sa largeur d'un degré au plus. Cette lumiére étoit fort foible, sur-tout à son extrémité la plus élevée. L'on a vû le même soir & la nuit une Aurore Boréale indécise dont je n'ai pas observé la durée ; mais les nuées dont le Ciel a souvent été couvert en auroient bien troublé l'observation.

Le 30 Septembre 1734.

La nuit du 30 Septembre au premier Octobre il y a eu une Aurore Boreale que je n'ai pas observée.

Le 1 Octobre 1734.

La nuit du 1 au 2 Octobre, le Ciel étant extrêmement serein, il a paru une petite Aurore Boréale fort peu élevée, & indéterminée pendant la plus grande partie de la nuit.

Le 4 Octobre 1734.

Le 4 Octobre au soir, il paroissoit une petite Aurore Boréale vers les 9 heures sans segment, avec des rayons. Le 5 à 3 heures du matin elle étoit sans rayons & mêlée de nuées; mais il y avoit à l'Ouest une lumiére très-vive, qui avoit l'air de la queuë d'une Comete *dirigée vers le point du Ciel*

*qu'occupoit alors la Planete de Saturne, & obliquement à l'horison dans le même sens, & à peu-près selon la même inclinaison que le plan de l'Ecliptique auquel elle étoit presque parallele du côté du Sud *.*

* Cette description a été ajoûtée d'après une figure qu'il y avoit ici, & conformément à ce qui en a été dit ci-dessus, p. 584.

Le 6 Octobre 1734.

Le 6 Octobre, à 3 & 4 heures du matin, il paroissoit une Aurore Boréale avec un segment obscur élevé seulement de quelques degrés. Le sommet de ce segment déclinoit aussi de quelques degrés à l'Ouest.

Le 14 Octobre 1734.

Le 14 Octobre au soir, il y a eu de 7 à 8 heures de fort belles apparences d'une Aurore Boréale, remarquable par des portions d'arcs fort lumineux & fort étroits, mais fort interrompus, & fort changeants par leur situation. Il y en avoit des portions élevées jusqu'à la hauteur de 30 à 40 degrés. Il n'y a point eu de segment obscur, mais seulement quelques traits verticaux de lumiére, qui s'élevoient jusqu'à 15 à 20 degrés de distance du Zénith.

Le 16 Octobre 1734 au matin.

Le 16 Octobre, à 2 heures du matin, il paroissoit une grande Aurore Boréale composée d'un segment obscur élevé d'environ 20 degrés par son sommet, qui déclinoit considérablement vers l'Ouest. Ce segment étoit bordé par un arc lumineux de plusieurs degrés de largeur, qui se perdoit insensiblement. Cet arc s'est ensuite élevé considérablement, & s'est divisé, & il a paru des traits de lumiére avec des ondulations. Les parties de l'arc lumineux qui s'élevoient & se détachoient, avoient la figure de petits cintres surbaissés, & aux extrémités la lumiére étoit plus vive & plus large. Ces arcs pouvoient avoir 40 degrés dans leur plus grande étenduë posée horisontalement. Il ne paroissoit plus rien à 3 heures du matin.

Le 16 Octobre 1734 au soir.

Le 16 Octobre au soir après le Crépuscule, il a paru un grand arc circulaire fort large, & se perdant insensiblement, son sommet passoit par les Etoiles de la tête de la grande Ourse; il se terminoit du côté de l'Occident environ sous le vertical d'Arcturus, & du côté de l'Orient sous le vertical de la Lune qui se levoit alors; c'étoit vers 8 heures. Il y avoit au-dessous de cet arc un segment obscur, mais qui n'étoit pas fort sombre. Le tout n'a pas duré long-temps; une heure après, toute cette apparence étoit fort diminuée, & à 9^h du soir environ il n'y avoit plus rien.

Le 17 Octobre 1734.

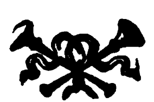
Le 17 Octobre au soir, il y a eu une fort grande Aurore Boréale qui, à $6^h \frac{1}{4}$, étoit élevée jusqu'aux Etoiles les plus basses du quarré de la grande Ourse. Il y avoit un grand segment obscur & deux arcs lumineux fort larges, principalement le supérieur. Le tout a duré plusieurs heures.

Le 20 Octobre 1734.

Le 20 Octobre au soir, il paroissoit une Aurore Boréale plus basse que celle du 17, elle avoit aussi un segment obscur qui n'étoit pas bien terminé.

Le 26 Novembre 1734.

La nuit du 26 au 27 Novembre, il a paru une petite Aurore Boréale élevée de quelques degrés; elle me paroissoit un peu décliner vers l'Ouest; elle étoit tranquille, formée par une simple lumiére au-dessus d'un segment obscur, mal terminé.



METHODE D'OBSERVER LA VARIATION DE L'AIGUILLE AIMANTÉE EN MER.

Par M. GODIN.

3 Février 1734. S'IL étoit toûjours possible d'observer les Astres à l'horison toutes les fois qu'ils y arrivent, je ne crois pas qu'il y eût de meilleure méthode d'observer la variation de l'Aiguille aimantée en Mer, que la méthode ordinaire des Pilotes, rectifiée sur les remarques de M. Bouguer, & dans laquelle on se serviroit d'une Boussole qui, suivant M. de la Condamine, porteroit un Cercle divisé, posé de chan sur le bord de la Rose, ensorte qu'il y en eût une moitié en dessus, l'autre moitié en dessous, ce qui me paroît adjoûter à cet instrument une perfection considérable. Dans ce cas, les pinnules ou filets verticaux doivent être d'une telle étenduë, qu'on puisse par leur moyen viser à l'horison, tant en dessus de la Rose pour un des côtés du Ciel, pour l'Est par exemple, qu'en dessous pour l'Ouest. Dans les deux cas, le même filet vertical dirigé à l'Astre, marquera sur l'un des demi-cercles gradués, le degré de la Rose auquel répond l'astre à son lever ou à son coucher, à compter depuis la pointe de la Fleur-de-Lys; & sçachant l'amplitude de cet astre, on aura la variation à la maniére ordinaire, ce qui ne demande qu'un seul observateur. Mais cette méthode, la meilleure de toutes sans contredit, est presque toûjours impraticable, faute de pouvoir observer les Astres à l'horison, & même fort souvent le Soleil qui y est enveloppé de vapeurs. Il seroit donc utile de pouvoir se servir des Astres dans d'autres situations, & d'en déduire commodément la variation. Voici pour cet effet un moyen qui ne dépend que d'une Addition fort simple faite au Compas ordinaire de Variation.

Je suppose qu'on sçache l'heure en Mer. On peut la connoître par le lever & le coucher du Soleil, même avec assés de précision ; on peut encore prendre des hauteurs correspondantes, en se servant du Quartier Anglois ; enfin on la peut avoir par une simple observation de quatre Etoiles, dont deux soient dans un même vertical vers l'Orient, & les deux autres dans un même vertical vers l'Occident : car cette observation qui ne demande qu'un à-plomb & des Tables d'Ascension droite & de Déclinaison des Etoiles, si elle se peut faire en Mer, donnera en même temps la hauteur du Pole & l'heure de l'observation. Le calcul en est effectivement un peu long ; mais comme l'observation se peut faire à terre avec précision, qu'elle ne demande aucun appareil d'Instruments, & qu'elle peut être répétée autant de fois que l'on voudra, & être fort utile en bien des occasions, lorsque les autres moyens manqueroient, j'ai cru la devoir adjoûter ici à la suite de la Méthode d'observer la Variation.

Mais si l'on connoît l'heure par le lever ou le coucher du Soleil, on pourra aussi alors observer la variation : cela est vrai, mais la méthode de l'observer à toutes les heures du jour ou de la nuit n'en sera pas moins utile.

Je fais une Boussole ou Compas de Variation dont la Rose soit évidée intérieurement, autant qu'il est possible, & dont la circonférence soit divisée en degrés. M. de la Condamine s'en sert aussi dans sa Méthode, du moins dans certains cas, & il remarque que la Boussole en devient plus légere, & peut être plus agile. Je tends un fil un peu au dessus, qui passe par le milieu de la chape. Dans la Boîte je mets une Glace de Miroir qui en occupe tout le fond.

Je dis qu'avec une telle Boussole, & connoissant l'heure, on observera aisément la variation toutes les fois qu'il y aura quelque Astre visible sur l'horison, à quelque hauteur & en quelque azimuth qu'il soit. Mais il est plus facile de le prendre lorsqu'il est au Méridien : or on sçait, par des Tables ou toutes calculées, ou très-aisées à calculer, à quelle heure chaque Astre, chaque Etoile doit passer par le Méridien ;

donc puiſqu'on connoît l'heure, on ſçaura le moment auquel cette Etoile ſera effectivement dans ce cercle. Alors tournant la Bouſſole à l'Etoile, de maniére que ſon image peinte ſur le Miroir du fond ſoit coupée par l'image du fil, ce fil repréſentera exactement la Méridienne du lieu, & dans cet inſtant on remarquera à quel degré du cercle de la Roſe le même fil répond, ce qui donnera tout d'un coup la variation par la différence de ce degré à 180, dont la dénomination ſera aiſée à reconnoître par le ſens de la diviſion de la Roſe.

Cette méthode, comme on voit, ne demande que l'heure par quelque moyen qu'on la connoiſſe; elle n'a pas beſoin de la hauteur du Pole ſi l'heure eſt donnée indépendamment, elle n'eſt point ſujette aux refractions, elle peut être répétée un très-grand nombre de fois de ſuite, enfin un ſeul obſervateur lui ſuffit.

Elle ſe peut encore pratiquer dans tous les autres Azimuths, mais alors il faut connoître la Latitude du lieu & l'Azimuth de l'Aſtre, ou l'angle qu'il fait avec le Méridien. On peut l'avoir par un calcul fort court, en connoiſſant l'heure de ſon paſſage par le Méridien & ſa déclinaiſon, ce que les Ephémérides donnent & l'heure de l'obſervation, mais il ſeroit très-aiſé de faire une Table qui évitât ce calcul.

On peut auſſi ſe paſſer de connoître l'heure, & cependant trouver aſſés préciſément le temps auquel une Etoile paſſe par le Méridien, & en conclure enſuite tous les Azimuths dans leſquels on voudra prendre l'Etoile pour obſerver la variation.

Voici maintenant la méthode de trouver la Latitude & l'heure ſans autre inſtrument qu'un à-plomb.

Soit *P* le Pole, Z le Zénith, *ZB*, *ZD*, deux verticaux quelconques; ſoient *CD* deux Etoiles dans un même vertical du côté de l'Orient, & *AB* deux autres Etoiles dans un autre vertical vers l'Occident dans le même inſtant.

Dans le Triangle *PAC* étant donnés *PA*, *PC*, & l'angle compris *CPA*, on connoîtra *AC* & les angles ſur *AC*. De

même

même dans le Triangle *PBC* on connoît *PB*, *PC*, & l'angle compris *CPB*, donc on connoîtra *BC* & les angles sur *BC*.

Dans le Triangle *BAC* on connoît donc *AC*, *BC*, & l'angle compris *ACB*, qui est la différence entre les angles *PCB*, *PCA*, donc on connoîtra *BAC*, dont le supplément sera l'angle *ZAC*. Or ôtant cet angle de l'angle *PAC*, il restera l'angle *PAZ*.

Dans le Triangle *PBD* on connoît *PB*, *PD*, & l'angle compris *BPD*, on connoîtra donc *BD* & l'angle *CBD*; c'est pourquoi dans le Triangle *CBD*, connoissant les deux côtés *CB*, *BD*, & l'angle compris, on aura l'angle *BCD*, dont le supplément *ZCB*, diminué de l'angle *ACB*, donnera l'angle *ZAC*.

Or dans le Triangle *ZCA*, on connoît le côté *AC*, & les angles faits sur le côté en *C* & en *A*, donc on connoîtra les côtés *ZA*, *ZC*, & l'angle *CZA*.

Enfin dans le Triangle *PAZ*, on connoît *AZ*, *PA*, & l'angle *PAZ*, donc on connoîtra *PZ*, complément de la latitude du lieu.

Mais dans ce même Triangle on connoîtra aussi l'angle *APZ*, qui est l'azimuth de l'Etoile *A*. Or par-là on connoîtra l'heure en connoissant l'ascension droite de l'Etoile à l'égard du Soleil, & par conséquent à quelle heure elle doit passer par le Méridien. Supposons, par exemple, qu'à l'heure de l'observation une Horloge quelconque, une Montre, par exemple, ait marqué $6^h\ 30'$ après-midi; que l'angle *APZ*, réduit en heures, ait été trouvé de $2^h\ 55'$, & que l'Etoile soit à l'Occident; donc l'Etoile *A* a passé par le Méridien $2^h\ 55'$ avant l'heure de l'observation, c'est-à-dire, à $3^h\ 35'$ après-midi. Mais si par le calcul des Ascensions droites, cette Etoile a dû passer par le Méridien à $3^h\ 45'$, il suit que la Montre de laquelle on s'est servi, retarde sur le temps vrai de $10'$. Donc le temps vrai de l'observation étoit à $6^h\ 40'$ après-midi.

J'ai obmis ici plusieurs attentions ou corrections dont j'aurois pû grossir cet Ecrit, & dont on feroit un très-bon

usage dans l'observation de la Variation en Mer, parce que je suppose qu'on les remarquera, en y faisant la moindre attention.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES FAITES PENDANT L'ANNÉE M. DCCXXXIV.

Par M. MARALDI.

Observations sur la quantité de Pluye.

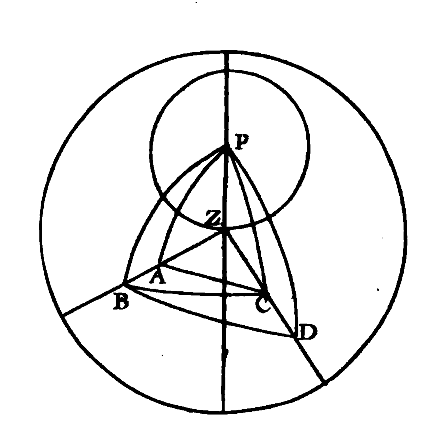
12 Janvier 1735.

IL y a long-temps qu'il n'y a eu d'année aussi pluvieuse que l'année 1734 ; elle est la plus pluvieuse qu'il y ait eû depuis 1720, cependant la pluye n'a pas été aussi abondante qu'aux années où on a commencé à faire les Observations Météorologiques, & où on avoit déterminé une année commune à 19 pouces. La quantité de la pluye tombée en 1734 a été de 17 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$, ce qui approche de l'année commune, qu'on a été obligé de réduire dernièrement à 17 pouces $\frac{1}{2}$. Voici le détail de la pluye tombée chaque mois.

	pouc.	lign.		pouc.	lign.
En Janvier	1	2 $\frac{3}{6}$	En Juillet	3	1 $\frac{5}{6}$
Février	0	9	Août	0	10 $\frac{2}{6}$
Mars.	1	5 $\frac{4}{6}$	Septembre ...	0	2 $\frac{3}{6}$
Avril........	1	1 $\frac{2}{6}$	Octobre	1	11 $\frac{5}{6}$
Mai.	1	11 $\frac{3}{6}$	Novembre ...	0	8
Juin	1	2 $\frac{2}{6}$	Décembre....	2	9 $\frac{5}{6}$
	7	10 $\frac{2}{6}$		9	8 $\frac{1}{6}$

Donc la somme totale de la pluye est de 17 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$.

La pluye tombée dans les six premiers mois a été de 7



Simonneau Sculp.

pouces 10 lign. $\frac{1}{3}$, moindre de 1 pouce 9 lign. $\frac{5}{6}$ que celle qui est tombée dans les six derniers mois, qui est de 9 pouces 8 lignes $\frac{1}{6}$. Elle a été distribuée fort inégalement dans les six derniers mois; le seul mois de Juillet en a fourni autant que les trois mois suivants, Août, Septembre & Octobre. J'ai vû plusieurs Riviéres qui ont débordé au commencement de ce mois, comme la Marne, la Meuse & la Moselle, aux bords desquelles la plus grande partie des fourages a été perduë. Le vent a toûjours été pendant ce mois au Sud, tirant tantôt vers l'Est, tantôt vers l'Ouest. La pluye du mois de Décembre a été aussi très-abondante, elle a été de 2 pouces 9 lignes $\frac{5}{6}$. Il y a eu sur la fin de ce mois des vents de Sud-Ouest très-violents, & le 25 de ce mois il y a eu un grand orage avec des éclairs & tonnerres.

Observations sur le Thermometre.

L'hiver a été très-modéré, le plus grand froid n'a fait descendre la liqueur du Thermometre ordinaire qu'à 23 degrés $\frac{1}{2}$, & celle du Thermometre de M. de Reaumur à 996 degrés, le 23 & le 24 de Janvier, par un temps couvert & un grand vent de Nord-Est; mais le vent s'étant calmé le 25, la liqueur de l'un monta à 24 degrés $\frac{1}{2}$, & celle de l'autre à 996 $\frac{1}{2}$, & le 28 du même mois elle étoit dans le premier à 28 degrés, & dans le second à 999. Il paroît que le plus grand froid de l'année 1734 est arrivé, suivant les Thermometres, le 30 de Novembre. La liqueur du Thermometre ordinaire est descenduë ce jour-là à 22 degrés $\frac{1}{2}$, & dans celui de M. de Reaumur à 994$\frac{1}{2}$; elle avoit été le 29 à 24 degrés $\frac{1}{2}$ dans le premier, à 997 dans le second. La chaleur de l'Eté n'a pas été fort grande, les mêmes Thermometres ont marqué la plus grande chaleur au commencement de Septembre. Le 6 de ce mois, à 3 heures après midi, la liqueur de l'un est montée à 76 degrés, & celle de l'autre à 1025 $\frac{1}{2}$ par un vent d'Ouest. Le 7 elle étoit à 72 degrés dans le premier, & à 1024 dans le second, mais

le 8 elle étoit montée à 75 degrés dans l'un, & à 1025 $\frac{1}{2}$ dans l'autre.

Sur le Barometre.

Le Barometre a marqué la plus grande élévation du Mercure le 9 de Février à 28 pouces 6 lignes, le 16 du même mois à 28 pouces 6 lignes $\frac{1}{4}$ par un temps couvert & un vent de Nord-Eſt ; il a été pluſieurs jours avant & après à 28 pouces 5 lignes $\frac{1}{2}$, enfin il s'eſt ſoûtenu à une grande hauteur pendant les mois de Janvier & de Février.

Le même Barometre a marqué la plus petite hauteur le 26 & le 27 de Décembre à 26 pouces 11 lignes par un temps couvert & pluvieux, & un très-grand vent de Sud-Oueſt qui a regné pendant la plus grande partie de ce mois.

Déclinaiſon de l'Aiguille aimantée.

J'ai obſervé le 13 de Mai 1734, avec une Aiguille de 4 pouces, la Déclinaiſon de l'Aiman de 15° 35′ au Nord-Oueſt. M. Buache l'a obſervée le 1.er de Décembre avec une Aiguille de 6 pouces de 15° 40′.



ADDITION au Mémoire qui a pour titre Nouvelle Maniére d'obſerver en Mer la Déclinaiſon de l'Aiguille aimantée.

Extrait d'une Lettre de M. DE LA CONDAMINE, *de Saint-Domingue, le 15 Juillet 1735.*

PENDANT notre traverſée de France à la Martinique & à Saint-Domingue, nous avons eu le loiſir de faire l'expérience de mon nouveau Compas de Variation. M.rs Godin & Bouguer, mes compagnons de voyage, en ont paru fort contents, & le préférent à tous ceux dont on ſe ſert en Mer, particuliérement pour l'obſervation des Amplitudes horiſontales, ce qui eſt ſon uſage principal & le plus ordinaire. Il fait très-bien ſon effet, & eſt d'une grande commodité, en ce qu'il ne demande qu'un obſervateur, & qu'il n'a pas beſoin comme les autres d'être continuellement dirigé vers le Soleil, auquel il ſuffit de l'expoſer. Les Pilotes, qui n'approuvent gueres ce qui a un air de nouveauté, lui donnent unanimement la préférence ſur leur Compas de Variation, & ont trouvé celui-ci d'un uſage facile & commode. Si leur ſuffrage eſt de quelque poids, c'eſt ſur-tout dans les choſes de pratique; vous pouvés voir de quelle maniére s'exprime dans ſon Certificat le S.r Auroy, ancien Pilote, Vice-Amiral des Vaiſſeaux du Roy, qui étoit embarqué avec nous.

J'avois craint que lorſque le Soleil ne ſeroit pas bien net à l'horiſon, ce qui arrive aſſés fréquemment, on ne pût pas obſerver faute de pouvoir diſtinguer l'ombre du Stile, & j'avois ſongé à me ſervir en ce cas d'un Verre convexe pour raſſembler les rayons, & former une ombre ſenſible. Mais l'expérience m'a fait connoître qu'en ſe plaçant à l'oppoſite du Soleil, on peut toûjours & fort aiſément remarquer à quel degré du rebord vertical répond le Stile ou le Pivot,

en leur faisant couper en deux également le disque du Soleil levant ou couchant. Lorsque le Soleil est brillant, on a le choix d'observer ou de cette maniére ou par l'ombre, ou des deux maniéres tout à la fois.

L'expérience m'a encore appris qu'on peut aussi observer directement la variation avec ce Compas par le moyen des Etoiles fixes, en les prenant au Méridien, & remarquant alors à quel degré du rebord vertical répond le Stile ou le Pivot. La seule difficulté en ce cas consiste à bien éclairer les degrés de la Rose ou du rebord sans présenter la lumiére aux yeux de l'observateur qui bornoye l'Etoile par le Stile vertical ou par le pivot, selon que le rebord vertical gradué est supérieur ou inférieur au plan de la Rose : on comprend bien que les Etoiles les plus proches de l'horison sont les plus commodes & les plus propres pour cette observation. On trouve des Boussoles toutes faites de cette nouvelle construction à Paris, Quai de l'Horloge, chés le Sr le Maire fils, au Quartier Anglois ; il les met en état d'être transportées par terre.

Corrections & Additions pour le Mémoire intitulé Nouvelle Maniére d'observer en Mer la déclinaison de l'Aiguille aimantée. *14. Novembre 1733.*

Page 446. ligne 6. après ces mots, tout le secours qu'on en doit attendre. *Adjoûtés*, peut-être n'est-ce qu'à l'imperfection de l'Instrument dont on se sert en Mer pour observer la Variation, qu'il faut s'en prendre, si on n'a encore pû tirer aucun avantage, pour la connoissance des longitudes en Mer, de l'ingénieux Sisteme des Courbes de Variation de M. Halley.

Ligne 10. Ce n'est probablement pas. *Lisés*, & ce n'est probablement pas.

Ligne 19. Le mérite de ce qui a paru d'excellent sur cette matiére. *Lisés*, le mérite de tout ce qui a paru sur cette matiére.

Page 447, ligne 33. On peut voir ce qu'en ont dit M. de Radouay, &c. *Lisés,* On peut voir ce qu'en ont dit le P. Feuillée dans son Journal d'Observations, le P. Laval dans son Voyage de la Louisiane, M. de Radouay, &c.

Page 448, ligne 1. Je me contenterai d'observer qu'outre les défauts auxquels on peut remédier, &c. *Lisés,* Je me contenterai de rapporter ici les termes dont se sert l'illustre M. de la Hire, en parlant des Boussoles de Vaisseau en général, *celles de Mer sont si grossiéres qu'on ne peut assés s'étonner comment on s'y fie pour la conduite d'un Vaisseau, mais on n'a rien de meilleur ni de plus commode. Mem. de l'Acad. 1716. p. 6.* Outre les défauts auxquels on peut remédier, &c.

Ligne 4. après ces mots, dans son état present. *Adjoûtés,* tel à peu-près que le sont les Compas de Variation de construction Angloise.

Ligne 14. Il ne suffit pas que chaque observation instantanée soit juste en elle-même, si elles ne sont pas exactement contemporaines. *Lisés,* il ne suffit pas que les deux observations soient justes en elles-mêmes, si elles ne sont pas simultanées.







